2019 年下半年中小学教师资格考试

《初中数学学科知识与能力》参考答案及解析

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1.答案:D。$\lim\limits_{x\to\infty} q^x = 0, 0<q<1$

2.答案:B。M（X+Y）=MX+MY

3.答案:D。$\int_{-1}^{1}\frac{e^x-e^{-x}}{2}dx=0$

4.答案:A。$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$

5.答案:D。向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\beta_1$ 的与向量组 β_1,β_2 的秩无关

6.答案:B。$a+b+c=0$

7.答案:D。对称

8.答案:D。指挥者

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9.答案：（1）$(y_1-3)^2+(y_2-5)^2=1$；（2）不变的是对称性，变化的是对称中心。

解析：（1）$\because \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{2}x_1+3 \\ \frac{1}{3}x_2+5 \end{bmatrix}$，$\begin{cases} x_1=2(y_1-3) \\ x_2=3(y_2-5) \end{cases}$，$\therefore \frac{4(y_1-3)^2}{4}+\frac{9(y_2-5)^2}{9}=1$，即 $(y_1-3)^2+(y_2-5)^2=1$。

（2）变换后，椭圆变为圆 $(y_1-3)^2+(y_2-5)^2=1$，不变的是对称性，前后均为轴对称图形，变化的是对称中心，对称中心变为（3，5）。

10．答案：（1）$2+\frac{\pi^3}{6}$；（2）$\frac{\pi^2}{2}$。

解析：（1）$S=\int_0^{\pi}(\sin x-x^2+\pi x)dx=(-\cos x-\frac{1}{3}x^3+\frac{\pi}{2}x^2)|_0^{\pi}=2+\frac{\pi^3}{6}$；

（2）$V=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x dx=\pi\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}dx=\pi\times(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x)|_0^{\pi}=\frac{\pi^2}{2}$。

11.答案：$\frac{25}{26}$。

解析：不放回的连续抽 5 次，总的基本事件是 A_{16}^5，最多抽 3 个白球的对立事件是抽到 4 个白球或 5 个白球，即为 $A_8^4A_8^1+A_8^5$，因此至少有 3 个白球的概率是 $P=1-\frac{A_8^4A_8^1+A_8^5}{A_{16}^5}=\frac{25}{26}$。

12.参考答案：**(1)**函数与方程的思想方法：函数思想是指用函数的概念和性质去分析问题、转化问题和解决问题;方程思想是从问题的数量关系入手，应用数学语言将问题中的条件转化为数学模型(方程(组)、不等式(组))，然后通过解方程或不等式来解决问题。

(2)数形结合思想：所谓数形结合思想，就是在研究问题时把数和形结合考虑，把问题的数量关系转化为图形性质，或把图形性质转化为数量关系，从而使复杂问题简单化，抽象问题具体化。解题中的数形结合，是指对问题既进行几何直观的呈现，又进行代数抽象的揭示，两个方面相辅相成，而不是简单地代数问题用几何方法或几何问题用代数方法，两方面有机结合才是完整的数形结合。如：在解应用题中常常借助线段图的直观帮助分析数量关系。

(3)转换化归的思想方法：由数学结论呈现的公理化结构，使得数学上任何一个正确的结论都可以按照需要和可能而成为推断其他结论的依据，于是，任何一个待解决的问题只需通过某种转化过程，归结到一类已经解决或比较容易解决的问题上，即可获得原有问题的解决，这就是转换化归的思想方法。它是一种极具数学特征的思想方法。简言之，就是指在求解数学问题时，如果对当前的问题感到生疏困惑，可以把它进行变换转化，化繁为简、化难为易、化生为熟，从而使问题得以解决。这种思想是科学研究与数学学习中常用的方法，它是解决问题获得新知的重要思想。数学问题解决中的模式识别、分类讨论、消元、降次等策略或方法，都明显体现了转换化归的思想方法。

