

## 2016年上半年教师资格证考试《初中数学》题参考答案

## 1 解析

本题主要考查数列极限的运算。

根据重要极限公式  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$ ，则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{-n})^{(-n)\frac{-1}{n^2}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n^2}} = e^0 = 1$$

故正确答案为 B

## 2 解析

本题主要考查级数的收敛性。

A 项：使用莱布尼茨定理，因为满足：(1)  $\frac{1}{n} > \frac{1}{n+1}$ ，(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ 。所以 A 项收敛，A 项不正确，排除。

B 项：使用比值判别法，因为  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{(n+1)!}}{\frac{1}{n!}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} < 1$ ，则 B 项收敛，B 项不正确，排除。

C 项：调和级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  发散，C 项正确。

D 项：P 级数，因为  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  ( $p > 0$ ) =  $\begin{cases} \text{收敛} = p > 1 \\ \text{发散} = p \leq 1 \end{cases}$  由题意  $p=2$ ，则 D 项收敛，D 项不正确，排除。

本题为选非题，故正确答案为 C

## 3 解析

本题主要考查空间曲面及曲线方程的基础知识。

因为旋转双曲面的一般公式为  $x^2 - y^2 + z^2 = -1$ ，即  $y^2 - (x^2 + z^2) = 1$ ，可以看成曲线  $y^2 - x^2 = 1$  (双曲线) 绕 y 轴 (实轴) 转动而得到，故所求的二次曲面为旋转双曲面。

故正确答案为 B

## 4 解析

本题主要考查黎曼可积的基本知识。

根据黎曼可积定义，黎曼积分是线性变换；也就是说，如果  $f(x)$  和  $g(x)$  在区间  $[a, b]$  上黎曼可积， $\alpha$  和  $\beta$  是常数，则

$\int_a^b (\alpha f + \beta g) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$ ， $[a, b]$  上的实函数  $f$  是黎曼可积的，当且仅当它是有界和处处连续的。所以，函数黎曼可积，函数必须是有界的，否则函数不可积。函数黎曼可积，函数可以有有限个间断点，故函数可以不连续，不可导。

若  $f(x) = 1$  函数可积，但函数不单调。

总结：在闭区间上函数可导必连续，连续必可积，可积必有界。

故正确答案为 D

## 5 解析

本题主要考查矩阵的特征值。

令  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ，由矩阵  $A$  的特征多项式

$$\begin{aligned}
 |\lambda E - A| &= \begin{vmatrix} \lambda - 1 & -2 & -2 \\ -2 & \lambda - 1 & -2 \\ -2 & -2 & \lambda - 1 \end{vmatrix} = (\lambda - 1)^3 - 8 - 8 - 4(\lambda - 1) - 4(\lambda - 1) - 4(\lambda - 1) \\
 &= (\lambda - 1)^3 - 12(\lambda - 1) - 16 \\
 &= (\lambda + 1)^2(\lambda - 5)
 \end{aligned}$$

令  $|\lambda E - A| = 0$ , 即  $(\lambda + 1)^2(\lambda - 5) = 0$ , 解得  $\lambda = -1$  或  $\lambda = 5$ , 则其特征值为 -1, -1, 5 共 3 个。

故正确答案为 D

#### 6 解析

本题主要考查正定二次型的确定方法。

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} = \frac{3}{4} > 0$$

由已知得其二次型矩阵一阶顺序主子式为  $|1| > 0$ , 二阶顺序主子式为  $\frac{3}{4} > 0$ , 故二次型  $x^2 - xy + y^2$  正定。

故正确答案为 A

#### 7 解析

本题主要考查正定二次型的判定。

《义务教育教学课程标准（2011 年版）》中指出，数与代数部分是义务教育阶段数学课程的重要内容。第三段“数与代数”内容包括：实数、代数式、方程与方程组、不等式和不等式组、函数，不包括平均数，平均数是“统计与概率”的内容，B 项不正确。

故正确答案为 B

#### 8 解析

本题主要考查初中数学课程的核心概念。

《义务教育教学课程标准（2011 年版）》中指出，创新意识是现代数学教育的基本任务，应体现在数学教与学的过程之中。学生自己发现和提出问题是创新的基础；独立思考、学会思考是创新的核心；归纳概括得到猜想和规律，并加以验证，是创新的重要方法。所以 C 项不正确。

