

2019 年上半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选或未选均无分。

1. 下列选项中，运算结果一定是无理数的是()。

- | | |
|--------------|--------------|
| A. 有理数与无理数的和 | B. 有理数与有理数的差 |
| C. 无理数与无理数的和 | D. 无理数与无理数的差 |



2. 在空间直角坐标系中，由参数方程
$$\begin{cases} x = a \cos^2 t, \\ y = a \sin^2 t, \\ z = a \sin 2t \end{cases} (0 \leq t \leq 2\pi)$$
 所确定的曲线的一般方程是()。

- | | |
|--|--|
| A. $\begin{cases} x+y=a, \\ z^2=2xy \end{cases}$ | B. $\begin{cases} x+y=a, \\ z^2=4xy \end{cases}$ |
| C. $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ z^2=2xy \end{cases}$ | D. $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ z^2=4xy \end{cases}$ |



3. 已知空间直角坐标与球坐标的变换公式为
$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \cos \varphi, \\ y = \rho \cos \theta \sin \varphi, \\ z = \rho \sin \theta \end{cases} (\rho \geq 0, -\pi < \varphi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$$
，则在球坐标系中， $\theta = \frac{\pi}{3}$ 表示的图形是()。

- | | |
|--------|--------|
| A. 柱面 | B. 圆面 |
| C. 半平面 | D. 半锥面 |



4. 设 A 为 n 阶方阵， B 是 A 经过若干次初等行变换得到的矩阵，则下列结论正确的是()。

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| A. $ A = B $ | B. $ A \neq B $ |
| C. 若 $ A = 0$ ，则一定有 $ B = 0$ | D. 若 $ A > 0$ ，则一定有 $ B > 0$ |



5. 已知 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} (\pi x)^{2n-1}$ ，则 $f(1) = ()$ 。

- | | |
|-------|----------|
| A. -1 | B. 0 |
| C. 1 | D. π |



6. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ x & 4 & y \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量, $\lambda=2$ 是 A 的二重特征根, 则()。

A. $x=-2, y=2$

B. $x=1, y=-1$

C. $x=2, y=-2$

D. $x=-1, y=1$

7. 下列表述属于数学直观想象素养的是()。

①利用图形描述, 分析数学问题;

②借助空间形式认识事物的位置关系, 形态变化和运动规律;

③建立形与数的关系, 构建数学问题直观模型, 探索解决问题的思路;

④在实际情境中从数学的视角发现问题, 提出问题, 分析问题, 建立模型。

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

8. 下列描述为演绎推理的是()。

A. 从一般到特殊的推理

B. 从特殊到一般的推理

C. 通过实验验证结论的推理

D. 通过观察猜想得到结论的推理

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 一次实践活动中, 某班甲、乙两个小组各 20 名同学在综合实践基地脱玉米粒, 一天内每人完成脱粒数量(千克)的数据如下:

甲组: 57, 59, 63, 63, 64, 71, 71, 71, 72, 75

75, 78, 79, 82, 83, 83, 85, 86, 86, 89

乙组: 50, 53, 57, 62, 62, 63, 65, 65, 67, 68

69, 73, 76, 77, 78, 85, 85, 88, 94, 96

问题:

(1) 分别计算甲、乙两组同学脱粒数量(千克)的中位数; (2 分)

(2) 比照甲、乙两组数据, 请你给出 2 种信息, 并说明实际意义。 (5 分)



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解

10. 在空间直角坐标系下, 试判定直线 $l_1: \begin{cases} x+y+1=0, \\ x+2y+z+2=0 \end{cases}$ 与直线 $l_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ 的位置关系, 并求这两条直线间的距离。



视频讲解

11. 在平面直角坐标系下,

(1) 三次多项式函数的图像过四个点 $P_1(0,1), P_2(1,3), P_3(-1,3), P_4(2,15)$, 求该三次多项式函数的表达式; (4分)

(2) 设 $P_i(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 是平面上满足条件 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ 的 n 个点, 则由这 n 个点所唯一确定的多项式函数的最高次数是多少? 简要说明理由。 (3分)



视频讲解

12. 高中数学课程是培养公民素质的基础性课程, 简述“基础性”的含义, 并举例说明。



视频讲解

13. 评价学生的数学学习应该采用多样化的方式, 请列举四种不同类型的评价方式。



视频讲解

三、解答题(本大题 1 小题, 10 分)

