2014 下半年教师资格证考试《数学学科知识与教学能力》(高级中学)

一、单项选择题（共 8 道题，每小题 5 分，共 40 分。）

1

设函数 $f(x)=\int_0^{x^2}\ln(2+t)\mathrm{d}t$，则 $f'(x)$ 的零点个数是(　　)。

A、0

B、1

C、2

D、3

2

设 a、b 是两个不共线的向量，则|a+b|>|a-b|的充要条件是( )。

A. $0<\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})<\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{2}<\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})<\pi$

C. $0<\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})\leqslant\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{2}\leqslant\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})<\pi$

3

设|A|=0，α1、α2、是线性方程组 Aχ=0 的一个基础解系，Aα3=α3≠0，则下列向量中不是矩阵 A 的特征向量的是( )。

A、3α1+α2

B、α1-3α2

C、αl+3α3

D、3α3

4

在空间直角坐标系中，由参数方程 $\begin{cases}x=\sin\theta\\ y=-1+\cos\theta\\ z=2\sin\frac{\theta}{2}\end{cases}$ $(0\leqslant\theta<\frac{\pi}{4})$ 确定的曲线的一般方程是(　　)。

A. $\begin{cases}x^2+2y=0\\ y^2+2y+z^2=0\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x^2+y^2=0\\ y^2+z^2+2z=0\end{cases}$

C. $\begin{cases}x^2+y^2+2y=0\\ z^2+2y=0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x^2+2x+y^2=0\\ y^2+2z=0\end{cases}$

5

函数列{fn(χ)}与函数，f(χ)是在闭区间[a，b]上有定义，则在[a，b]上{fn(χ)}一致收敛于 f(χ)的充要条件是( )。

A. $\forall\varepsilon>0$，$\forall x\in[a,b]$，$\exists$正整数 N，使得当 $n>N$ 时，有 $|f_n(x)-f(x)|<\varepsilon$

B. $\forall\varepsilon>0$，$\exists x_0\in[a,b]$，$\exists$正整数 N，使得当 $n>N$ 时，有 $|f_n(x_0)-f(x_0)|<\varepsilon$

C. $\exists$正整数 N，$\forall\varepsilon>0$，$\exists x_0\in[a,b]$，使得当 $n>N$ 时，有 $|f_n(x_0)-f(x_0)|<\varepsilon$

D. $\forall\varepsilon>0$，$\exists$正整数 N，使得当 $n>N$ 时，$\forall x\in[a,b]$，有 $|f_n(x)-f(x)|<\varepsilon$

6

设 P 为三阶方阵，将 P 的第一列与第二列交换得到 T，再把 T 的第二列加到第三列得到 R．则满足 PQ=R 的矩阵 Q 是( )。

A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

7
发现勾股定理的古希腊数学家是( )。
A、泰勒斯
B、毕达哥拉斯
C、欧几里德
D、阿基米德
8
《普通高中数学课程标准(实验)》提出五种基本能力，没有包含在其中的是( )。
A、推理论证能力
B、运算求解能力
C、数据处理能力
D、几何作图能力
二、简答题（共 5 题，每题 7 分，共 35 分。）
9

在空间直角坐标系下，试判断直线 $l:\begin{cases} 2x+y+z-1=0 \\ x+2y-z-2=0 \end{cases}$ 与平面 $\pi: 3x-y+2z-1=0$ 的位置关系，

并求出直线 l 与平面 π 的夹角正弦值。

袋子中有 70 个红球，30 个黑球，从袋子中连续摸球两次，每次摸一个球，且第一次摸出的球，不放回袋中：
(1)求两次摸球均为红球的概率：
(2)若第一次摸到红球，求第二次摸到黑球的概率。
10
请简述如何估算 e 的近似值，使其误差不超过 10-3。
11
请列举数学课堂教学导人的两种方式，并举例说明。
12
学生数学学习评价主体应该是多元化，请列举四种评价的主体，并简述评价主体多元化的意义。
13
设 A 是一个 m×n 矩阵，证明：矩阵 A 的行空间维数等于它的列空间维数。
三、解答题（共 1 题，10 分）
14
设 A 是一个 m×n 矩阵，证明：矩阵 A 的行空间维数等于它的列空间维数。
四、论述题（共 1 题，15 分。）
15

