

## 2023年下半年教师资格证考试《初中数学》题答案解析

1.本题主要考查极限的相关知识。

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{2^2+4+4}{4} = 3$$

C项正确。

A、B、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**C**

2.本题主要考查定积分的相关知识。假设  $f(x)=x\ln x$ ,  $F'(x)=f(x)$ , 所以原式  
 $= F(x)|_1^e + F(t)|_e^1 = 0$ 。A项正确。

B、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**A**

3.本题主要考查行列式的相关知识。

$$|MN| = |M||N| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2 \times 0 - 1 \times 1) \cdot (1 \times 2 - 1 \times 0) = -1 \times 2 = -2$$

A项正确。

B、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**A**

4.本题主要考查秩的相关知识。将矩阵进行初等行变化，

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

从而可知非零行数量为2，所以该矩阵的秩为2。C项正确。

A、B、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**C**

5.本题主要考查方差的相关知识。语文：由于三人语文成绩全部都是80，所以整体数据无任何波动，

$$\text{故 } s^2=0; \text{ 数学: } \bar{x}=\frac{100+60+80}{3}=80$$

，所以

$$s^2=\frac{1}{3}[(100-80)^2+(80-80)^2+(60-80)^2]=\frac{800}{3}; \text{ 英语: } \bar{x}=\frac{100+70+100}{3}=90$$

，所以

$$s^2=\frac{1}{3}[(100-90)^2+(70-90)^2+(100-90)^2]=200$$

；政治：由于三人政治成绩全部都是100，所以整体数据无任何波动，故  $s^2=0$ ；综上所述数学的方差最大。B项正确。

A、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**B**

6.本题主要考查空间平面方程的相关知识。由题可知平面方程为  $x+2y-z=0$ ，所以平面的法向量为  
 $\vec{n}=(1,2,-1)$ ，所以A选项错误；对于B选项，由  $z=1-x-2y$ ，可知该平面法向量  $\vec{n}_1=(-1,-2,-1)$ ，

$\vec{n}$ 不平行于 $\vec{n}_1$ ，所以两个平面不平行；对于C选项，把(0,0,0)代入平面 $\pi$ 的方程 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{2-z}{2}$ 得 $0+2\times0-0=0$ ，满足方程，所以原点在平面上；对于D选项，直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{2-z}{2}$ 的方向向量 $\vec{s}$ 为(2,4,-2)， $\vec{s} \parallel \vec{n}$ ，所以直线与平面 $\pi$ 垂直。D项正确。

A、B、C三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**D**

7.本题主要考查初中数学教学设计的相关知识。对于反比例函数的教学需要注意强调 $y=\frac{k}{x}$ ，其中 $k>0$ 或者 $k<0$ ，其中 $k \neq 0$ ；且函数方程严格满足此方程形式；在 $k>0$ 时候，函数图象过一、三象限，且在每个象限内都是单调递减， $k<0$ 时，函数图象过二、四象限，且在每个象限内都是单调递增，对于以上两种情况下的函数图象都是在每个象限内连续不断的曲线，基于以上可知①②④都是学生容易犯错的地方；其中③， $y=\frac{1}{x-1}$ 确实不是反比例函数。B项正确。

A、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**B**

8.本题主要考查课标的相关知识。根据初中数学内容可知：①能用有理数估计无理数的取值范围，②能画一次函数的图象，为初中内容要求。A项正确。

B、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为**A**

9.正确答案是：

由题可知，该方程为齐次线性方程，其系数矩阵为 $A = \begin{pmatrix} k+2 & -1 & 1 \\ k & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ，若该方程有无数个解，则可知该矩阵的秩 $R(A) < 3$ （未知数的数量），所以 $|A|=0$ ，即

$$\begin{vmatrix} k+2 & -1 & 1 \\ k & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 + (-2) + 2k - 0 - 4(k+2) - 0 = 0, \text{ 解得 } k = -5$$

10.正确答案是：

(1) 设 $A(a,b,c)$ ，因为 $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}$ ，根据题意易得 $\overrightarrow{BC} = (1,1,0)$ ， $\overrightarrow{BD} = (-1,-1,0)$ ，即

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (0,0,2), \text{ 所以 } A(0,0,2);$$

(2) 根据题意可知, 四面体的高为  $|\overrightarrow{BA}|=2$ , 底面为三角形BCD, 又因为  $|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{2}$  由  
于  $\overrightarrow{CD}=(-2,0,0)$ ,  $|\overrightarrow{CD}|=2$ , 根据勾股定理易得三角形BCD为等腰直角三角形, 所以

$$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1 \quad V=\frac{1}{3}\times1\times2=\frac{2}{3}$$

