

2022年下半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力试题(初级中学)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟, 满分为 150 分。
2. 请按照规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效, 不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 函数 $f(x) = (x^2 - 1)(x - 2)$ 零点的个数是()。

A. 0	B. 1
C. 2	D. 3
2. 定积分 $\int_0^1 e^{2x} dx$ 的值是()。

A. $\frac{1}{2}(1 - e^2)$	B. $1 - e^2$
C. $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$	D. $\frac{1}{2}e^2$
3. 若齐次线性方程组 $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 有非零解, 则 λ 的值是()。

A. $-\frac{4}{3}$	B. $-\frac{2}{3}$
C. 2	D. $\frac{2}{3}$
4. 已知向量 $\alpha = (2, 0, 1)$, $\beta = (1, 1, -1)$, 则 $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$ 的值是()。

A. -2	B. -1
C. 1	D. 2
5. 在空间直角坐标系中, z 轴与平面 $3x - 6y - 4 = 0$ 的位置关系是()。

A. 斜交	B. 平行
C. 垂直	D. 直线在平面上
6. 从编号为 1,2,3,4,5,6 的六个球中, 一次拿出三个, 拿出的球编号为 1,2,3 的概率为()。

A. $\frac{1}{20}$	B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{3}{20}$	D. $\frac{1}{10}$

7.“文华逾九章，拓朴公式彪史册；俊杰胜十书，机器证明誉寰球”是对数学家成就的高度概括，这位数学家是（ ）。

- A. 吴文俊 B. 苏步青
C. 祖冲之 D. 李善兰

8. 在初中数学的教学中,下列结论不需要证明的是()。

 - A. 三角形的内角和为 180°
 - B. 直角三角形的两个锐角互余
 - C. 两点之间线段最短
 - D. 角平分线上的点到角两边距离相等

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 1 \\ ax + b, & x < 1 \end{cases}$, 在 $x = 1$ 处可导, 求 a, b 的值。

10. 有 4 件产品，其中 3 件是合格品，1 件是次品。不放回地随机抽取两次，每次取 1 件产品。求在第一次取到合格品的条件下，第二次仍然取到合格品的概率。

11. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ 与 $x^2 + y^2 = 4z$ 的交线是什么曲线？并求该曲线在 Oxy 平面上的投影方程。

12. 义务教育阶段要求理解有理数的运算律,请列出并用符号表示。

13. 结合实例给出学生积累数学活动经验的两种活动。

三、解答题(本大题共1小题,共10分)

14. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ 。

(1) 求行列式 $|A|$ 的值;(5分)

(2) 求线性方程组 $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ 的解。(5分)

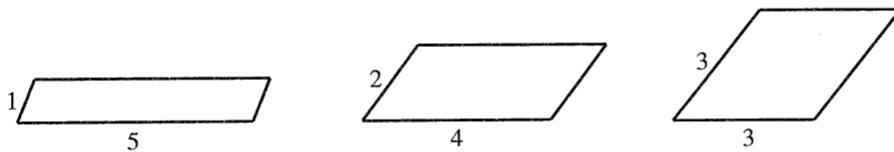
四、论述题(本大题共1小题,共15分)

15. 以等腰三角形和轴对称为例,论述你对“图形的性质”与“图形的变化”含义及相互关系的理解。

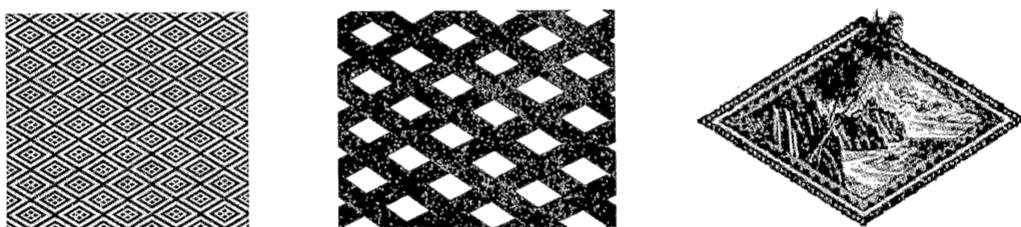
五、案例分析题(本大题共1小题,共20分)

16. 现实生活中,教师有不同引出菱形概念的方法:

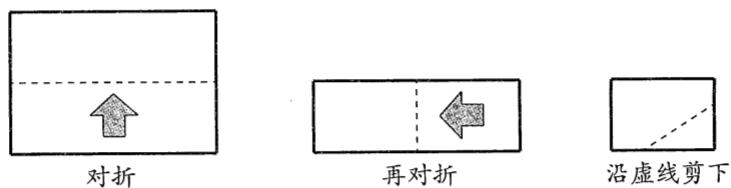
【教师甲】让学生画出周长为12的平行四边形,要求各个边长为整数。学生在教师指导下,画出了边长分别为1和5,2和4,3和3的平行四边形,将第3个平行四边形与前面2个平行四边形进行对比,从而引出菱形的概念。



【教师乙】让学生观察并概括以下生活中平行四边形图片的共性,从而引出菱形的概念。



【教师丙】引导学生回顾小学学习的平行四边形、矩形等图形,请学生用一张B5的纸按下列步骤得到一个平行四边形,发现该平行四边形的特殊之处,由此引出菱形的概念。



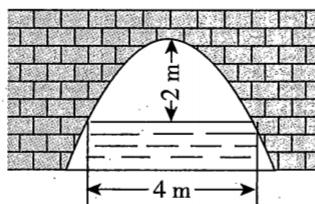
【教师丁】在学生学习了三角形、特殊三角形和平行四边形的基础之上,类比三角形到特殊三角形的研究过程,将平行四边形的边长之间的关系特殊化,从而得到等长的平行四边形,由此引出菱形的概念。

问题:分析上述各位老师关于菱形教学的优点。

六、教学设计题(本大题共1小题,共30分)

17. 材料：下面是某版九年级上册教材“实际问题与二次函数”单元的一道例题。

例题：如图是抛物线形拱桥，当拱顶离水面 2 m 时，水面宽 4 m，水面下降 1 m，水面宽度增加多少？



根据上面的内容完成下列问题：

- (1) 给出该例题的解答；(8分)
- (2) 基于该例题的教学，设计两个引导性的问题和解题的小结，并分别给出设计意图。
(22分)