13.参考答案:课堂上学生能否自主参与学习活动是学生能否成为学

习的主人的明显标志。只有学生在情感、思维、动作等方面自主参与了教学活动，学生学习的主体性才能体现，才能使他们以最大的热情、最佳的精神状态投入到数学学习中。

1.情意原则——激发动机与兴趣

创设问题情境，以问题引导学习，形成认知冲突，激发求知欲，激活思维。同时，通过“追问”等方式，使学生的这种心理倾向保持在一个适度状态。

2.过程原则——“两个过程”有机整合，调动学生积极性

“两个过程”就是数学知识的发生发展过程和学生的数学学习过程。贯彻过程原则，必须做好两个还原：**(1)**还原知识的原发现过程，这就要求我们在教学设计中思考数学知识结构的建立、推广和发展过程;数学概念的产生过程;解题思路的探索过程;数学思想方法的概括过程等。**(2)**学生思维过程的还原，这就要求我们在教学设计中，为学生构建一条“从具体到抽象，由此及彼、由表及里，从个别到一般，从片面到”的思维通道。

在两过程中，采用多种教学方式相结合，比如将多媒体信息技术融于课堂教学，利用多媒体信息技术图文并茂、声像并举、能动会变、形象直观的特点为学生创设各种情境，可激起学生的各种感官的参与，调动学生强烈的学习欲望，激发动机和兴趣。同时，形象直观能突破视觉的限制，多角度地观察对象，并能够突出要点，有助于概念的理解和方法的掌握。

3.调控原则——强调“反馈一调节”机制的应用，有效监控教学活动

任何有计划的活动都需要有一个调控机制，这样才能使活动目标有效达成。为了使教学活动维持在最佳状态，追求教学的高效益，“反馈一调节”机制的使用是必需的.实际上就是通过及时调控，始终使学生在自己的“思维最近发展区”内活动：采取有步骤地设置思维障碍等方法，铺设恰当的认知阶梯，呈现与学生“思维最近发展区”相适应的学习任务，可以激发学生的学习热情。但一个班级那么多学生，学习基础各不相同，设置的学习任务要适应个别差异，这是一个难题，需要教师的智慧。学习任务难易不当，都不利于学生保持高水平学习热情。应通过教学反馈，及时发现问题，通过调整设问方式，增加提示信息或进一步设置障碍等方法调整学习任务的难度。

三、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分）

14.答案:

（1）拉格朗日中值定理；

（2）$|f'(x)|\le|f(x)|$；

（3）步骤（3）是步骤（1）中的x取ξ_1；

（4）$|f(\xi_3)-f(0)|x^3=|f'(\xi_4)|\xi_3x^3\le|f(\xi_4)|\xi_3x^3\le|f(\xi_4)|x^4\ (0<\xi_4<\xi_3<\xi_2<x)$，

……，

$|f(\xi_{n-1})-f(0)|x^{n-1}=|f'(\xi_n)|\xi_{n-1}x^{n-1}\le|f(\xi_n)|\xi_{n-1}x^{n-1}\le|f(\xi_n)|x^n$

$(0<\xi_n<\xi_{n-1}<\cdots<\xi_2<\xi_1<x)$，

$\therefore|f(x)|=|f(x)-f(0)|\le|f(\xi_n)|x^n$；

因为函数$f(x)$在[0，1]上可导，所以函数$f(x)$在[0，1]上连续，从而函数$f(x)$在[0，1]上有界，

当$x\in[0,1)$时，$0\le|f(x)|\le\lim\limits_{n\to\infty}|f(\xi_n)|x^n=0$，$\therefore f(x)=0,x\in[0,1)$；

当$x=1$时，$0\le|f(1)|=|f(1)-f(0)|\le|f(\xi_n)|1^n=0$，$\therefore f(1)=0$；

$\therefore f(x)=0,x\in[0,1]$。

四、论述题(本大题共 1 小题，共 15 分)

15.参考答案:

