

2013年下半年教师资格证考试《高中数学》真题

一、单项选择题。以下四个备选答案中只有一个正确答案。

1

数列 $a_n = n^2 - 9n - 100 (n = 1, 2, 3 \dots)$, 则数列 $\{a_n\}$ 中的最小项为 ()。

- A、第 4 项
- B、第 5 项
- C、第 6 项
- D、第 4 项和第 5 项

2

当 $a > 1, 0 < x < y < 1$, 则下列关系式正确的是 ()。

- A、 $a^x > a^y$
- B、 $x^a > y^a$
- C、 $\log_x a > \log_y a$
- D、 $\log_a x > \log_a y$

3

M 、 N 为 n 阶矩阵, 则必有 ()。

- A、 $|M + N| = |M| + |N|$
- B、 $|MN| = |NM|$
- C、 $(MN)' = M'N'$
- D、 $(M + N)^2 = M^2 + 2MN + N^2$

4

已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3, 1)$ 且 $P(2 \leq X \leq 4) = 0.6826$, 则 $P(X > 4) = ()$ 。

- A、0.1585
- B、0.1586
- C、0.1587
- D、0.1588

5

光滑函数 $f(x)$ 图像如下图所示, 以下关系式正确的是 ()。

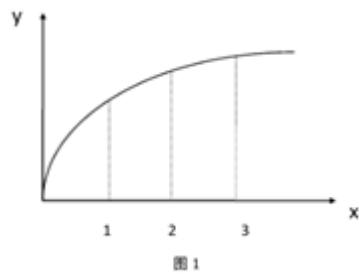


图 1

- A、 $0 < f'(2) < f'(3) < f(3) - f(2)$
 B、 $0 < f'(3) < f(3) - f(2) < f'(2)$
 C、 $0 < f'(3) < f'(2) < f(3) - f(2)$
 D、 $0 < f(3) - f(2) < f'(2) < f'(3)$

6

正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点 E 是 AB 上的动点, 则向量 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值是()。

- A、大于1
 B、小于1
 C、等于1
 D、以上都不对

7

以下不正确的是()。

- A、算法是现代数学的重要组成部分
 B、算法的内容可以提高学生思维能力
 C、顺序结构、选择结构、循环结构是算法程框图的三个基本结构
 D、由于算法与计算机关系密切, 所以我国古代数学没有算法思想

8

下面数学家不是微积分创始人的是()。

- A、伽罗华
 B、牛顿
 C、费尔马
 D、莱布尼兹

二、简答题。按要求, 简要计算回答下列问题。

9

设函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^x$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$; $f(x)$ 的图像与 $f^{-1}(x)$ 的图像关于哪条直线对称?

(2) 点 P 在 $f(x)$ 的图像上, 点 Q 在 $f^{-1}(x)$ 的图像上, 求 PQ 的最小值。

10

已知矩阵 $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求曲线 $y^2 - x + y = 0$ 在矩阵 M^{-1} 对应的线性变换作用下得到的曲线方程。

11

设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数, 证明: 存在 $\varepsilon \in [a, b]$, 使得 $\int_b^a f(x)dx = f(\varepsilon)(b - a)$ 。

12

数学新课程提倡教师要成为学生数学学习活动的组织者、引导者和合作者,请解释教师的引导作用主要体现在哪方面?

13

解释学习心理学中的“同化”与“顺应”的含义,并举例说明“同化”在数学概念学习中的作用。

三、解答题。根据要求,回答对应的问题。

14

设 a_1, a_2, a_3 是复平面上的三个数 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$,且 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_1$

证明:

$$(1) \quad (z - a_1)(z - a_2)(z - a_3) = z^3 - a_1a_2a_3,$$

(2) 以 a_1, a_2, a_3 为顶点三角形是正三角形。

四、论述题。请按题目要求,回答问题。

15

阐述用二分法求解方程近似解的适用范围及步骤,并说明高中数学新课程引入二分法的意义。

五、案例分析题。阅读案例,并回答问题。

16

在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB = 2$, $AC = \sqrt{2}BC$,求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

教学环节一

教师:请大家仔细读题, (几分钟后) 说说你的想法。

学生 1:设 $BC = x$, $AC = \sqrt{2}x$, 由 $S\triangle ABC = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A$, 可得一个关于 x 的函数表达式,于是转化为函数最值问题。

学生 2:设 $BC = x$, 可得用 x 表示的 $S\triangle ABC$,发现它可以利用基本不等式求解。

学生 3:以线段 AB 中点为原点,以 AB 所在直线为 x 轴建立直角坐标系,从解析几何角度寻找最大值。

教师引导学生评价各种解题想法

教学环节二

教师:这个问题大家各有想法,请按自己的想法给出解答。请同学 1 和同学 3 板演。

学生一:设 $BC = x$, $AC = \sqrt{2}x$,则由余弦定理得出: $\cos A = \frac{x^2 + 4}{4\sqrt{2}x}$, 所以
 $\sin A = \frac{\sqrt{-x^4 + 24x^2 - 16}}{4\sqrt{2}x}$ 。当 $x^2 = 12$ 时,即 $x = 2\sqrt{3}$ 时, $S\triangle ABC$ 有最大值 $2\sqrt{2}$ 。

一、学生 3:建立直角坐标系, 点 A、B 的坐标分别为 $A(1, 0), B(-1, 0)$, 设点 C 的坐标为 (x, y) ,

则 $AC = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$, $BC = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$, 代入 $AC = \sqrt{2}BC$, 所以 C 的轨迹为圆:

$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 8(y \neq 0)(y \neq 0)$, 易知, 当 $(3, \pm 2\sqrt{2})$ 时,

$$(SVABC)_{max} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

环节 3:教师引导学生比较不同解法,进行解题反思。

问题:

- (1) 你认为教学环节三中, 教师可以从哪几方面引导学生进行解题反思?
- (2) 学生 1 和学生 3 的解法体现了数学解题中的两种通性通法, 它们分别是什么?
- (3) 上面的教学过程对你以后的教学工作有哪些启发?

六、教学设计题。请根据所提供的教学材料和相关情况, 按要求完成教学设计。

17

高中“函数概念 (第一节课)”设定的教学目标如下:

□通过丰富实例,进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型, 体会数学应用的广泛性; 体会函数的实质是两个集合间的特殊对应关系;

理解函数表达形式的多样性;

□理解函数的定义。

完成下列设计, 并回答以下问题:

- (1) 根据教学目标 , 至少设计 3 个实例, 并说明设计意图。
- (2) 根据 , 设计至少 2 个例题, 并说明设计意图。
- (3) 本节函数概念教学与初中函数概念教学有什么不同? 本节课教学的重难点各是什么? 请说明理由。