

2019 年上半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(初级中学)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选或未选均无分。

1. 下列选项中，运算结果一定是无理数的是()。

- | | |
|--------------|--------------|
| A. 有理数与无理数的和 | B. 有理数与有理数的差 |
| C. 无理数与无理数的和 | D. 无理数与无理数的差 |



2. 在空间直角坐标系中，由参数方程
$$\begin{cases} x = a \cos^2 t, \\ y = a \sin^2 t, (0 \leq t \leq 2\pi) \\ z = a \sin 2t \end{cases}$$
 所确定的曲线的一般方程是()。

- | | |
|--|--|
| A. $\begin{cases} x+y=a, \\ z^2=2xy \end{cases}$ | B. $\begin{cases} x+y=a, \\ z^2=4xy \end{cases}$ |
| C. $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ z^2=2xy \end{cases}$ | D. $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ z^2=4xy \end{cases}$ |



3. 已知空间直角坐标与球坐标的变换公式为
$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \cos \varphi, \\ y = \rho \cos \theta \sin \varphi, (\rho \geq 0, -\pi < \varphi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}) \\ z = \rho \sin \theta \end{cases}$$

$\frac{\pi}{2}$), 则在球坐标系中, $\theta = \frac{\pi}{3}$ 表示的图形是()。

- | | |
|--------|--------|
| A. 柱面 | B. 圆面 |
| C. 半平面 | D. 半锥面 |



4. 设 A 为 n 阶方阵, B 是 A 经过若干次初等行变换得到的矩阵, 则下列结论正确的是()。

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| A. $ A = B $ | B. $ A \neq B $ |
| C. 若 $ A = 0$, 则一定有 $ B = 0$ | D. 若 $ A > 0$, 则一定有 $ B > 0$ |



5. 已知 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} (\pi x)^{2n-1}$, 则 $f(1) = ()$ 。

- | | |
|-------|----------|
| A. -1 | B. 0 |
| C. 1 | D. π |



6. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ x & 4 & y \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量, $\lambda=2$ 是 A 的二重特征根, 则()。

A. $x=-2, y=2$

B. $x=1, y=-1$

C. $x=2, y=-2$

D. $x=-1, y=1$

7. 下列描述为演绎推理的是()。

A. 从一般到特殊的推理

B. 从特殊到一般的推理

C. 通过实验验证结论的推理

D. 通过观察猜想得到结论的推理

8. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》从四个方面阐述了课程目标, 这四个目标是()。

A. 知识技能、数学思考、问题解决、情感态度

B. 基础知识、基本技能、问题解决、情感态度

C. 基础知识、基本技能、数学思考、情感态度

D. 知识技能、问题解决、数学创新、情感态度

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 一次实践活动中, 某班甲、乙两个小组各 20 名同学在综合实践基地脱玉米粒, 一天内每人完成脱粒数量(千克)的数据如下:

甲组: 57, 59, 63, 63, 64, 71, 71, 71, 72, 75

75, 78, 79, 82, 83, 83, 85, 86, 86, 89

乙组: 50, 53, 57, 62, 62, 63, 65, 65, 67, 68

69, 73, 76, 77, 78, 85, 85, 88, 94, 96

问题:

(1) 分别计算甲、乙两组同学脱粒数量(千克)的中位数;(2 分)

(2) 比照甲、乙两组数据, 请你给出 2 种信息, 并说明实际意义。(5 分)

10. 试判断过点 $P_1(2,0,1), P_2(4,3,2), P_3(-2,1,1)$ 的平面 π 与平面 $\frac{1}{2}x+2y-7z+3=0$ 的位置关系,并写出一个与平面 π 垂直的平面方程。



视频讲解

11. 已知方程 $x^5+5x^4+5x^3-5x^2-6x=0$ 的两个实数解为 1 与 -2, 试求该方程的全部实数解。



视频讲解

12. 用统计方法解决实际问题的过程, 主要包括哪些步骤?