故正确答案为 C

#### 9 解析

本题主要考查导数的运算。

本题是含有参数的求导运算，求质点在时刻  $t = 1$  的速度的大小，即求  $y$  对  $x$  的导数，在  $t = 1$  处的值。

正确答案是：

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \cos t$$

由于速度的水平分量为：

$$\frac{dy}{dt} = \sin t$$

铅直分量为：

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(1 - \cos t)^2 + \sin^2 t} = \sqrt{2 - 2 \cos t}$$

所以质点运动速度的大小为：

当  $t=1$  时，速度为  $\sqrt{2 - 2 \cos 1}$ 。

**10 解析**

本题主要考查空间曲面及曲线方程的知识。

对曲面求偏导数:  $F_x(x, y, z) = 2x$ ,  $F_y(x, y, z) = 2y$ ,  $F_z(x, y, z) = 2z$ , 在点  $(1, 2, 2)$  处处的偏导数为: 所以

$F_x(1, 2, 2) = 2$ ,  $F_z(1, 2, 2) = 4$ ,  $F_z(1, 2, 2) = 4$ , 由于偏导数不同时为零, 存在着切平面, 方程为: 为

$$2(x - 1) + 4(y - 2) + 4(z - 2) = 0 \text{ 整理即可。}$$

正确答案是:

因为球面方程为  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ , 故可设  $F(x, y, z) = x^2$ ,

有  $F_x(x, y, z) = 2x$ ,  $F_y(x, y, z) = 2y$ ,  $F_z(x, y, z) = 2z$ ,

所以  $F_x(1, 2, 2) = 2$ ,  $F_z(1, 2, 2) = 4$ ,  $F_z(1, 2, 2) = 4$ ,

所以在点  $(1, 2, 2)$  处,  $n = (1, 2, 2)$  是法线的一个方向向量。

由此可得球面在点  $(1, 2, 2)$  处的切平面方程为  $2(x - 1) + 4(y - 2) + 4(z - 2) = 0$ , 即

$$x + 2y + 2z - 9 = 0$$

**11 解析**

本题主要考查随机事件的概率。

由于事件  $A$ 、 $B$  相互独立的充分必要条件是  $P(A) \cdot P(B)$ , 本题根据这一判定条件解题即可。

正确答案是:

因为  $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ , 而事件  $A$ ,  $B$  同时发生只有一种情况, 即出现 1, 则  $P(AB) = \frac{1}{6}$ , 所以  $P(A) \cdot P(B) = P(AB)$ , 因此事件  $A$  和事件  $B$  为独立事件。

**12 解析**

本题主要考查初中数学课程知识。

行为动词中的“理解”就是把握内在逻辑联系, 对知识作出解释、扩展、提供证据、判断等。以“平行四边形”为例, 教学目标中理解平行四边形的概念和平行四边形对边、对角相等的性质。这些都属于“理解”的目标层次。学生在学习过程中, 能够把握平行四边形的概念, 通过内在逻辑联系, 以此为前提进行推导, 得到平行四边形的对边、对角等的性质。

正确答案是:

理解一般可以理解为了解、领会, 但是在我们数学中通常的意思是知其然, 又要知其所以然。而对于新课标的知识与技能目标中行为动词“理解”一般指的是对数学中概念、定理、公式等知道其来龙去脉。

例如, 理解平行四边形概念, 指的就是说在教学过程总不是教师通过讲授的方法告诉学生什么是平行四边形, 也不是教师通过让学生纯粹记忆的方法, 让学生记住什么是平行四边形, 教师应该通过一些学生日常生活当中的例子, 让学生观察数据, 寻找规律,

