

2016 年下半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选或未选均无分。

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^{1+2x}$ 的值是()。

- A.0 B.1
C.e D. e^2



视频讲解

2. 下列命题正确的是()。

- A. 若 n 阶行列式 $D=0$, 那么 D 中有两行元素相同
B. 若 n 阶行列式 $D=0$, 那么 D 中有两行元素对应成比例
C. 若 n 阶行列式 D 中有 n^2-n 个元素为零, 则 $D=0$
D. 若 n 阶行列式 D 中有 n^2-n+1 个元素为零, 则 $D=0$



视频讲解

3. 已知直线 L 的方程为 $\begin{cases} x+y-z+2=0, \\ 3x+5y-2z+5=0, \end{cases}$ 平面 Π 的方程为 $2x+8y+z+3=0$, 则直线 L 与平面

Π 的位置关系是()。

- A. 平行 B. 直线在平面内
C. 垂直 D. 相交但不垂直



视频讲解

4. 已知函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续, 则下列说法正确的是()。

- A. 对任意的 $\varepsilon>0$, 存在 $\delta>0$, 当 $|x-x_0|<\delta$ 时, 有 $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$
B. 存在 $\varepsilon>0$, 对任意的 $\delta>0$, 当 $|x-x_0|<\delta$ 时, 有 $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$
C. 存在 $\delta>0$, 对任意的 $\varepsilon>0$, 当 $|x-x_0|<\delta$ 时, 有 $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$
D. 存在 $A \neq f(x_0)$, 对任意的 $\varepsilon>0$, 存在 $\delta>0$, 当 $|x-x_0|<\delta$ 时, 有 $|f(x)-A|<\varepsilon$



视频讲解

5. 已知三阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, 其特征向量 $\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 则 α 所对应的特征值为()。

- A.-2 B.2
C. $1-\sqrt{3}$ D. $1+\sqrt{3}$



视频讲解

6. 设 ξ 为离散型随机变量, 取值 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($a_1, a_2, \dots, a_n$ 两两不同), 已知事件 $\{\xi=a_k\}$ 的概率为 p_k ($\sum_{k=1}^n p_k=1, 0 \leq p_k \leq 1$)。记 ξ 的数学期望为 E , 则 ξ 的方差是()。

A. $\sum_{k=1}^n ((a_k-E)p_k)^2$

B. $\sum_{k=1}^n (a_k-E)^2 p_k$

C. $\sum_{k=1}^n |a_k-E| p_k$

D. $\left(\sum_{k=1}^n (a_k-E) p_k \right)^2$



视频讲解

7. 数学发展史上曾经历过三次危机, 触发第三次数学危机的事件是()。

A. 无理数的发现

B. 微积分的创立

C. 罗素悖论

D. 数学命题的机器证明



视频讲解

8. 在某次测试中, 用所有参加测试学生某题的平均分除以该题分值, 得到的结果是()。

A. 区分度

B. 难度

C. 信度

D. 效度



视频讲解

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 已知二次曲线 $L: 9x^2+4y^2+18x+16y-11=0$, 矩阵 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, 向量 $B=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$, 求二次曲线 L

在变换 $TX=AX+B$ 下所得二次曲线 L_1 的方程。



视频讲解

10.(1)叙述线性方程组 $AX=B$ 有解的充要条件;(2分)



视频讲解

(2)求线性方程组
$$\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=1, \\ x_1+2x_2+2x_3+3x_4=-3, \\ 2x_1+3x_2+x_3+2x_4=-2 \end{cases}$$
 的通解。(5分)

11. 王强是一位快递员, 他负责由 A 地到 B 地的送货任务, 送货方式为开汽车或骑电动车。他分别记录了开汽车和骑电动车各 100 次所用的送货时间, 经过数据分析得到如下结果:

开汽车: 平均用时 24 分钟, 方差为 36;

骑电动车: 平均用时 34 分钟, 方差为 4。

(1) 根据上述数据, 你会建议王强选择哪种送货方式? 请说明理由; (3 分)



(2) 分别用 X 和 Y 表示开汽车和骑电动车所用的时间, X 和 Y 的分布密度曲线如图所示(假设这些曲线具有轴对称性)。为达到准时送达的目的, 如果某次送货有 38 分钟可用, 应该选择哪种送货方式? 如果某次送货有 34 分钟可用, 应该选择哪种送货方式? 请说明理由。(4 分)

