

2024 年上半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力（初级中学）答案

1. 【答案】D

本题主要考查行列式的计算的相关知识。

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0+1+1-0-0-0=2。D 项正确。$$

A、B、C 三项：与题干不符，排除故正确答案为 D。

2. 【答案】B

本题主要考查空间平面的位置关系的相关知识。平面 $x-y+z=0$ 的法向量为 $n_1=(1,-1,1)$ ，平面 $x+y+z=1$ 的法向量为 $n_2=(1,1,1)$ 。因为 $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$ ，且 $n_1 \cdot n_2 = 1 \times 1 + (-1) \times 1 + 1 \times 1 = 1 \neq 0$ ，故两平面相交而不垂直。B 项正确。

A、C、D 三项：与题干不符，排除

故正确答案为 B。

3. 【答案】A

本题主要考查无穷小量的比较的相关知识。因为 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$ ，所以当 $n \rightarrow \infty$ 时， $\frac{1}{n}$ ， $\frac{1}{2^n}$ ， $\frac{1}{n^2}$ 趋近于 0 的速度按从快到慢的顺序排列为 $\frac{1}{2^n}$ ， $\frac{1}{n^2}$ ， $\frac{1}{n}$ 。A 项正确。

B、C、D 三项：与题干不符，排除。故正确答案为 A。

4. 【答案】C

本题主要考查特征值与特征向量的相关知识。设 M 的对应于特征值 2 的一个特征向量为 $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ，则 $MX = \lambda X$ ，即 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ，所以 $\begin{cases} 2x_2 = 2x_1 \\ 2x_1 = 2x_2 \end{cases}$ ，解得 $X = a \cdot (1, 1)^T$ ($a \neq 0$)。观察选项，只有 C 项满足。

A、B、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 C。

5. 【答案】C

本题主要考查可逆矩阵的性质的相关知识。因为 $|X| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$ ，所以向量组 α, β, γ 线性

无关，则 α, β, γ 可以作为 R^3 中的一组基， $R(X)=3$ ，且矩阵 X 为可逆矩阵，A、B、D 三项正确，C 项错误。

故正确答案为 C。

6. 【答案】D

本题主要考查空间曲面方程的相关知识。

A 项：单叶双曲面的方程表示为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ ，故不符合题意，排除；

B 项：椭圆柱面的方程表示为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，故不符合题意，排除；

C 项：抛物柱面的方程表示为 $x^2 = 2py$ ， $y^2 = 2px$ 等，故不符合题意，排除；

笔试题考生回忆版

D 项：椭圆抛物面的方程表示为 $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = z$ ($p, q > 0$)，故符合题意，当选。

故正确答案为 D。

7. 【答案】A

本题主要考查课程标准的核心素养的相关知识。推理能力主要是指从一些事实和命题出发，依据规则推出其他命题或结论的能力。根据题干条件可知这一过程有助于培养学生的推理能力。A 项正确。

B、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 A。

8. 【答案】A

本题主要考查教学论的相关知识。依据中学数学教学的基本原则中严谨性与量力性相结合的原则，根据中学生的知识水平与接受能力，数学教学必须循序渐进，量力而行。故确定数学教学难度的主要依据为学生的接受能力。D 项正确。

A、B、C 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 D。

9. 【参考答案】

介值定理：设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，且在这区间的端点取不同的函数值 $f(a)=A$ 及 $f(b)=B$ ，则对于 A 与 B 之间的任意一个数 C ，在开区间 (a, b) 内至少有一点 ξ ，使得 $f(\xi)=C$ ($a < \xi < b$)。

证明：存在性：令 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x - 25$ ，则 $f(1) = -15$ ， $f(2) = 7$ ，根据介值定理可得，在区间 $(1, 2)$ 之间存在一点 ξ ，使得 $f(\xi) = 0$ 。

唯一性：令 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x - 25$ ，则 $f'(x) = 3x^2 + 6x + 6$ ，显然，方程 $3x^2 + 6x + 6 = 0$ 的根判别式 $\Delta < 0$ ，则 $f'(x) > 0$ 在 $\mathbb{R}$ 上恒成立，于是 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 有唯一零点。

因此方程 $x^3 + 3x^2 + 6x - 25 = 0$ 有且只有一个实根。

10. 【参考答案】

设 $\vec{c} = (x, y, z)$ ，则有 $\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = (z - y, x - z, y - x) = (0, 3, -3)$ ，即 $\begin{cases} z - y = 0 \\ x - z = 3 \\ y - x = -3 \end{cases}$ ，则 $y = z = x - 3$ ①。又因为 $|\vec{c}| = \sqrt{6}$ ，所以 $|\vec{c}|^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 6$ ②，联立①② $x = 2, y = z = -1$ ，因此 $\vec{c} = (2, -1, -1)$ 。