自己归纳总结出平行四边形的概念，只有学生经历了自己观察、分析、总结的过程才有可能知道平行四边形概念的来龙去脉，最终才会理解平行四边形的概念。

### 13 解析

本题主要考查初中数学课程的内容标准，教学工作的基本环节，以及课堂教学设计等相关知识。

(1) 数学定理教学的主要环节有：定理的引入，定理的证明，定理的运用。

(2) 数学定理学习的一般环节：

①了解定理的内容，能够解决什么问题（情境引入中体现）；

②理解定理的含义，认识定理的条件和结论，如在公式推导过程中对条件引起注意，通过对结论从结论、功能、性质，使用步骤等角度分析以加深印象和理解（探索新知中体现）；

③定理的证明或推导过程：学生与老师一起研究证明方法，如不需证明，学生根据老师提供的材料体会定理规定的合理性（探索新知中体现）；

④熟悉定理的使用。循序渐进地定理的应用，将定理纳入已有的知识体系中去（巩固练习中体现）；

⑤引申和拓展定理的运用（知识拓展中体现）。

正确答案是：

“三角形的中位线定理”教学的主要环节有：

(1) 情境引入

话说某天，有两个小朋友得到了一块三角形蛋糕，他们决定把它平分吃掉，你能帮他们解决这个问题吗？若又来了两个人呢？（从三角形的中线引入到三角形的中位线，可以和三角形的中线比较，加深认识。）

(2) 探究新知

①学生自己动手画一条三角形的中位线，通过观察、测量，猜测三角形中位线的性质，把发现的规律用命题形式表示出来。学生亲身经历通过观察、实验等数学活动，发现数学的过程，这对培养学生发现问题和提出问题的能力有重要意义。

②证明三角形的中位线定理

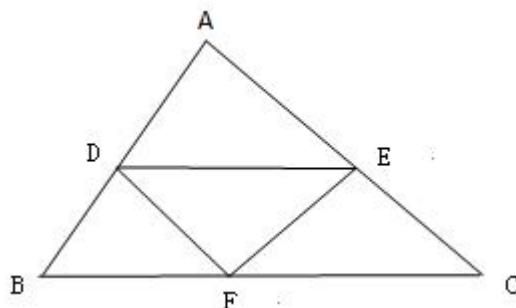
此处证明经验较少，难度较高，可以提示学生从线段倍分转化为相等作为突破口，逐渐引导到利用平行四边形的相关知识解决问题。

③定理总结

展示三角形的中位线定理用几何语言如何表述，以及探讨定理有哪些用处。

(3) 巩固练习

智力过三关如图，在  $\Delta ABC$  中，D、E、F 分别是 AB、AC、BC 边上的中点。



①若  $BC=200px$ ，则  $ED=$  \_\_\_\_\_ cm。

②若  $\Delta ABC$  的周长为 450px, 则  $\Delta DEF$  的周长为\_\_\_\_\_cm

③图中有\_\_\_\_个全等三角形, 有\_\_\_\_个平行四边形, 若  $\Delta ABC$  的面积为  $36\text{cm}^2$ , 则  $\Delta DEF$  的面积为\_\_\_\_ $\text{cm}^2$ 。

#### (4) 综合应用和知识拓展

①任意画一个四边形, 顺次连结四边中点, 得到一个什么四边形?

②证明中点四边形是一个平行四边形。

#### 14 解析

本题主要考查正交变换与正交矩阵的知识。

施密特正交化是求欧氏空间正交基的一种方法, 施密特正交化方法可由  $n$  维欧氏空间的任一个基得到正交基, 再单位化可得到标准正交基。

施密特正交化的过程: 若  $a_1, a_2, \dots, a_r$  为向量空间  $V$  的一个基,

取  $b_1 = a_1$ ,

$$b_2 = a_2 - \frac{(b_1 \cdot a_2)}{(b_1 \cdot b_1)} b_1,$$

$$b_3 = a_3 - \frac{(b_1 \cdot a_3)}{(b_1 \cdot b_1)} b_1 - \frac{(b_2 \cdot a_3)}{(b_2 \cdot b_2)} b_2,$$

.....

$$b_\gamma = a_\gamma - \frac{(b_1 \cdot a_\gamma)}{(b_1 \cdot b_1)} b_1 - \frac{(b_2 \cdot a_\gamma)}{(b_2 \cdot b_2)} b_2 - \dots - \frac{(b_{\gamma-1} \cdot a_\gamma)}{(b_{\gamma-1} \cdot b_{\gamma-1})} b_{\gamma-1}, \quad \gamma$$

那么  $b_1, \dots, b_\gamma$  两两正交, 且  $b_1, \dots, b_\gamma$  与  $a_1, \dots, a_\gamma$  等价。

正确答案是:

取  $R^3$  上一组基:  $e_1 = (1, 0, 0)', e_2 = (0, 1, 0)', e_3 = (0, 0, 1)'$ 。

于是有  $Ae_1 = (1, 1, 3)' = \varepsilon_1, Ae_2 = (1, 2, 4)' = \varepsilon_2, Ae_3 = (0, 1, 1)' = \varepsilon_3$ ,