数学教育家弗赖登塔尔(Hans.Freudental)认为，人们在观察认识和改造客观世界的过程中，运用数学的思想和方法来分析和研究客观世界的种种现象，从客观世界的对象及其关系中抽象并形成数学概念、法则和定理，以及为解决实际问题而构造的数学模型等，就是一种数学化的过程。

(1)请举出一个实例，并简述其“数学化”的过程。(6 分)

(2)分析经历上述“数学化，，过程对培养学生“发现问题，提出问题”以及“抽象概括”能力的作用。(9 分)

五、案例分析题（1 题，20 分。）

16

某教科书选修 4-5(不等式的证明)有一道例题，求证：$\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{6}$。

证明：因为$\sqrt{2}+\sqrt{7}$和$\sqrt{3}+\sqrt{6}$都是正数，所以要证$\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{6}$，

只需证$(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2<(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$，展开得$9+2\sqrt{14}<9+2\sqrt{18}$，

只需证$\sqrt{14}<\sqrt{18}$，只需证$14<18$。

因为$14<18$成立，所以$\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{6}$成立。

两位教师基于上述例题，在课堂教学中做了教学处理：

教师 1：让学生直接阅读教科书，然后问学生是否看懂了，在得到一些学生看懂了的反馈后，教师又布置了一道练习题。求证：$\sqrt{3}+\sqrt{8}>1+\sqrt{10}$。

教师 2：让学生用计算器分别计算$\sqrt{2}+\sqrt{7}$和$\sqrt{3}+\sqrt{6}$，并比较大小，然后问学生如果不用计算器计算，那么如何比较大小？让学生独立思考，教师巡视后提问没有思路的同学，并进一步启发学生，为了证明该不等式，只需证明什么不等式即可。为了广开学生思路，教师把学生提出的几种方法都写在黑板上，如$(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2<(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$，$\sqrt{7}-\sqrt{6}<\sqrt{3}-\sqrt{2}$，……，通过师生互动合作，用几种分析法解决了问题后，教师接着问学生，是否还有其它不同的解决问题的思路。一位同学说到，我想到了该不等式问题可以转化为函数问题予以解决。教师觉得这位同学的方法独具匠心，但是教师设计教学时，没有想到这种解法，觉得这是教学中生成的新解法。

问题：

(1)教师 l 主要按照教科书提供的解决问题的方法组织课堂教学，教师 2 没有完全按照教科书组织教学，请对两位教师的做法加以评价；(5 分)

(2)为了引发学生积极思考、领悟数学思想，从处理好课堂教学中预设与生成关系的视角，对两位教师的教学作评析；(10 分)

(3)给出运用函数证明该不等式的方法，并简要说明该方法的数学教学价值。(5 分)

六、教学设计题（1 题，30 分。）

17

教学目标设计是教学设计的核心环节。某教师关于《数列的概念与简单表示法(一)》设计的三维教学目标如下：

知识与技能：了解数列的定义，理解数列的分类，掌握数列的一种表示方法——通项公式。

过程与方法：培养学生观察、发现、探索事物内在规律的能力和逻辑推导能力，增强学生的应用意识．培养学生创造性思考的品质和勇于创新的个性意志，体验和感受数学美。

情感态度和价值观：激发学习兴趣，渗透辩证唯物主义观点。

请完成下列任务：

(1)上述三维教学目标的行为主体相同吗?存在什么问题?简要回答(6 分)；

(2)“过程与方法”，“情感态度和价值观”是否具有可操作性?存在什么问题?简要回答(6 分)；

(3)关于《数列的概念与简单表示法(一)》给出你的教学目标设计(8 分)；
(4)结合《数列的概念与简单表示法(一)》说明设计教学目标时需要注意的事项(10 分)。