

2016 年上半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{1+n^2}\right)^{n^2}$ 的值是()。

- A. e
B. 1
C. $\frac{1}{e}$
D. 0



视频讲解

2. 下列级数中,不收敛的是()。

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$



视频讲解

3. 方程 $x^2 - y^2 + z^2 = -1$ 所确定的二次曲面是()。

- A. 椭球面
B. 旋转双曲面
C. 旋转抛物面
D. 圆柱面



视频讲解

4. 若函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上黎曼可积,则 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上()。

- A. 连续
B. 单调
C. 可导
D. 有界



视频讲解

5. 矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 的不同特征值的个数为()。

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3



视频讲解

6. 二次型 $f(x,y) = x^2 - 3xy + y^2$ 是()。

- A. 正定的
B. 负定的
C. 不定的
D. 以上都不是



视频讲解

7.《普通高中数学课程标准(实验)》的课程目标提出培养数学基本能力,对于用几何方法证明“直线与平面平行的性质定理”的学习有助于培养的数学基本能力有()。

- A. 推理论证、运算求解、数据处理
- B. 空间想象、推理论证、抽象概括
- C. 推理论证、数据处理、空间想象
- D. 数据处理、空间想象、抽象概括



视频讲解

8. 创新意识的培养是现代数学教育的基本任务,应体现在数学教与学的过程之中,下面的表述中不适合在教学中培养学生创新意识的是()。

- A. 发现和提出问题
- B. 寻求解决问题的不同策略
- C. 规范数学书写
- D. 探索结论的新应用



视频讲解

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 设质点在平面上的运动轨迹为 $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \end{cases} t \geq 0$ 。求质点在时刻 $t = 1$ 时速度的大小。



视频讲解

10. 设球面方程为 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 169$ 。求球面在点 $(4, 5, 13)$ 处的切平面方程。



视频讲解

11. 在体育活动中, 甲乙两人掷一枚六面分别标有 1,2,3,4,5,6 的质地均匀的骰子。如果结果为奇数, 则甲跑一圈; 若结果为 1 或 2, 则乙跑一圈。请回答甲跑一圈和乙跑一圈这两个事件是否独立, 并说明理由。



视频讲解

12. 《普通高中数学课程标准(实验)》描述“知识与技能”领域目标的行为动词有“了解”“理解”“掌握”“运用”。请以“等差数列”概念为例, 说明“理解”的基本含义。



视频讲解

13. 以“余弦定理”教学为例, 简述数学定理教学的主要环节。



视频讲解

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, 求子空间 $A(\mathbf{R}^3) = \{Aa \mid a \in \mathbf{R}^3\}$ 的一个正交基。



视频讲解

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. “严谨性与量力性相结合”是数学教学的基本原则。



视频讲解

- (1) 简述“严谨性与量力性相结合”教学原则的内涵;(3 分)
- (2) 实数指数幂在数学上是如何引入的?(6 分)
- (3) 在高中“实数指数幂”概念的教学中,如何体现“严谨性与量力性相结合”的教学原则?(6 分)

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:

在等差数列的习题课教学中,教师布置了这样一个问题:等差数列前 10 项和为 100,前 100 项和为 10,求前 110 项的和。

两位学生的解法如下:

学生甲:设等差数列的首项为 a_1 ,公差为 d ,则

$$\begin{cases} S_{10} = 10a_1 + \frac{10 \times 9}{2}d = 100, \\ S_{100} = 100a_1 + \frac{100 \times 99}{2}d = 10. \end{cases}$$

$$\text{解得 } a_1 = \frac{1099}{100}, d = -\frac{11}{50}.$$

$$\text{所以 } S_{110} = 110a_1 + \frac{110 \times 109}{2}d = -110.$$

学生乙:设等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 $S_n = An^2 + Bn$,由已知得

$$\begin{cases} 100A + 10B = 100, \\ 10000A + 100B = 10. \end{cases}$$

$$\text{解得 } A = -\frac{11}{100}, B = \frac{111}{10}.$$

$$\text{所以 } S_{110} = 110^2 \times \left(-\frac{11}{100}\right) + 110 \times \frac{111}{10} = -110.$$

针对上述解法,一些学生提出了自己的想法。

学生丙:怎么刚好有 $S_{100} + S_{10} = -S_{110}$ 呢?这是一种巧合吗?上述所得到的结论中是否隐含着一般性的规律呢?

教师:同学丙所说的规律是否就是:

一般地,在等差数列 $\{a_n\}$ 中,若存在正整数 p, q 且 $p \neq q$,使得 $S_p = q, S_q = p$,则 $S_p + S_q = -S_{p+q}$ 。(*) 请同学们进行验证。

问题:

(1) 请分析学生甲和学生乙解法各自的特点,并解释学生乙设 $S_n = An^2 + Bn$ 的理由;(12 分)

(2) 请验证(*)中结论是否成立。(8 分)



视频讲解

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17.《普通高中数学课程标准(实验)》关于“古典概型”的教学要求是“古典概型的教学应让学生通过实例理解古典概型的特征:实验结果的有限性和每一个实验结果出现的等可能性,让学生初步学会把一些实际问题化为古典概型,教学中不要把重点放在‘如何计算’上”。

请完成下列任务:

(1) 结合上述教学要求,请设计高中“古典概型”起始课的教学目标;(6 分)

(2) 请设计两个符合古典概型的正例,以及两个不符合古典概型的反例,以便理解古典概型的特征;(12 分)

(3) 抛掷一枚质地均匀的骰子(六个面分别有 1,2,3,4,5,6 个点),请用两种不同解法求出出现偶数点的概率,并说明采用两种解法对帮助学生理解古典概型的作用。(12 分)



视频讲解