11. 正确答案是:

将三个小球放入三个盒子中, 共有  $A_3^3=3\times2\times1=6$  (种) 不同的放法, 其中随机变量X的可能值为0、1、3,  $P(X=0)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ,  $P(X=1)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ,  $P(X=3)=\frac{1}{6}$ , 可得分布列:

$X$	0	1	3
$P$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{6}=1$$

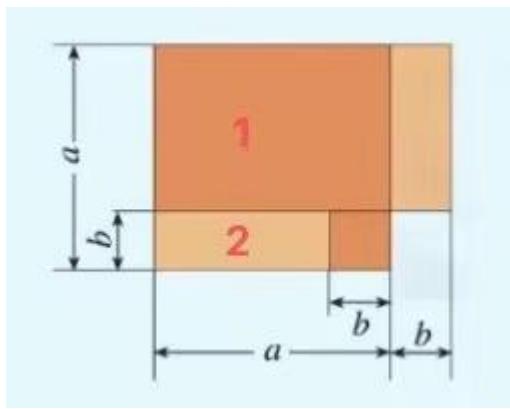
所以 数学期望是1

12.

正确答案是:

教学材料的选取应尽可能贴近学生的现实, 以利于学生经历从现实情境中抽象出数学知识与方法的过程, 学生的现实主要有生活现实、数学现实、其他学科现实, 例如在函数教学时, 首先出示一些有关学生生活现实的问题, 例如坐火车、水池放水、购物消费都情境问题, 进行列式研究其中各种量的关系, 其中例子贴近学生现实, 也可让学生从现实情境中抽象出数学公式、数学概念, 并且也会涉及一些其他学科的知识(例如物理: 速度、路程、时间等), 完全体会了上述理念。

13. 正确答案是:



根据上图可知, 把图形2移到图形1的右边, 得到新的长方形, 长为  $(a+b)$ , 宽为  $(a-b)$ , 图形1与图形2的面积和也可以表示为:  $a^2-b^2$ , 所以  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

14. 正确答案是:

(1) 由于直线l与直线  $y=-x+1$  垂直, 所以直线l的斜率为1, 又因为该直线过原点  $(0,0)$ , 所以该直线l的方程为  $y=x$ ;

(2) 联立方程  $\begin{cases} y = x \\ y = -x^2 + 4x \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$ , 所以封闭图形面积为  

$$\int_0^3 (-x^2 + 4x - x) dx = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^3 = \left(-\frac{1}{3} \times 3^3 + \frac{3}{2} \times 3^2\right) - 0 = \frac{9}{2}$$

公众号：面包资料屋

15. 正确答案是：

学生对于老师讲过的题就会做，遇到没讲过的题却不会做了，在教学中遇到这种情况可能是因为：第一，学生没有真正理解解题的原理。第二，学生忽视了数学知识之间的联系，没有建立模块化的知识体系导致不会活学活用。第三，教师练习题目的选取不合适。

为避免此种情况的发生，教师可以：第一，讲解知识时要更注重启发性，课标指出高中数学教学以发展学生数学学科核心素养为导向，创设合适的教学情境，启发学生思考，引导学生把握数学内容的本质。因此老师可以融合多种教学方法，设计一系列启发性问题，让学生真正参与知识的形成过程中，真正理解解题的原理以及掌握方法。

第二，在设计课堂教学时，要关注数学前后逻辑体系、内容主线、知识之间的关联，重视数学实践和数学文化，明晰数学学科核心素养在内容体系形成中表现出的连续性和阶段性，引导学生从整体上把握课程。

第三，教师可以根据课时和学情，分层选取不同难度、类型以及综合性的题目，帮助学生循序渐进地掌握做题方法，做到举一反三

16. 正确答案是：

(1) 遇到分式相加减，首先观察比较，辨别是同分母分式相加减，还是异分母分式相加减；若是同分母分式相加减，分母不变，只把分子相加减，若是异分母分式相加减，先通分，变为同分母分式，再加减，运算的结果，能约分的一定要约分，将结果化为最简形式；

(2) 分式的基本性质，分子分母同时乘或除以一个不为0的数或者式子，分式大小不变；

(3) 我不完全认同该老师的说法，对于异分母分式的加减法计算法则为先通分，变为同分母分式，再加减，运算的结果，能约分的一定要约分，将结果化为最简形式，对于部分分式运算如果可以提前化简加数中的分式，确实可以简便运算，但是这种方法不能让所有分式运算都能简便，甚至有时

