

2017 年下半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选或未选均无分。

1. 矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩为()。

- A.0
C.2
B.1
D.3

2. 当 $x \rightarrow x_0$ 时，与 $x - x_0$ 是等价无穷小的为()。

- A. $\sin(x - x_0)$
C. $(x - x_0)^2$
B. $e^{x - x_0}$
D. $\ln|x - x_0|$

3. 下列四个级数中条件收敛的是()。

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$
B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$

4. 下列关于椭圆的论述，正确的个数是()。

- ① 平面内到两个定点的距离之和等于常数的动点轨迹是椭圆；
- ② 平面内到定直线和直线外的定点距离之比为大于 1 的常数的动点轨迹是椭圆；
- ③ 从椭圆的一个焦点发出的射线，经椭圆反射后通过椭圆另一个焦点；
- ④ 平面与圆柱面的截线是椭圆。

- A.0
C.2
B.1
D.3

5. 下列多项式为正定二次型的是()。

- A. $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$
C. $3x_1x_2 + x_2^2 - x_3^2$
B. $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2x_3 + 5x_2^2 + x_3^2$
D. $3x_1x_2 + 2x_2x_3 - 4x_1x_3$



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解

6. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 设随机变量 $Y=2X-3$, 则 Y 服从的分布是()。

A. $N(2\mu-3, 2\sigma^2-3)$

B. $N(2\mu-3, 4\sigma^2)$

C. $N(2\mu-3, 4\sigma^2+9)$

D. $N(2\mu-3, 4\sigma^2-9)$



视频讲解

7. “等差数列”和“等比数列”概念之间的关系是()。

A. 交叉关系

B. 同一关系

C. 属种关系

D. 矛盾关系



视频讲解

8. 在集合、三角函数、导数及其应用、平面向量和空间向量五个内容中, 属于高中数学必修课程内容的有()。

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



视频讲解

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 在线性空间 $\mathbf{R}^3$ 中, 已知向量 $\alpha_1=(1, 2, 1)$, $\alpha_2=(2, 1, 4)$, $\alpha_3=(0, -3, 2)$,

记 $V_1=\{\lambda\alpha_1+\mu\alpha_2|\lambda, \mu\in\mathbf{R}\}$, $V_2=\{k\alpha_3|k\in\mathbf{R}\}$ 。

令 $V_3=\{t_1\eta_1+t_2\eta_2|t_1, t_2\in\mathbf{R}, \eta_1\in V_1, \eta_2\in V_2\}$ 。

(1) 求子空间 V_3 的维数;(3 分)



视频讲解

(2) 求子空间 V_3 的一组标准正交基。(4 分)

10. 据统计,在参加某类职业资格考试的考生中,有 60%是本专业考生,有 40%是非本专业考生,其中本专业考生的通过率是 85%,非本专业的考生通过率是 50%。某位考生通过了考试,求该考生是本专业考生的概率。



视频讲解

11. 在平面有界区域内,由连续曲线 C 围成一个封闭图形。证明:存在实数 ζ 使直线 $y=x+\zeta$ 平分该图形的面积。



视频讲解

12. 给出“平行四边形”和“实数”的定义,并说明它们的定义方式。



视频讲解

13. 简述向量的数量积运算与实数的乘法运算的区别。



视频讲解

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 过点 $P(1,3)$ 作椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$ 的切线, 分别交 x 轴和 y 轴于点 A 和点 B , 将线段 AB 绕 x 轴旋转一周, 所成旋转曲面记作 S 。

(1) 在空间直角坐标系下, 写出曲面 S 的方程; (6 分)



视频讲解

(2) 求曲面 S 与平面 $x=0$ 所围成的立体的体积。(4 分)

四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15.数学的产生与发展过程蕴含着丰富的数学文化。

(1)以“导数及其应用”教学为例,说明在数学教学中如何渗透数学文化;(6 分)



(2)阐述数学文化对学生数学学习的作用。(9 分)

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)阅读案例,并回答问题。

16.案例:

下列是两位教师对“复数概念”引入的教学片段:

【教师甲】

为了解决 $x^2-2=0$ 在有理数集中无解,以及单位正方形对角线的度量等问题,在初中,把有理数集扩充到了实数集。

$x^2+1=0$ 在实数集中有解吗? 类比初中的做法,我们如何做呢? 看来,又需要扩充数系。

数学家引入了 i ,使 i 是方程 $x^2+1=0$ 的一个根,即使 $i^2=-1$,把这个新数 i 添加到实数集中去,就会得到一个新数集,记作 A ,那么方程 $x^2+1=0$ 在 A 中就有解 $x=i$ 了。

这样我们就引入了一个新数。

【教师乙】

16 世纪,意大利数学家卡尔达诺在解决“求两个数,使其和为 10,积为 40”时,认为这两个数是“ $5+\sqrt{-15}$ ”和“ $5-\sqrt{-15}$ ”,这是因为

$$(5+\sqrt{-15})+(5-\sqrt{-15})=10,$$

$$(5+\sqrt{-15})\times(5-\sqrt{-15})=40。$$

看来 $\sqrt{-15}$ 也是一个存在的数,从而 $\sqrt{-1}$ 是一个存在的数。数学家将 $\sqrt{-1}$ 记为 i ,从而 $\sqrt{-15}=\sqrt{15}i$ 。

这样我们就引入了一个新数。

.....

这节课我们学习了复数的表达形式 $a+bi(a,b\in\mathbf{R})$ 。当然,复数还有其他表示法,在后续的学习中我们会学习到。

问题:

(1)请分析这两位教师教学引入片段的特点;(12 分)



视频讲解

(2)复数还有三角表示法,请简述三角表示法的意义。(8分)

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17.某位教师设计了高中数学必修内容“分层抽样”的教学目标:

①通过实例,了解分层抽样的特点、适用范围及分层抽样的必要性,掌握分层抽样的操作步骤;

②体会分层抽样、简单随机抽样以及系统抽样的区别与联系,提升整体把握知识的能力。

基于上述内容,完成下列任务:

(1)基于教学目标①,设计一个实例,总结分层抽样的步骤,并说明设计意图;(21分)



(2)基于教学目标②,简要说明简单随机抽样、系统抽样以及分层抽样各自特点及适用范围。(9分)