

2020 年下半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{\frac{3}{2}} \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$ 的值为()。

- A. 0
B. 1
C. ∞
D. 不存在

2. 空间曲面 $xyz = 1$ 被平面 $x = 1$ 截得的曲线是()。

- A. 圆
B. 椭圆
C. 抛物线
D. 双曲线

3. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ 的行向量组的极大线性无关组所含向量的个数是()。

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

4. 直线 $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 $4x - 2y - 2z = 3$ 的位置关系是()。

- A. 平行
B. 直线在平面内
C. 垂直相交
D. 相交但不垂直

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处()。

- A. 连续但不可导
B. 可导但导函数不连续
C. 可导且导函数连续
D. 二阶可导



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解

10. 已知矩阵 $A_{3 \times 4}$ 的秩等于 3, η_1, η_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个不同的解, 其中

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}.$$

求: (1) $Ax = 0$ 的通解; (4 分)

(2) $Ax = b$ 的通解。 (3 分)



11. 已知泊松分布的概率分布为 $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} (k = 0, 1, 2, \dots)$, 求 X 的数学期望。



12. 简述为什么“函数”是普通高中数学课程的主线之一。



13. 简述数学运算的基本内涵。



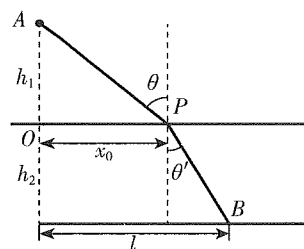
视频讲解

三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14. 已知一束光线在空气中从点 A 到达水面上的点 P , 然后折射到水下的点 B (如图), 设光在空气中的速度为 c , 在水中的速度为 c' , 光线在点 P 的入射角为 θ , 折射角为 θ' 。

(1) 若 OP 长为 x_0 , 请写出光线从点 A 到达点 B 所需时间 $T(x_0)$ 的表达式; (3 分)

(2) 若 $T(x_0)$ 为光线从点 A 到达点 B 所需时间的极小值, 求证: $\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = \frac{c}{c'}$ 。 (7 分)



四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15. 伴随着大数据时代的到来, 数据分析已经深入到社会生活的各个方面, 结合实例, 阐述在中学数学教学中, 培养学生数据分析能力的意义。



视频讲解

五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:在“基本不等式: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, a, b \in \mathbf{R}^+$ ($\mathbf{R}^+$ 表示全体正实数的集合),当且仅

当 $a = b$ 时等号成立”的教学中,两位老师创设了如下情境:

情境 1:某商店在“双十一”进行商品降价促销活动,拟分两次降价,有三种促销方案。甲方案是第一次打 p 折销售,第二次打 q 折销售;乙方案是第一次打 q 折销售,第二次打 p 折销售;丙方案是两次均打 $\frac{p+q}{2}$ 折销售。问:哪种促销方案降价更多?

情境 2:现有一台天平两臂之长略有差异,其他均精确,有人要用它称量物体的质量,只需将物体放在左右两个托盘中各称一次,再将称量结果相加后除以 2,就是物体的真实质量,你认为这种做法对不对?如果不对的话,你能否找到一种用这台天平称量物体质量的正确做法?

问题:

(1) 请对上述两种情境创设进行评价;(10 分)

(2) 数学教学中情境创设应该注意哪些问题?(10 分)



视频讲解

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17. 二分法是运用函数性质来求方程近似解的基本方法,为了帮助学生掌握二分法,《普通高中数学课程标准(2017 年版)》提出的学习要求是:

① 结合学过的函数图像,了解函数零点与方程解的关系;

② 结合具体连续函数及其图像的特点,了解函数零点存在定理,探索用二分法求方程近似解的思路,并会画程序框图,能借助计算工具用二分法求方程的近似解,了解用二分法求方程近似解的一般性。

请以达到学习要求 ② 为目的,设计“二分法”的一个教学方案,要求:

(1) 写出明确的教学重点;(6 分)

(2) 设计主要的教学环节(问题导入、二分法生成过程、巩固新知),并说明设计意图;(18 分)

(3) 说明教学方案的特色及实施的注意事项。(6 分)