则  $A(R^3) = \{Aa | a \in R^3\} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}$

$$\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

所以  $r(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = 2$ 。又因为  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  与线性无关, 所以  $A(R^3) = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$

将  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  进行 Smith 正交化可得  $\beta_1 = \varepsilon_1 = (1, 1, 3)'$ ,

$$\beta_2 = \varepsilon_2 - \frac{(\varepsilon_2 \cdot \beta_1)}{(\beta_1 \cdot \beta_1)} \beta_1 = \left( -\frac{4}{11}, \frac{7}{11}, -\frac{1}{11} \right)',$$

所以子空间  $A(R^3) = \{Aa | a \in R^3\}$  的一组正交基是

$$\beta_1 = (1, 1, 3), \beta_2 = \left( -\frac{4}{11}, \frac{7}{11}, -\frac{1}{11} \right)$$

### 15 解析

本题主要考查严谨性与量力性的教学原则，以及课堂导入技巧的教学技能知识。

(1) “严谨性与量力性相结合”教学原则的内涵是指数学逻辑的严密性及结论的精确性，在中学的数学理论中也不例外。所谓数学的严谨性，就是指对数学内容结论的叙述必须精确，结论的论证必须严格、周密，整个数学内容被组织成一个严谨的逻辑系统。教材有时对有些内容避而不谈，或用直观说明，或用不完全归纳法验证，或不必说明的作了说明，或扩大公理体系等，这些做法主要是考虑到学生的可接受性，估计降低内容的严谨性，让学生更好地掌握要学的数学内容。当前数学界提出的“淡化形式，注重实质”的口号实质上也是侧面反映出数学必须坚持严谨性与量力性相结合原则的问题。

(2) 初中数学教学中“负负得正”运算法则引入的方式可以从生活中的负数入手，举出两个引入的方式即可。

(3) 在初中“负负得正”运算法则的教学中，可以根据学生的认知水平和学生接受的难易程度入手，设法安排学生逐步适应的过程与机会，然后再利用一些数学模型解析“负负得正”运算法则，从而体现“严谨性与量力性相结合”的教学原则。

正确答案是：

(1) 数学的严谨性，是指数学具有很强的逻辑性和较高的精确性，即逻辑的严格性和结论的确定性。量力性是指学生的可接受性，这一原则，说明教学中的数学知识的逻辑严谨性与学生的可接受性之间相适应的关系。理论知识的严谨程度要适合学生的一般知识结构与智力发展水平，随着学生知识结构的不断完善，心理发展水平的提高，逐渐增强理论的严谨程度；反过来，又要通过恰当的理论严谨性逐渐促进学生的接受能力。

显然，这一原则是根据数学本身的特点及学生心理发展的特点提出的。但是，在学习过程中，学生心理发展是逐步形成的，不同的年龄阶段，其感知、记忆、想象、思维、能力等心理因素都有不同的发展水平。这种心理发展的渐变性决定了在教学中不可能对数学理论的研究达到完全严密的程度，而应该在不同的教学阶段，依据不同的教学目的和内容而提出不同的严谨要求，即数学教学的严谨性是相对的。

(2) 第一种方法：情景引入



如图，一只蜗牛沿直线  $L$  爬行：它现在位置恰在  $L$  上的点 0.

(1) 如果蜗牛一直以每分 2cm 的速度向右爬行，3 分钟后它在什么位置？  $(+2) \times (+3) = +6$

(2) 如果蜗牛一直以每分 2cm 的速度向左爬行，3 分钟后它在什么位置？  $(-2) \times (+3) = -6$

(3) 如果蜗牛一直以每分 2cm 的速度向右爬行，3 分钟前它在什么位置？  $(+2) \times (-3) = -6$

(4) 如果蜗牛一直以每分 2cm 的速度向左爬行，3 分钟前它在什么位置？  $(-2) \times (-3) = +6$

第二种方法：新旧知识联系

给出口算题请同学们思考：

$$(-2) \times 1 = \underline{\quad} - 2 \underline{\quad}; \quad (-2) \times 2 = \underline{\quad} - 4 \underline{\quad};$$

$$(-2) \times 4 = \underline{\quad} - 8 \underline{\quad}.$$

问题：1. 通过观察这组算式你发现积的正负号与因数的正负号有什么关系？

2. 积的绝对值与因数的绝对值有什么关系？

3. 一个因数减少 1 时，积怎样变化？

处理方式：三道小题可以让学生口答完成。问题中前两个是对异号两数相乘法则的总结，让学生分组讨论，达成共识，完成知识升华，异号两数相乘积为负，积的绝对值等于因数绝对值的积；第 3 个问题对下面知识的学习起到铺垫作用。

