

## 2013 年下半年教师资格证考试《高中数学》真题

一、单项选择题。以下四个备选答案中只有一个正确答案。

1

数列  $a_n = n^2 - 9n - 100 (n = 1, 2, 3 \cdots)$ , 则数列  $\{a_n\}$  中的最小项为 ( )。

- A、第 4 项
- B、第 5 项
- C、第 6 项
- D、第 4 项和第 5 项

2

当  $a > 1, 0 < x < y < 1$ , 则下列关系式正确的是 ( )。

- A、 $a^x > a^y$
- B、 $x^a > y^a$
- C、 $\log_x a > \log_y a$
- D、 $\log_a x > \log_a y$

3

$M$ 、 $N$  为  $n$  阶矩阵, 则必有 ( )。

- A、 $|M + N| = |M| + |N|$
- B、 $|MN| = |NM|$
- C、 $(MN)' = M'N'$
- D、 $(M + N)^2 = M^2 + 2MN + N^2$

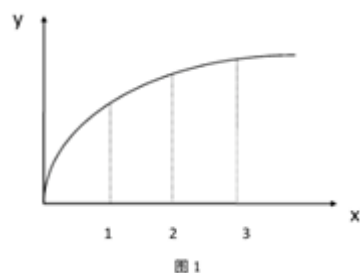
4

已知随机变量  $X$  服从正态分布  $N(3, 1)$  且  $P(2 \leq X \leq 4) = 0.6826$ , 则  $P(X > 4) =$  ( )。

- A、0.1585
- B、0.1586
- C、0.1587
- D、0.1588

5

光滑函数  $f(x)$  图像如下图所示, 以下关系式正确的是 ( )。



- A、 $0 < f'(2) < f'(3) < f(3) - f(2)$   
 B、 $0 < f'(3) < f(3) - f(2) < f'(2)$   
 C、 $0 < f'(3) < f'(2) < f(3) - f(2)$   
 D、 $0 < f(3) - f(2) < f'(2) < f'(3)$

6

正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点E是AB上的动点,则向量 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值是( )。

- A、大于1  
 B、小于1  
 C、等于1  
 D、以上都不对

7

以下不正确的是( )。

- A、算法是现代数学的重要组成部分  
 B、算法的内容可以提高学生思维能力  
 C、顺序结构、选择结构、循环结构是算法框图的三个基本结构  
 D、由于算法与计算机关系密切,所以我国古代数学没有算法思想

8

下面数学家不是微积分创始人的是( )。

- A、伽罗华  
 B、牛顿  
 C、费尔马  
 D、莱布尼兹

二、简答题。按要求，简要计算回答下列问题。

9

设函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^x$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ ； $f(x)$ 的图像与 $f^{-1}(x)$ 的图像关于哪条直线对称？

(2) 点P在 $f(x)$ 的图像上,点Q在 $f^{-1}(x)$ 的图像上,求PQ的最小值。

10

已知矩阵 $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,求曲线 $y^2 - x + y = 0$ 在矩阵 $M^{-1}$ 对应的线性变换作用下得到的曲线方程。

11

设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数, 证明: 存在 $\varepsilon \in [a, b]$ , 使得 $\int_a^b f(x)dx = f(\varepsilon)(b - a)$ 。

12

数学新课程提倡教师要成为学生数学学习活动的组织者、引导者和合作者,请解释教师的引导作用主要体现在哪方面?

13

解释学习心理学中的“同化”与“顺应”的含义,并举例说明“同化”在数学概念学习中的作用。

**三、解答题。根据要求,回答对应的问题。**

14

设 $a_1, a_2, a_3$ 是复平面上的三个数 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$ ,且 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_1$

证明:

$$(1) (z - a_1)(z - a_2)(z - a_3) = z^3 - a_1a_2a_3,$$

(2) 以 $a_1, a_2, a_3$ 为顶点三角形是正三角形。

**四、论述题。请按题目要求,回答问题。**

15

阐述用二分法求解方程近似解的适用范围及步骤,并说明高中数学新课程引入二分法的意义。

**五、案例分析题。阅读案例,并回答问题。**

16

在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB = 2$ ,  $AC = \sqrt{2}BC$ , 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

教学环节一

教师:请大家仔细读题, (几分钟后)说说你的想法。

学生 1:设 $BC = x$ ,  $AC = \sqrt{2}x$ , 由 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A$ , 可得一个关于 $x$ 的函数表达式, 于是转化为函数最值问题。

学生 2:设 $BC = x$ , 可得用 $x$ 表示的 $S_{\triangle ABC}$ , 发现它可以利用基本不等式求解。

学生 3:以线段 $AB$ 中点为原点, 以 $AB$ 所在直线为 $x$ 轴建立直角坐标系, 从解析几何角度寻找最大值。

教师引导学生评价各种解题想法

教学环节二

教师:这个问题大家各有想法,请按自己的想法给出解答。请同学 1 和同学 3 板演。

学生一: 设 $BC = x$ ,  $AC = \sqrt{2}x$ ,则由余弦定理得出:  $\cos A = \frac{x^2 + 4}{4\sqrt{2}x}$ , 所以  
 $\sin A = \frac{\sqrt{-x^4 + 24x^2 - 16}}{4\sqrt{2}x}$ 。当 $x^2 = 12$ 时, 即 $x = 2\sqrt{3}$ 时,  $S_{\triangle ABC}$ 有最大值 $2\sqrt{2}$ 。

一、学生 3:建立直角坐标系, 点 A、B 的坐标分别为  $A(1, 0), B(1, 0)$ , 设点 C 的坐标为  $(x, y)$ ,

则  $AC = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$ ,  $BC = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$ , 代入  $AC = \sqrt{2}BC$ , 所以 C 的轨迹为圆:

$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 8(y \neq 0)$  ( $y \neq 0$ ), 易知, 当  $(3, \pm 2\sqrt{2})$  时,

$$(SVABC)_{max} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

环节 3:教师引导学生比较不同解法,进行解题反思。

问题:

- (1) 你认为教学环节三中, 教师可以从哪几方面引导学生进行解题反思?
- (2) 学生 1 和学生 3 的解法体现了数学解题中的两种通性通法, 它们分别是什么?
- (3) 上面的教学过程对你以后的教学工作有哪些启发?

**六、教学设计题。请根据所提供的教学材料和相关情况, 按要求完成教学设计。**

17

高中“函数概念（第一节课）”设定的教学目标如下:

□通过丰富实例,进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型, 体会数学应用的广泛性; 体会函数的实质是两个集合间的特殊对应关系;

理解函数表达形式的多样性;

□理解函数的定义。

完成下列设计, 并回答以下问题:

- (1) 根据教学目标 , 至少设计 3 个实例,并说明设计意图。
- (2) 根据 ,设计至少 2 个例题,并说明设计意图。
- (3) 本节函数概念教学与初中函数概念教学有什么不同?本节课教学的重难点各是什么?请说明理由。