

2019 下半年教师资格证考试《初中数学学科知识与教学能力》真题（含答案）

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。

2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 在利用导数定义证明的过程中用到的极限是（ ）。

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)^x = e$ C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} q^x = 0, 0 < q < 1$

2. 设 M, X, Y 为 n 阶方阵，则下列命题一定正确的是（ ）。

A. $XY = YX$ B. $M(X+Y) = MX + MY$
C. 若 $XY = 0$ 且 $X \neq 0$ ，则 $Y = 0$ D. 若 $MX = MY$ 且 $M \neq 0$ ，则 $X = Y$

3. 下列定积分计算结果正确的是（ ）。

A. $\int_{-1}^1 (x^2 + x^3) dx = 0$ B. $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx = 0$
C. $\int_{-1}^1 \ln(x+2) dx = 0$ D. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = 0$

4. 将椭圆 $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕长轴旋转一周，所得旋转曲面的方程为（ ）。

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$
C. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ D. $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$

5. 设 α_1, α_2 和 β_1, β_2 是方程组 $AX=0$ 的两个不同的基础解系，则下列结论正确的（ ）。

A. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩小于向量组 β_1, β_2 的秩
B. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩大于向量组 β_1, β_2 的秩
C. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩等于向量组 β_1, β_2 的秩
D. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 的秩与向量组 β_1, β_2 的秩无关

6. 三个非零向量共面，则下列结论不一定成立的是（ ）。

A. $(a \times b) \cdot c = 0$ B. $a + b + c = 0$ C. a, b, c 线性相关 D. $(a \times c) \cdot b = 0$

7. 在平面直角坐标系中，将一个多边形依次沿两个坐标轴方向分别平移 2 个单位和 3 个单位后，得到的图形与原来的图形的关系不一定正确的是（ ）。

- A. 全等 B. 平移 C. 相似 D. 对称

8. 学生是数学学习的主体是数学教学的重要理念，下列关于教师角色的概述不正确的是（ ）。

- A. 组织者 B. 引导者 C. 合作者 D. 指挥者

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9. 设 $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, 变换 $Y = AX + B$, 其中变换矩阵 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

(1) 写出椭圆 $\frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} = 1$ 在该变换下 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 满足的曲线方程；(5 分)

(2) 在该变换下，哪些性质不变，哪些性质发生了变化了（例如距离、斜率等）？(2 分)

10. 利用一元函数积分计算下列问题：

(1) 求曲线 $y = \sin x$ 与 $y = x^2 - \pi x$ 所围平面图形面积；(4 分)

(2) 求曲线段 $y = \sin x$, $x \in [0, \pi]$ 绕 x 轴旋转一周所围成的几何体体积。(3 分)

11. 一个袋子里有 8 个黑球，8 个白球，随机不放回地连续取球五次，每次取出 1 个球，求最多取到 3 个白球的概率。

12. 简述研究中学几何问题的三种主要方法。

13. 简述数学教学活动中调动学生学习积极性的原则。

三、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分）

14. 对于问题：“已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上可导，且 $f(0) = 0$ ，对于任何 $x \in [0, 1]$ ，有 $|f'(x)| \leq |f(x)|$ ，求证 $f(x) = 0, x \in [0, 1]$ 。”有人是这样做的：

$$|f(x) - f(0)| = |f'(\xi_1)|(x - 0) \quad (0 < \xi_1 < 1) \quad ①$$

$$|f'(\xi_1)|x \leq |f(\xi_1)|x \quad ②$$

$$|f(\xi_1) - f(0)|x = |f'(\xi_2)|\xi_1 x \leq |f(\xi_2)|\xi_1 x \leq |f(\xi_2)|x^2 \quad (0 < \xi_2 < \xi_1 < x) \quad ③$$

$$|f(\xi_2) - f(0)|x^2 = |f'(\xi_3)|\xi_2 x^2 \leq |f(\xi_3)|\xi_2 x^2 \leq |f(\xi_3)|x^3 \quad (0 < \xi_3 < \xi_2 < \xi_1 < x) \quad ④$$

请你解答下列问题：

- （1）写出步骤①的证明依据；（1分）；
- （2）写出步骤②的证明依据；（1分）；
- （3）指出步骤③与步骤①的关系；（1分）；
- （4）完成步骤④以后的证明。（7分）。

四、论述题（本大题共 1 小题，共 15 分）

15. 学生的数学学习应当是一个生动活泼，积极主动和富有个性的过程，认真听讲，积极思考，动手实践，自主探索，合作交流等都是学习数学的主要方式，请谈谈教师如何在教学中帮助学生养成良好的数学学习习惯。

五、案例分析题（本大题共 1 小题，共 20 分）

16. 案例：下面是某个学生的作业：

解方程：
$$\frac{1-x}{x-2} = \frac{1}{2-x} + 3$$

①移项得：
$$\frac{1-x}{x-2} - \frac{1}{2-x} = 3$$
，②通分得：
$$\frac{1-x+1}{x-2} = 3$$
，③化简得： $-1=3$ ，④矛盾。

原方程是不是无解啊。

问题：

- （1）指出该学生解此方程时出现的错误，并分析其原因；（7分）
- （2）给出上述方程的一般解法，帮助学生解除疑惑；（7分）
- （3）简述中学阶段解方程常用的数学思想方法。（6分）

六、教学设计题（本大题共 1 小题，共 30 分）

17. 针对“角平分线的性质定理”的内容，请你完成下列任务：

（1）叙述角平分线的性质定理；（5 分）

（2）设计“角平分线的性质定理”教学过程（只要求写出新课导入、定理形成与证明过程），并说明设计意图；（20 分）

（3）借助“角平分线的性质定理”，简述如何帮助学生积累认识几何图形的数学活动经验。（5 分）