你能写出下列结果吗？

$$(-2) \times (-1) = \underline{\quad} 2 \underline{\quad}; \quad (-2) \times (-2) = \underline{\quad} 4 \underline{\quad};$$

$$(-2) \times (-3) = \underline{\quad} 6 \underline{\quad}; \quad (-2) \times (-4) = \underline{\quad} 8 \underline{\quad}.$$

问题：

1. 通过观察这组算式你发现积的正负号与因数的正负号有什么关系？

2. 积的绝对值与因数的绝对值有什么关系？

3. 对比前面一组结果，我们可以得到把一个因数换成它的相反数，所得的积会发生什么变化？

(3) 在初中“负负得正”运算法则的教学中，可以根据学生的认知水平和学生接受的难易程度入手，设法安排学生逐步适应的过程与机会，从正数乘以负数积为负数入手，从上到下，被乘数是不变的，乘数每减少 1，积就增加 4。然后再利用一些数学模型解析“负负得正”运算法则，达到严谨性与量力性相结合。

## 16 解析

本题主要以“有理数运算”的教学过程为例，考查有理数运算的基本知识，初中数学课程的内容标准，有效数学教学以及课堂教学评价与学习评价等相关知识，比较综合性地考查学科知识、课程知识、教学知识以及教学技能的基本知识和基本技能。

(1) 学生丙正确，学生甲、乙错误。

(2) 学生甲有两处错误，一是前两项相乘的符号错误，二是后面一项中  $-2 \times \frac{1}{2} = -1$ ，原因是该同学没有掌握两数相乘同号为正，异号为负，还有对整数乘以分数的运算法则没有掌握；学生乙有两处错误，一是分数中，一个数除以另一个数等于乘以这个数的倒数，二是后面一项中的  $-2 \times \frac{1}{2} = -1$ ，原因是分数除以整数的运算法则理解不清，还有对整数乘以分数的运算法则没有掌握。

(3) 运算能力是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力，有助于学生理解运算的算理，寻求合理简洁的运算途径解决问题。有效提高学生有理数的运算能力，可以从①加强概念、算理的教学，重视展现知识发生与发展的过程；②要认真分析学生出错的原因，找准错误的根源，对症施治；③教师要认真地研究学生，树立正确的学生观；这几个几个方面入手。

正确答案是：

(1) 学生丙的运算过程正确，学生甲、乙的运算过程错误。

(2) 学生甲有两处错误，一是前两项相乘的符号错误，应是两数相乘同号为正，即  $(-105\frac{5}{7}) \div (-5) = 21\frac{1}{7}$ ；二是后面一项中  $-2 \times \frac{1}{2} = -1$ ，原因是该同学没有掌握两数相乘同号为正，异号为负，还有对整数乘以分数的运算法则没有掌握；

$$(-105\frac{5}{7}) \div (-5) = 105\frac{5}{7} \times \frac{1}{5}$$

学生乙有两处错误，一是分数中，一个数除以另一个数等于乘以这个数的倒数，应是

$$-2 \times \frac{1}{2} = -1$$

二是后面一项中的 $\frac{1}{2}$ ，原因是分数除以整数的运算法则理解不清，还有对整数乘以分数的运算法则没有掌握或者粗心。

(3) 运算能力是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力。运算能力有助于学生理解运算的算理，寻求合理简洁的运算途径解决问题。可见，运算能力的构成并不只是简单应用机械重复已学的法则和公式，还包括学生对所学知识的体验、选择与主动建构。为了有效提高学生有理数的运算能力，应从以下几个方面入手：

第一，加强概念、算理的教学，重视展现知识发生与发展的过程。数学新课程的教学突出“经历感受”，教师应明确自己的角色转换，不要囿于传统教学方式中的“告诉”和“讲解”。

