

2017 年上半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟, 满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效, 不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选或未选均无分。

1. 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k > 0$, 则下列表述正确的是()。

- A. $\forall r \in (0, k), \exists \delta > 0, \forall x \in (a - \delta, a + \delta)$, 且 $x \neq a$, 有 $f(x) > r$
- B. $\forall r \in (0, k), \forall \delta > 0, \forall x \in (a - \delta, a + \delta)$, 且 $x \neq a$, 有 $f(x) > r$
- C. $\forall r \in (0, k), \exists \delta > 0, \forall x \in (a - \delta, a + \delta)$, 有 $f(x) > r$
- D. $\exists r \in (0, k), \forall \delta > 0, \forall x \in (a - \delta, a + \delta)$, 有 $f(x) > r$

2. 下列矩阵所对应的线性变换为旋转变换的是()。

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

3. 母线平行于 x 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程是()。

- A. 椭圆柱面 $3x^2 + 2z^2 = 16$
- B. 椭圆柱面 $x^2 + 2y^2 = 16$
- C. 双曲柱面 $3y^2 - z^2 = 16$
- D. 双曲柱面 $y^2 - 2z^2 = 16$

4. 若 $f(x)$ 是连续函数, 则下列命题不正确的是()。

- A. $f(x)$ 存在唯一的原函数 $\int_a^x f(t) dt$
- B. $f(x)$ 有无穷多个原函数
- C. $f(x)$ 的原函数可以表示为 $\int_a^x f(t) dt + r$ (r 为任意实数)
- D. $\int_a^x f(t) dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解

5. 设 A 和 B 为任意两个事件, 且 $A \subset B, P(B) > 0$, 则下列选项中正确的是()。

A. $P(B) < P(A|B)$

B. $P(A) \leq P(A|B)$

C. $P(B) > P(A|B)$

D. $P(A) \geq P(A|B)$

6. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 下列向量中为矩阵 A 的特征向量的是()。

A. $(1, \sqrt{2}, 0)^T$

B. $(2, 0, 1)^T$

C. $(-1, 0, 1)^T$

D. $(0, 0, 1)^T$

7. 与意大利传教士利玛窦共同翻译了《几何原本》(I—VI卷)的我国数学家是()。

A. 徐光启

B. 刘徽

C. 祖冲之

D. 杨辉

8. “有一个角是直角的平行四边形是矩形”, 这个定义方式属于()。

A. 公理定义

B. 属加种差定义

C. 递归定义

D. 外延定义

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 已知椭球面方程 $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 6$ 。

(1) 求椭球面上点 $M(1, 1, 1)$ 处的切平面方程; (4 分)



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解

(2) 当 k 为何值时, 所求的切平面与平面 $5x+ky-4z=0$ 相互垂直。(3 分)

10. 已知向量组 $\alpha_1=(2,1,-2), \alpha_2=(1,1,0), \alpha_3=(t,2,2)$ 线性相关。
(1) 求 t 的值;(3 分)



视频讲解

(2) 求出该向量组的一个极大线性无关组, 并将其余向量用极大无关组线性表示。(4 分)

11. 有甲、乙两种品牌的某种饮料, 其颜色、气味及味道都极为相似, 将饮料放在外观相同的 6 个杯子中, 每种品牌各 3 杯, 作为试验样品。

(1) 从 6 杯样品饮料中随机选取 3 杯作为一次试验, 若所选饮料全部为甲种品牌, 视为成功, 独立进行 5 次试验, 求 3 次成功的概率;(5 分)



(2)某人声称他通过品尝饮料能够区分这两种品牌。现请他品尝试验样品中的 6 杯饮料进行品牌区分,作为一次试验,若区分完全正确,视为试验成功。他经过 5 次试验,有 3 次成功,可否由此推断此人具有品尝区分能力?说明理由。(2 分)

12.《普通高中数学课程标准(实验)》用行为动词“了解”“理解”“掌握”“应用”等描述知识与技能目标,请解释“了解函数奇偶性”的具体含义。



视频讲解

13.书面测验是考查学生课程目标达成状况的重要方式,以“数列”一章为例,说明设计数学书面测验试卷应关注的主要问题。



三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 已知 $f(x)$ 是在 $[a, b]$ 上的连续函数, 设 $F(x) = \int_a^x f(t) dt, x \in [a, b]$, 证明:

(1) $F(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续;(5 分)



视频讲解

(2) $F(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $F'(x) = f(x)$ 。(5 分)

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 推理一般包括合情推理与演绎推理。

(1) 请分别阐述合情推理与演绎推理的含义;(6 分)



视频讲解

(2)举例说明合情推理与演绎推理在解决数学问题中的作用(6分),并阐述二者间的关系(3分)。

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)阅读案例,并回答问题。

16.案例:

在学习《平面向量》后,某数学教师安排了如下道选择题:

若非零向量 a, b 满足 $|a-b|=|b|$, 则()。

A. $|2b|>|a-2b|$

B. $|2b|<|a-2b|$

C. $|2a|>|2a-b|$

D. $|2a|<|2a-b|$

教师要求学生写出他们详细的解题过程,三位学生分别给出了如下的解法:

学生 1: 因为 $|a-b|=|b|$, 所以 $a-b=b$ 或 $a-b=-b$, 故 $a=2b$ 或 $a=0$ (舍去), 所以 $|a-2b|=0$ 。由于 b 是非零向量, 所以 $|2b|>0$, 故 $|2b|>|a-2b|$, 选 A。

学生 2: 因为 $|a-b|=|b|$, 所以 $(a-b)(a-b)=b \cdot b$, $a \cdot a - 2a \cdot b + b \cdot b = b \cdot b$, 所以 $a \cdot a = 2a \cdot b$, 所以 $a=2b$, 故 $|a-2b|=0$ 。由于 b 是非零向量, 所以 $|2b|>0$, 故 $|2b|>|a-2b|$, 选 A。

学生 3: 因为 $|a-b|=|b|$, 所以 $|a-b|^2=|b|^2$, $|a|^2-2|a||b|+|b|^2=|b|^2$, $|a|^2=2|a||b|$, 所以 $|a|=2|b|$, 故 $|a-2b|=0$ 。由于 b 是非零向量, 所以 $|2b|>0$, 故 $|2b|>|a-2b|$, 选 A。

问题:

(1)如果你是这位数学教师,请指出这三种解法存在的错误;(9分)



视频讲解

(2)请你从已知条件 $|a-b|=|b|$ 出发,通过数形结合,引导学生给出一种正确的解法;(5分)

(3)针对学生在向量运算中的错误,请写出实数运算与向量运算的不同点(至少写出三点)。(6分)

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17.单调性是函数的基本性质之一。针对高中函数单调性中“增(减)函数”概念的教学,请完成下面的任务:

(1)给出“增(减)函数”概念形成过程中教学的重、难点;(8分)



(2)说明“增(减)函数”定义的要点;(10分)

(3)根据(2)中“增(减)函数”定义的要点,请写出教学设计思路。(12分)