会做一些无用功，例如： $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x^2-1}{x(x-1)}$ ，若先化简为  $\frac{x-2}{x-2} + \frac{x+1}{x}$  再计算，反而徒增计算

17. 正确答案是：

(1) 作法：

①连接OP,

②以OP为直径作圆  $O'$ ，与圆O交于AB两点,

③做射线PA, PB, PA, PB即为圆O的切线；

(2) 教学目标：

①理解切线长定理的由来，并掌握切线长定理；

②通过独立思考、小组讨论等过程，提升学生分析和解决问题的能力，培养数学推理能力、符号意识；

③激发求知欲，培养良好的数学思维习惯、勤于动脑的学习习惯，增强学好数学的信心。

教学过程：

一、新课导入

[mbdata.site](http://mbdata.site)

教师活动：课堂伊始，提出问题：过圆外一点作圆的切线，可以做几条？引导学生认真思考后作答，  
教师给予相应评价。  
公众号：面包资料屋

学生活动：思考后得出结论：可以做两条。

教师活动：再次抛出问题：这两条切线间有什么特殊关系吗？顺势引出本节课课题——《切线长定理》。

设计意图：通过问题导入，可激发学生的求知欲，集中学生注意力，发挥学生主体性。

## 二、新课讲授

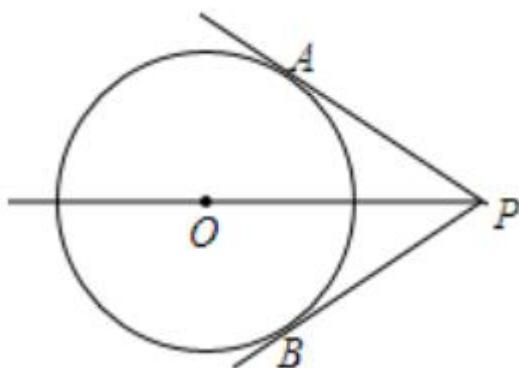
### 环节一：“尺规作图-切线”

教师活动：教师示范讲解；“过圆O外一点P作圆O的切线”的尺规作图方法，并组织学生形成小组互相练习，期间教师走下讲台进行相应指导，后请学生代表上台板演做题步骤，教师给予相应评价。

学生活动：仔细记录尺规做题步骤，并进行练习。

### 环节二：切线长定理探究

教师活动：提出问题：如图，PA，PB是圆O的两条切线，切点分别为A，B，沿着直线PD将图形对折，图中的PA与PB， $\angle APO$ 与 $\angle BPO$ 有什么关系？如何证明此关系？同时将学生分为前后桌4人一小组，进行讨论。限时5分钟，期间教师进行巡视指导，必要时作出指导。



学生活动：积极主动地进行讨论，并给出作答如下：连接OA与OB， $\because$ PA与PB是圆O的切线，  
 $\therefore OA \perp AP$ ,  $OB \perp BP$ , 又 $OA=OB$ ,  $OP=OP$ ,  $\therefore Rt\triangle AOP \cong Rt\triangle BOP$ ,  $\therefore PA=PB$ ,  
 $\angle APO=\angle BPO$ 。

教师活动：再次强调讲解以上证明结论，提出切线长定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线夹角。

### 环节二：总结梳理

教师活动：教师为学生梳理“过圆O外一点P作圆O的切线”的尺规作图方法以及切线长定理。

设计意图：通过设置问题，层层提问，利用提问法和引导法引导学生进行问题的思考并进一步的讨论，体现了教师的主导性作用。

## 三、巩固练习

教师通过多媒体展示有关切线长定理不同类型、不同层次的练习题目，引导学生独立思考并作答，或者找学生代表在黑板上进行板演，完成后教师针对结果给予评价并总结。

设计意图：设置不同层次的练习题，不仅能使学生新学的知识得到及时巩固，也能使学生的思维能力得到有效提高，使其更好地学以致用，找学生代表在黑板上演示，也充分体现了学生的主体性地位。最后针对练习结果，进行统一订正，并及时对学生的回答作出评价，体现了课程评价在课堂中的合理应用。

## 四、课堂小结

教师引导学生从知识、能力或情感等方面畅谈本节课的收获，针对学生的回答，采用多种方式进行评价并总结。

设计意图：在小结环节先让学生自评，接着让学生互评，最后教师表扬全班学生，不仅可以检验学生对本节课重点内容的认知情况，更能进一步增强学生的自信心和荣誉感，使他们更加热爱数学。

## 五、课后作业

modata.site

学生完成课后剩余练习题或者教师自主设计一道能用本节课所学知识解决的生活实际问题。

设计意图：对本节课知识进行再巩固、再认识

公众号：面包资料屋