认真听讲、善思好问、质疑反思、合作交流等这些都是良好的学习习惯，教师在教学中可以通过以下几个方面帮助学生养成良好的学习习惯：

(1)激发学生的兴趣.在数学课堂上，教师要更多地在激发学生学习兴趣上下工夫，要通过自己的教学智慧和教学艺术，充分展示数学的亲和力，拨动学生的好奇心，激发学生学习数学的原动力，使学生由厌学到乐学，最终达到会学，使其养成认真听讲的好习惯。

(2)运用启发式教学，引发学生思考.教师在课堂教学中可以运用问题

串，通过新旧知识之间的联系引发学生的认知冲突，由易到难，由浅入深，层层递进，不断引发学生的数学思考，使其养成勤于思考、善于思考的良好学习习惯。

(3)鼓励学生质疑和标新立异.教师在课堂授课过程中要鼓励学生从不同的角度，运用不同的方法进行解答，鼓励一题多解及质疑问难，只有在课堂当中营造鼓励质疑的氛围，学生才能在日常的学习中养成质疑问难的良好学习习惯，使其不仅知其然，更知其所以然。

(4)教师在课堂教学中需要发挥学生的主体地位，除接受学习外，还需要着重培养学生动手实践、自主探究和合作交流等好的数学学习方法，使其成为学生的学习习惯。

总之，好的学习习惯的养成不是一蹴而就的，它需要教师在日常教学中刻意诱导，潜移默化，点滴积累，通过较长时间的磨炼，最后方能习以为常，养成良好的学习习惯。

五、案例分析题（本大题共 1 小题，共 20 分）

16.参考答案:

（1）首先该生的解题步骤不规范，第一步不能先移项。

针对分式方程的解题步骤一般采用如下环节，

第一步：去分母，即在分式方程两边乘同一个含未知数的式子（最简公分母），

第二步：移项

第三步：合并同类项

第四步：系数化一

第五步：检验

其次在第二步到第三步过程中运用分子、分母同时消去公因式$(x-2)$错误，忽略了$(x-2)$是有可能为 0 的，只有确定了$x-2\neq 0$才可以这样进行化简。

（2）一般解法：$\dfrac{1-x}{x-2}=\dfrac{1}{2-x}+3$

解：去分母，两边同乘$(x-2)$得：$1-x=-1+(x-2)$；

化简得：$1-x=x-3$

移项得：$-x-x=-3-1$

合并同类项得：$-2x=-4$

系数化为 1 得：$x=2$

检验：当$x=2$时，$x-2=0$，因此$x=2$不是原分式方程的解，

所以原分式方程无解。

(3)①函数与方程的思想方法：在解方程与列方程的过程中就运用到从问题的数量关系入手，应用数学语言将问题中的条件转化为数学模型(方程(组)、不等式(组))，然后通过解方程或不等式来解决问题的思想方法。

②数学模型的思想方法：中学数学中的“列方程解应用题”就是数学模型思想方法的应用。这类题的基本思路是：根据题意(实际问题)列出方程(数学模型)，运用数学方法求解方程(数学问题的解);根据问题的实际意义检验方程解的合理性，给出原问题的答案

③转换化归的思想方法：在解方程的过程中移项、合并同类项、系数化为 1 的方法，都明显体现了转换化归的思想方法。

④假设思想方法：在列方程的过程先对题目中的已知条件或问题作出某种假设，然后按照题中的已知条件进行推算，根据数量出现的矛盾，加以适当调整，最后找到正确答案的一种思想方法。

六、教学设计题(本大题共 1 小题，共 30 分)

17.参考答案:

(1)角平分线的性质定理：角平分线上的点到角两边的距离相等

(2)教学过程

导入环节

引导学生回顾角平分线的尺规作图方法，并在练习本上绘制出任意一个角∠**AOB**，并画出它的角平分线 **OC**。进一步提问在 **OC** 上任取一点 **P**，过点 **P** 画出 **OA**、**OB** 的垂线，分别记垂足为 **D**、**E**。观察、测量 **PD**、**PE** 并作比较，你发现了什么呢?进一步引出课题《角平分线的性质》。