视频讲解

13. 评价学生的数学学习应采用多样化的方式, 请例举四种不同类型的评价方式。



视频讲解

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 设 $\mathbf{R}^2$ 为二维欧氏平面, F 是 $\mathbf{R}^2$ 到 $\mathbf{R}^2$ 的映射, 如果存在一个实数 $\rho, 0 < \rho < 1$, 使得对于任意的 $P, Q \in \mathbf{R}^2$, 有 $d(F(P), F(Q)) \leq \rho d(P, Q)$ (其中 $d(P, Q)$ 表示 P, Q 两点间的距离), 则称 F 是压缩映射。

设映射 $T: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$,

$$T((x, y)) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{3}y\right), \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

(1) 证明: 映射 T 是压缩映射; (4 分)

(2) 设 $P_0 = P_0(x_0, y_0)$ 为 $\mathbf{R}^2$ 中任意一点, 令 $P_n = T(P_{n-1}), n = 1, 2, 3, \dots$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$. (6 分)



视频讲解

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 函数是中学数学课程的主线, 请结合实例谈谈如何用函数的观点来认识中学数学课程中的方程、不等式、数列等内容。



视频讲解

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分) 阅读案例, 并回答问题。

16. 案例:

甲、乙两位数学教师均选用如下素材组织了探究活动, 如图 1 所示, 这是一个三级台阶, 它的每一级的长、宽、高分别为 50 cm, 25 cm 和 15 cm。A 和 B 是这个台阶的两个相对端点, B 点上有一只蚂蚁, 想到 A 点去吃食物。请你想一想, 这只蚂蚁从 B 点出发, 沿着台阶面爬到 A 点, 最短路线是什么?

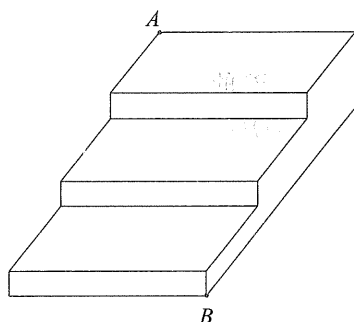


图 1

两位教师的教学过程如下：

甲教师：用大屏幕展示问题情境，组织小组讨论，学生开始读题，教师巡视过程中看到有的同学把台阶画出来，与教学预设不符，立即中止了大家讨论，指着题目说：“同学们请注意读题，是‘沿着台阶面’，你们把这张图画出来有什么用？”

在接下来的讨论中，教师又遇到新情况，有的学生画展开图，却把尺寸弄错了，于是教师终止思考。

乙教师：展示情境，将问题进行分析，出示了一张台阶模样的纸片，边说边将纸片拉直，如图 2 所示，然后让大家研究。很快，有同学说出答案，教师解释了下，同学们都明白了。

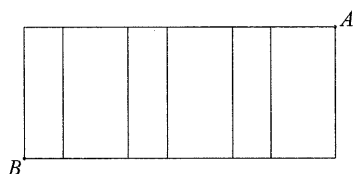


图 2

甲、乙教师课后交流：两个教师在教学中均有探究。

问题：

(1)《义务教育数学课程标准(2011 年版)》指出，“有效的数学活动是教师教与学生学的统一”，教师应成为学生数学学习活动的组织者、引导者、合作者。请说明两位教师的教学是否符合要求。(6 分)

(2)两位教师组织的探究活动各自存在什么问题，请简要说明并简述理由。(6 分)

(3)组织数学探究活动，需要注意哪些事项？请说明。(8 分)



视频讲解

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17.《义务教育数学课程标准(2011 年版)》附录中给出了两个例子:

例 1.计算 $15 \times 15, 25 \times 25, \dots, 95 \times 95$, 并探索规律。

例 2.证明例 1 所发现的规律。

很明显例 1 计算所得到的乘积是一个三位数或者四位数,其中后两位数为 25,而百位和千位上的数字存在这样的规律: $1 \times 2 = 2, 2 \times 3 = 6, 3 \times 4 = 12, \dots$,这是“发现问题”的过程,在发现问题的基础上,需要尝试用语言符号表达规律,实现“提出问题”,进一步实现“分析问题”和“解决问题”。

请根据上述内容,完成下列任务:

- (1)分别设计例 1、例 2 的教学目标;(8 分)
- (2)设计“提出问题”的主要教学过程;(8 分)
- (3)设计“分析问题”和“解决问题”的主要教学过程;(7 分)
- (4)设计“推广例 1 所探究的规律”的主要教学过程。(7 分)



视频讲解