

2013 年上半年教师资格证考试《高中数学》真题

一、单项选择题。以下四个备选答案中只有一个正确答案。

1

下列命题不正确的是（ ）。

- A、平面上到两定点的距离之和为定长（大于两定点间的距离）的动点轨迹是椭圆
- B、平面上到定点与定直线距离之比为常数 p 且 $0 < p < 1$ 的动点轨迹是椭圆
- C、平面与圆锥的交线是椭圆
- D、满足方程 $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的平面曲线是椭圆

2

设 M 为 3×3 实数矩阵， a 为 M 的实特征值 λ 的特征向量，则下列叙述正确的是（ ）。

- A、当 $\lambda \neq 0$ 时， Ma 垂直于 a
- B、当 $\lambda > 0$ 时， Ma 与 a 的方向相反
- C、当 $\lambda < 0$ 时， Ma 与 a 方向相同
- D、向量 Ma 与 a 共线

3

将抛物线 $\Gamma: \begin{cases} y^2 = 2px \\ x = 0 \end{cases}$ 绕它的对称轴旋转一周，所得旋转曲面的方程为（ ）。

- A、 $x^2 + y^2 = 2py$
- B、 $x^2 - y^2 = 2pz$
- C、 $x^2 + y^2 = 2px$
- D、 $x^2 - y^2 = 2pz$

4

在下列四个命题的证明中，极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a^{\frac{1}{n}} = 1 (a > 0, a \neq 1)$ 起重要作用的是（ ）。

- A、正弦函数连续
- B、指数函数连续
- C、多项式函数连续

D、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$

5

设函数 $f(x) = \int_0^x t \ln(2 + t^2) dt$ ，则 $f'(x)$ 的零点个数为（ ）。

- A、0
- B、1
- C、2

D、3

6

设 M 、 N 为随机事件， $p(N) > 0$ ，且条件概率 $p(M|N) = 1$ ，则必有 ()。

A、 $p(M \cup N) > p(M)$

B、 $p(M \cup N) > p(N)$

C、 $p(M \cup N) = p(M)$

D、 $p(M \cup N) = p(N)$

7

《普通高中数学课程标准（实验）》的课程总目标中提出了五种基本能力，下列不属于这五种基本能力的是 ()。

A、抽象概括

B、数据处理

C、推理论证

D、数学交流

8

下列陈述可以作为数学定义的有 ()。

①不同在任何一个平面内的两条直线叫异面直线

②无穷小量是无限趋向于 0 的量

③ 渐近线是与曲线很接近的直线

A、①

B、②

C、①②

D、①②③

二、简答题。按要求，回答下列问题。

9

若曲线 $y = x^4$ 的一条切线 l 与直线 $x + 4y - 8 = 0$ 垂直，求切线 l 的方程。

10

设 $Q(x) = x^3 + px + q$ ，且 $\alpha + \beta$ 满足方程组：
$$\begin{cases} 3\alpha\beta = -p \\ \alpha^3 + \beta^3 = -q \end{cases}$$

(1) 证明 $\alpha + \beta$ 是 $Q(x) = 0$ 的根；

(2) 写出以 α^3 和 β^3 为根的一元二次方程。

11

设平面闭区域 $D = \{(x, y) | x - y + 1 \geq 0, x + y - 3 \leq 0, \text{且 } x + 3y - 3 \geq 0\}$ ，求函数 $f(x, y) = 3x - y$ 在 D 上的最小值，并说明理由。

12

简述高中数学课程的地位和作用。

13

结合实例简要分析数学概念教学的基本要求。

三、解答题。根据要求，回答对应的问题。

14

设质点做匀速圆周运动，其轨迹为 $r(t) = (x(t), y(t))$ ，其中 $x(t) = R \cos \omega t$, $y(t) = R \sin \omega t$ ，速度和加速度分别定义为 $v(t) = (x'(t), y'(t))$ ，和 $a(t) = (x''(t), y''(t))$ 。

(1) 求 $v(t)$ 和 $a(t)$ ；

(2) 证明 $|v(t)| = r\omega$ 及 $|a(t)| = \frac{v_0^2}{R}$ ，其中 $v_0 = R\omega$ ；

(3) 若一飞行器绕地球做匀速圆周运动且只受重力作用（高度可忽略不计），求其飞行速度的大小（设地球半径为 6400 千米，重力加速为 $g = 10 \text{米/秒}^2$ ）

四、论述题。请按题目要求，回答问题。

15

《普通高中数学课程标准（实验）》指出：“学生对基础知识和基本技能的理解与掌握是数学教学的基本要求，也是评价学生学习的基本内容；评价要注重对数学本质的理解和思想方法的把握，避免片面强调机械记忆，模仿以及复杂技巧。”请分别给出评价学生基础知识与基本技能掌握情况的具体建议，并举例说明。

五、案例分析题。阅读案例，并回答问题。

16

某教师在进行幂函数教学时，给学生出了如下道练习题：

已知 $(a+1)^{-2} < (1-2a)^{-2}$ ，求 a 的取值范围。

某学生的解答过程如下：

解：由题意可得：

$$\begin{cases} a+1 > 0 \\ 1-2a > 0 \\ a+1 > 1-2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > -1 \\ a < \frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < a < \frac{1}{2} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a+1 > 0 \\ 1-2a < 0 \\ a+1 < 1-2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > -1 \\ a > \frac{1}{2} \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{无解}$$

所以， a 的取值范围为 $(0, \frac{1}{2})$ 。

问题：（1）指出该生解题过程中的错误，分析其错误的原因；

（2）给出你的正确解答（限用幂函数的图像和性质来解答）；

（3）指出你解题所运用的数学思想方法。

六、教学设计题。请根据所提供的教学材料和相关情况，按要求完成教学设计。

17

“数列”是高中数学必修 5 的内容。《普通高中数学课程标准（实验）》要求学生能“通过对日常生活中大量实际问题的分析，建立等差数列和等比数列这两种数列模型；在具体的问题情境中，发现数列的等差关系或等比关系，并能用有关知识解决相应的问题。”

（1）请设计一道能用等比数列知识解决的实际问题并求解；

（要求：给出问题情境；抽象出数量关系；建立数学模型；写出解答过程、讨论和反思。）

（2）根据上面的问题情境设计一道开放题或探索题。