第二，要认真分析学生出错的原因，找准错误的根源，对症施治。学生出错的地方往往带有普遍性，如在加减运算、有理数的乘方中经常发生符号错误，在数与多项式相乘的过程中出现运算错误，对乘方的概念理解错误等等。教师要将学生出现的错误作为良好的教学资源，充分利用课堂的集成效应，在学生注意力的黄金时段内重点讲解学生作业反馈中大面积出现的问题，争取集中处理。

第三，教师要认真地研究学生，树立正确的学生观。七年级的学生都经历了小学非负数的运算，头脑中装着“和不小于任一加数，差不大于被减数，运算不考了符合”等等一些计算经验。而在学习有理数的运算过程中，由于引入了负数，出现了新知识与原有知识不相吻合的情况，新知识的图式结构与原有图式相冲突，必须通过顺应来完成。教师的教学必须尊重学生的实际经验，重视学生对知识的理解与实际学习，切不可急于求成。

## 17 解析

本题主要考查一元二次方程的基本知识，初中数学课程的内容标准，常用的教学方法、课堂导入技巧、有效数学教学以及课堂教学评价与学习评价等相关知识。

(1) 教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。有效的教学活动是学生学与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者、引导者和合作者。数学教学活动应激发学生的学习兴趣，调动学生积极性，引发学生思考，鼓励学生的创造性思维。在教学的过程中教师应培养学生良好的数学学习习惯，使学生掌握恰当的数学学习方法。也注重以学生的认知发展水平和已有经验为基础，面向全体学生，采取启发式和因材施教的教学。学生在生动活泼的、主动的教学课堂中，更容易吸收知识，但也应注重多种学习方式相结合，除接受学习外，动手实践、主动探索与合作交流同样是学习数学的重要方式。

教师甲的教学方案，相对于乙教师来说，更加非常符合素质教育的要求。

(2) 针对“一元二次方程”概念，设计不同难度的两道例题和两道练习题，题目的难度应适当，目的是加深学生对“一元二次方程”概念的理解。

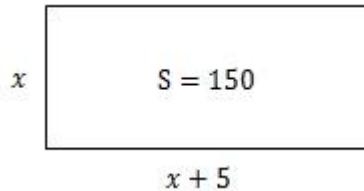
正确答案是：

(1) 教师甲的做法非常符合素质教育的要求，在教学中体现教师的组织者、引导者的作用，学生的主体地位。在学生已有知识的基础上预设了正面的教学环境，先让学生利用已有的知识，列出相应的方程，再逐步引进新的教学内容，对比一元一次和一元二次方程的区别，进而引导学生总结出一元二次方程的概念，体现了螺旋上升课堂内容安排和预设生成的要求，同时也充分地调动了学生学习的积极性和主动性，是非常好的课堂设计。

教师乙的做法相对教师甲来说，是有所欠缺的，没有给学生预设情境，直接让学生去生成一元二次方程的概念，加大了学生接受新知识的难度，同时还不利于学生对新知识的透彻理解，虽然体现了学生的主体地位，但是老师的引导作用没有充分发挥。

(2) “一元二次方程”概念的引入的两道例题：

例题 1：剪一块面积是 $150\text{cm}^2$ 的长方形铁片，使它的长比宽多 $5\text{cm}$ ，这块铁片应如何剪？



设长方形宽为 $x\text{cm}$ , 则有, 整理得 $x^2 + 5x - 150 = 0$ 。

例题 2: 学校图书馆去年年底有图书 5 万册, 预计到明年年底有 7.2 万册, 求这两年的平均增长率。

设这两年的平均增长率为 $x$ , 则今年年底的图书数是 $5(1+x)$ 万册, 明年年底的图书数是

$$5(1+x)(1+x) = 5(1+x)^2 \text{ 万册}.$$

可列方程  $5(1+x)^2 = 7.2$ ,

“一元二次方程”概念巩固的两道练习题:

练习题 1: 下列方程都是整式方程吗? 其中哪些是一元一次方程, 哪些是一元二次方程?

$$\textcircled{1} \quad 4x - 3 = 6x + 5$$

$$\textcircled{2} \quad (1+x)(x-3) = x^2 - 6$$

$$\textcircled{3} \quad 2x = y^2 - 1$$

$$\textcircled{4} \quad 3x^2 + 1 = x(2x^2 - 1)$$

练习题 2: 关于 $x$ 的方程  $mx^2 - 3x = x^2 - mx + 2$  是一元二次方程的条件是什么?