14. 设 $\mathbf{R}^2$ 为二维欧氏平面, F 是 $\mathbf{R}^2$ 到 $\mathbf{R}^2$ 的映射, 如果存在一个实数 $\rho, 0 < \rho < 1$, 使得对于任意的 $P, Q \in \mathbf{R}^2$, 有 $d(F(P), F(Q)) \leq \rho d(P, Q)$ (其中 $d(P, Q)$ 表示 P, Q 两点间的距离), 则称 F 是压缩映射。

设映射 $T: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$,

$$T((x, y)) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{3}y\right), \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

(1) 证明: 映射 T 是压缩映射; (4 分)

(2) 设 $P_0 = P_0(x_0, y_0)$ 为 $\mathbf{R}^2$ 中任意一点, 令 $P_n = T(P_{n-1}), n = 1, 2, 3, \dots$, 证明: $n \rightarrow \infty$ 时, 平面点列 $\{P_n\}$ 收敛, 并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 。(6 分)



视频讲解

四、论述题(本大题 1 小题, 15 分)

15. 函数是中学数学课程的主线, 请结合实例谈谈如何用函数的观点来认识中学数学课程中的方程、不等式、数列等内容。



视频讲解

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)阅读案例,并回答问题。

16.案例:

下面提供的案例是教师 A 和教师 B 在《方程的根与函数的零点》教学中的“课堂提问”。

教学环节	教师 A	教师 B
概念的引入	1.方程 $\ln x+2x-6=0$ 是否有实数根? 2.在初中你是如何判断一个方程是否有实数根的? 3.函数与方程之间有什么关系?	1.观察三组一元二次方程及其相应的二次函数,你能发现方程的根和函数图像与 x 轴交点之间有何关系吗?
概念的学习	4.怎样定义函数的零点? 5.函数的零点是点吗?	2.函数的零点如何定义? 3. $f(x)=-x^2-2x+3$ 的零点是什么? 4.根据下列函数图像,判断函数有几个零点?
概念的意义	6.函数零点的几何意义是什么?	5.函数零点的几何意义是什么?
零点存在性定理的引入	7.根据函数图像判断满足什么条件时函数有零点?	6.观察 $f(x)=-x^2-2x+3$ 的图像,它在 $[-4,-2]$ 上有零点,计算 $f(-4)$ 和 $f(-2)$ 的乘积,你能发现这个乘积有什么特点?在区间 $[0,2]$ 上是否也具有这种特点?
零点存在性定理的学习	(教师板书:如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图像是连续不断的一条曲线,并且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$,那么函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有零点,即存在 $c \in (a,b)$ 使 $f(c)=0$,这个 c 也就是方程 $f(x)=0$ 的根) 8.满足定理条件的函数零点是唯一的吗? 9.满足什么条件零点唯一?依据是什么?	(教师板书:如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图像是连续不断的一条曲线,并且 $f(a) \cdot f(b) < 0$,那么函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有零点,即存在 $c \in (a,b)$ 使得 $f(c)=0$,这个 c 也就是方程 $f(x)=0$ 的根) 7.为何要求函数的图像连续? 8.能否由“函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有零点”得到“ $f(a) \cdot f(b) < 0$ ”? 9.如果函数图像在 $[a,b]$ 上连续,能否由“ $f(a) \cdot f(b) < 0$ ”判断函数在区间 (a,b) 内零点只有一个?
例题及练习、小结	(略)	(略)

问题:

(1)请对两位教师的课堂提问进行评价,并简述理由;(15 分)

(2)请对两位教师“概念引入”环节的课堂提问给出改进建议。(5 分)



视频讲解

六、教学设计题(本大题1小题,30分)

17.“简单随机抽样(第一课时)”的教学目标设计如下。

目标一:学会从现实生活或其他学科中提出具有一定价值的统计问题,理解随机抽样的必要性;

目标二:结合具体的实际问题情境,体会简单随机抽样的重要性;

目标三:以“问题链”的形式理解样本是否具有代表性。

要求:

(1)请针对上述教学目标,完成下列任务:

①根据教学目标一,设计两个问题,并说明设计意图;(8分)

②根据教学目标二,给出一个实例,并说明设计意图;(4分)

③根据教学目标三,设计“问题链”(至少包含两个问题),并说明设计意图。(6分)

(2)请针对“简单随机抽样”的内容,回答下列问题:

①这节课的教学重点是什么?(4分)

②作为高中阶段“统计”学习的起始课,其难点是什么?(4分)

③这节课对后续哪些内容的学习有直接影响?(4分)



视频讲解