【设计意图】引导学生回顾旧知拉进学生与新知识的距离，并强化学生对角平分线画法的掌握。设置学生动手操作的教学活动调动学生的积极性，使得学生更愿意参与到教学活动中。针对 **PD**、**PE** 大小比较的结论设疑，一方面可以帮助学生养成勤于思考的学习习惯，另一方面也为学生学习角平分线的性质定理做铺垫。

新授环节：

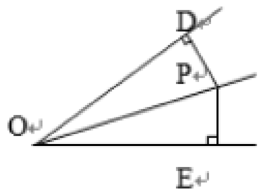
活动一：猜想

引导学生在OC上再取几个点进行测量，从测量出的多组数据中进行归纳。尝试猜想：角平分线上的点到角两边的距离相等。

活动二：探究验证

提出探求问题，“角平分线上的点到角两边的距离相等”这一猜想是否正确?又要如何验证呢?

教师引导学生将上述猜想转化为具体的规范的数学语言，并明确已知条件、以及未知条件。“已知角平分线上的任意一点 P 分别作 OA、OB 的垂线，垂足分别为 D、E，求证 PD=PE”并利用多媒体展示如下几何图形。



组织学生同桌之间讨论并畅所欲言可以利用之前学过的哪些知识进行证明？尝试说一说证明思路

预设：证明△POD ≌△POE,验证结论的正确性。

组织学生前后桌结成学习小组根据刚刚讨论得出的思路，进行思考讨论并写出证明过程。

学生完成之后，随机请小组代表进行总结发言，并由一位小组代表上台板演证明过程，教师加以强调证明过程的书写格式，规范如下，

证明：∵PD⊥OA,PE⊥OB。

∴∠PDO=∠PEO=90°，

在△POD和△POE中，

$$\begin{cases}\angle PDO=\angle PEO\\ \angle AOC=\angle BOC\\ OP=OP\end{cases}$$

∴△POD ≌△POE,（AAS）

∴PD=PE。

并引导学生利用该求证过程，总结证明几何命题的一般步骤为：①明确题目中的已知和求证;②根据题意画出图形，并用数学符号表示已

知和求证;③分析，找出由已知推出求证的条件，并写出证明过程。

【设计意图】组织学生通过多次测量猜想结论重视知识的产生发展过程，教师引导学生规范表达明确已知条件以及求证条件增强学生的严谨意识。引导学生在已有经验的基础上利用三角形全等的知识进行验证证明提高学生应用数学的意识与能力以及分析解决问题的能力。且学生经历猜想验证过程可以锻炼其数学思维，并发展逻辑推理能力。

(3)学生在小学阶段已经对基本几何图形有过接触，因此在教学的过程中，

①要注意与学生已学知识的衔接，总结和提高。把握好学生从直观到抽象的思维重心的转变。

②充分利用教科书中提供的情境以及现实生活中大量存在的实例，从中抽象出几何图形，然后着重分析并对照图形的特征，把概念与图形结合起来，进而揭示它们的本质属性。

③重视知识发生过程的教学，对概念，应使学生参与其形成过程，即怎样从实例抽象概括出来，例如，体的概念是怎样从实物中抽象出来的;对图形的性质，应引导学生积极观察、实验、思考、探究和交流，通过教学活动，自己得出结论，例如，本题的角平分线的性质的教学过程设计。

④重视文字语言和图形语言的教学，与基本概念有关的语言有描述性语言，又有严谨、准确的数学语言，还要结合图形的表示法进行一些符号语言的学习，以及进行画图，认图的学习，在学习过程中，应当注意文字语言、符号语言、图形语言结合运用。

⑤教师应注意学生在活动的主体性,给学生参与数学活动留下充分的时间与空间。引导他们积极参与、主动探究和合作交流，积累活动经验,获得成功的体验，调动学生的学习积极性，培养学习数学的兴趣，为今后的数学学习创造良好的开端。