11. 【参考答案】

因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，所以在 $x=0$ 处连续，从而有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$ ，即 $1+b=-1$ 即 $b=-2$ ，又由 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，得 $f'_{-}(0) = f'_{+}(0)$ ，而 $f'_{-}(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax - 1 - (-1)}{x} = a$ ，

$f'_{+}(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + b - (1 + b)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ，则 $a=1$ 。

故 $\int_1^1 f(x) dx = \int_1^0 (x-1) dx + \int_0^1 (e^x - 2) dx = (\frac{1}{2}x^2 - x)|_1^0 + (e^x - 2x)|_0^1 = e - \frac{9}{2}$ 。

12. 【参考答案】

笔试真题考生回忆版

内涵：几何直观主要是指运用图表描述和分析问题的意识与习惯。能够感知各种几何图形及其组成元素，依据图形的特征进行分类；根据语言描述画出相应的图形，分析图形的性质；建立形与数的联系，构建数学问题的直观模型；利用图表分析实际情境与数学问题，探索解决问题的思路。几何直观有助于把握问题的本质，明晰思维的路径。

作用：借助几何直观，学生能够直观理解所学的数学知识及其现实背景；能够在生活实践和其他学科中发现基本的数学研究对象及其所表达的事物之间简单的联系与规律；能够在实际情境中发现和提出有意义的数学问题，进行数学探究；逐步养成从数学角度观察现实世界的意识与习惯，发展好奇心、想象力和创新意识。

13. 【参考答案】

函数是刻画和研究现实世界变化规律的重要模型，也是初中数学代数领域中的重要内容。初中函数教学设计的形式，通常分为以下四个环节：

①概念的建立：通常通过实际问题引入，如“正比例函数”教学中，通过汽车行驶路程与时间的对应关系得到函数关系式，学生通过观察关系式的特点，得到正比例函数的定义；

②函数图象：教学重点环节，学生动手列表、描点、连线画出函数图象；

③研究函数性质：学生观察图象归纳函数的性质，是教学中的难点环节，可引导学生从图象的形状、升降情况、经过的象限、自变量以及函数值的变化规律等方面来总结；

④概念的归纳：将观察探究出的特征性质进行系统的归纳。在整个初中函数教学过程中，需注重数形结合的教学，注重类比教学，如掌握正比例函数知识之后，可触类旁通，沿用此教学设计，以便更好地学习一次函数、反比例函数、二次函数等。

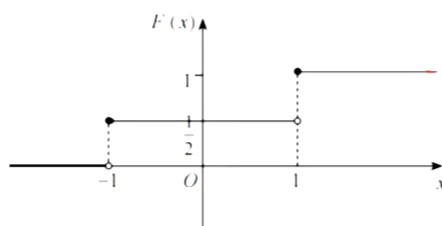
14. 【参考答案】

根据题意可知， $X=1$ 或 -1 ，则 $P\{X=1\}=P\{X=-1\}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ，故当 $X<-1$ 时， $F(X)=P\{X\leq x\}=0$ ；

当 $-1\leq x<1$ 时 $F(x)=P\{X\leq x\}=P\{X=-1\}=\frac{1}{2}$ ；

当 $x\geq 1$ 时， $F(x)=P\{X\leq x\}=P\{X=-1\}+P\{X=1\}=1$ ；故分布函数 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1 \\ \frac{1}{2}, & -1\leq x<1 \\ 1, & x\geq 1 \end{cases}$

分布函数 $F(x)$ 图象如图所示：



15. 【参考答案】

项目式学习的设计以解决现实问题为重点，综合应用数学和其他学科知识解决问题，体会数学知识的价值，以及数学与其他学科的关联。项目式学习的全过程：

- ①综合运用数学和其他学科的知识与方法，在实际情境中发现问题，并将其转化为合理的数学问题。发掘合适的项目，引导学生通过小组合作或独立思考，发现并提出合适的数学问题，经历从语言表达到数学表达的过程，帮助学生感悟如何从数学的角度审视问题，学会用数学的眼光观察现实世界。
- ②独立思考，与他人合作，提出解决问题的思路，设计解决问题的方案。解决问题的过程要与提出问题的过程有机地结合起来，帮助学生积累解决实际问题的经验，感悟解决现实问题不仅要关注数学的知识，还要关注问题的背景知识，发现问题的本质与规律，然后用数学的概念、定理或公式予以表达。
- ③根据问题的背景，通过对问题条件和预期结论的分析，构建数学模型，引导学生用数学的思维思考现实世界。
- ④合理使用数据，进行合理计算，借助模型得到结论。
- ⑤根据问题背景分析结论的意义，反思模型的合理性，最终得到符合问题背景的模型解答。模型中的参数或重要指标常常与所要解决问题的背景资料有关，需要分析结论是否与现实吻合。如果有悖于现实，就需要调整模型，直至合理。在这样的过程中，让学生感悟重事实、讲道理的科学精神，体会数学表达的简洁与精确，引导学生用数学的语言表达现实世界。

16. 【参考答案】

（缺）

17. 【参考答案】

（缺）