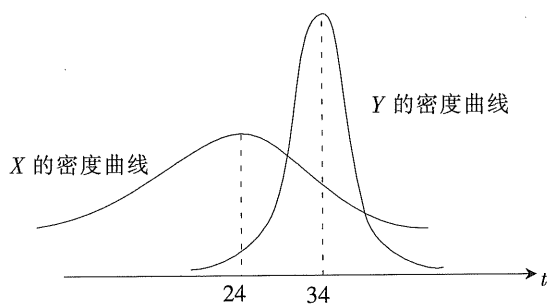


图 1

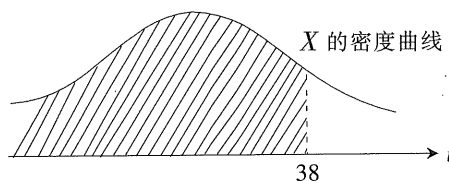


图 2

12.简述不等式在中学数学课程中的应用。



13.以“二项式定理”的教学为例,阐述数学定理教学的基本环节。



三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上连续且可导。

(1) 当 $f(x)=x^2$, 且 $g(x)=e^x f(x)$ 时, 求证: $f(x)$ 与 $g(x)$ 有共同驻点; (4 分)



(2) 当 $f(a)=f(b)=0(a<b)$ 时, 求证: 方程 $f'(x)+f(x)=0$ 在 (a,b) 内至少有一个实根。 (6 分)

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15.函数单调性是刻画函数变化规律的重要概念,也是函数的一个重要性质。

(1)请叙述函数严格单调递增的定义,并结合函数单调性的定义,说明中学数学课程中函数单调性与哪些内容有关(至少列举两项内容);(7 分)



(2)请列举至少两种研究函数单调性的方法,并分别简要说明其特点。(8 分)

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)阅读案例,并回答问题。

16.案例:

在一次数学课上,教师给出如下例题。

求证: $\sin\theta+\sin\phi=2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2}$ 。

该例题的教学过程如下:

教师首先证明等式 $\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=2\sin\alpha\cos\beta$,

然后令 $\alpha=\frac{\theta+\phi}{2}$, $\beta=\frac{\theta-\phi}{2}$, 则 $\theta=\alpha+\beta$, $\phi=\alpha-\beta$,

于是 $\sin\theta+\sin\phi=2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2}$ 成立。

接着,教师给出另一种证法:

$$\text{等式左边} = \sin\left(\frac{\theta+\phi}{2} + \frac{\theta-\phi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta+\phi}{2} - \frac{\theta-\phi}{2}\right)$$

$$= \sin\frac{\theta+\phi}{2} \cos\frac{\theta-\phi}{2} + \cos\frac{\theta+\phi}{2} \sin\frac{\theta-\phi}{2} + \sin\frac{\theta+\phi}{2} \cos\frac{\theta-\phi}{2} - \cos\frac{\theta+\phi}{2} \sin\frac{\theta-\phi}{2}$$

$$= 2\sin\frac{\theta+\phi}{2} \cos\frac{\theta-\phi}{2} = \text{右边, 即等式成立。}$$

正当老师要转入下一个例题的时候,有学生提出:能否从等式右边推导出等式左边?教师以从等式右边推导出左边比较繁琐为理由,不理睬学生,就匆匆进入了下一个例题的讲解。

问题:

(1)结合上述案例,谈一谈教师应如何看待学生提问不在教学预设的情况;(10分)



视频讲解

(2)如果你是该教师,那么如何回答学生的提问?(10分)

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17.“对数的概念”是高中数学教材中的重要概念。教师在教学中,应基于课程标准和学生学情,确定教学目标,实现教学重点,突破教学难点,设计教学方法、教学过程、师生活动和教学评价等。

请完成下列任务:

(1)设计“对数的概念”的教学目标;(9 分)



视频讲解

(2)写出“对数的概念”的教学重点和难点;(6 分)

(3)设计“对数的概念”的引入过程(要求能够让学生认识到引入对数的概念的必要性)。(15 分)