

## 2021年上半年教师资格证考试《高中数学》题

**一. 单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。**

1. 在空间直角坐标系下，直线  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-11}{4} = \frac{z+1}{1}$  与平面  $3x - 2y - z + 5 = 0$  的位置关系是（ ）。
- A. 相交且垂直      B. 相交不垂直      C. 平行      D. 直线在平面上
2. 使得函数  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  一致连续的  $x$  取值范围是（ ）。
- A.  $[0, \frac{1}{3}] \cup [\frac{3}{2}, 3]$   
 B.  $(-\infty, 1)$   
 C.  $(1, +\infty)$   
 D.  $(-\infty, +\infty)$
3. 方程  $x^4 - 3x^3 + 6x - 4 = 0$  的整数解的个数是（ ）。
- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3
4. 设函数  $y = f(x)$  在  $x_0$  的自变量的改变量为  $\Delta x$ ，相应的函数改变量为  $\Delta y$ ， $\circ(\Delta x)$  表示  $\Delta x$  的高阶无穷小。若函数  $y = f(x)$  在  $x_0$  可微，则下列表述不正确的是（ ）。
- A.  $dy = f'(x_0)dx$   
 B.  $\Delta y = f'(x_0)\Delta x + \circ(\Delta x)$   
 C.  $\Delta y = f'(x_0)dx$   
 D.  $\Delta y = dy + \circ(\Delta x)$
5. 抛掷两粒正方体骰子（每个面上的点数分别为 1, 2, …, 6），假定每个面朝上的可能性相同，观察向上的点数，则点数之和等于 5 的概率为（ ）。
- A.  $\frac{15}{36}$   
 B.  $\frac{1}{9}$   
 C.  $\frac{1}{12}$   
 D.  $\frac{1}{18}$
6. 对于  $m \times n$  矩阵  $A$ ，存在  $n \times s$  矩阵  $B (B \neq 0)$ ，使得  $AB = 0$  成立的充要条件是矩阵  $A$  的秩  $rank(A)$  满足（ ）。
- A.  $rank(A) \leq n$   
 B.  $rank(A) < n$   
 C.  $rank(A) \geq n$   
 D.  $rank(A) > n$
7. 《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》中明确提出的数学核心素养不包括（ ）。
- A. 数据分析      B. 直观想象      C. 数学抽象      D. 合情推理
8. 下列函数： $f(x) = \pi^x$ ,  $g(x) = e^x - \ln x^2$ ,  $h(x) = x^\pi + \tan x$ ,  $D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ -1, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$  其中初等函数的个数是（ ）。
- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

**二. 简答题：本大题共5小题，每小题7分，共35分**

9. (论述题) 已知三维空间中的两点  $A$ ,  $B$ , 其距离为  $2C$ , 求到  $A$ ,  $B$  两点距离之和等于  $2a (0 < c < a)$  的点围成的立体图形的体积。(7分)

## 2021年上半年教师资格证考试《高中数学》题

10. (论述题)

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

设顾客在某银行窗口等待服务的时间  $X(\text{min})$  的概率密度为  $f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 用变量  $Y$  表示顾客对银行服务质量的评价值, 若顾客等待时间不超过 5(min), 则评价值为  $Y = 1$ ; 否则, 评价值为  $Y = -1$ , 即  $Y = \begin{cases} -1, & X > 5 \\ 1, & X \leq 5 \end{cases}$

- (1) 求  $X$  的分布函数; (4分)
- (2) 求  $Y$  的分布律。 (3分)

11. (论述题)

$$\text{已知方程组 } \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases} \quad \text{①}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{②}$$

有唯一解当且仅当行列式不等于零。请回答下列问题:

- (1) 行列式②的几何意义是什么? (3分)
- (2) 上述结论的几何意义是什么? (4分)

12. (论述题) 数学课堂教学过程中, 为了鼓励学生独立思考、深入理解问题, 教师常常在呈现任务后, 不是立刻讲解, 而是留给学生足够的思考时间, 这种教学方式可称之为“课堂留白”, 请谈谈课堂留白的必要性及其意义。 (7分)

13. (论述题) 给出指数函数模型的两个实际背景, 分别写出其对应的函数解析式, 并简述指数函数模型的特点。  
(7分)

### 三. 解答题: 本大题1小题, 共10分。

14. (论述题)

$$\text{已知非齐次线性方程组 } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 5x_4 = -6 \\ x_2 - x_3 - 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 12x_4 = -14 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 + ax_4 = -8 \end{cases}$$

- (1)  $a$  为何值时, 其对应齐次线性方程组解空间的维数为 2? (5分)
- (2) 对于 (1) 中确定的  $a$  值, 求该非齐次线性方程组的通解。 (5分)

### 四. 论述题: 本大题1小题, 共15分。

15. (论述题) 数学运算能力是中学数学教学需要培养的基本能力, 学生的数学运算能力具体表现为哪些方面? 请以整式运算为例予以说明。 (15分)

### 五. 案例分析题: 本大题共1题, 共20分。

#### (一)

案例: 在学习了“基本不等式”后, 教师要求学生解决如下问题: 设  $x, y$  均为正数, 且满足  $x + 2y = 1$ , 求  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值。

一位学生给出的解法如下:

因为  $x, y$  均为正数, 所以  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} \geq \frac{2}{\sqrt{xy}}$ , ①

由  $x + 2y = 1$ , 得:

$2\sqrt{2xy} \leq x + 2y = 1$  ②

## 2021年上半年教师资格证考试《高中数学》题

由②得， $\sqrt{xy} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$  ③

结合①③得， $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{2}{\sqrt{xy}} \geq 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ ，

从而 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 $4\sqrt{2}$ 。

16. (分析题) (1) 指出上述解答的错误之处，分析错误原因，并给出正确解法；  
(2) 简述求二元函数最值的一般解法有哪些。

### 六. 教学设计题：本大题共1题，共30分。

#### (二)

“等比数列前n项和公式”是普通高中数学教学的重要内容，请完成下列任务。

17. (分析题) (1) 设计一组问题，说明学习“等比数列前n项和公式”的重要性；(10分)  
(2) 写出等比数列前n项和公式，并给出两种不同的推导方法；(10分)  
(3) 针对(2)中的一种推导方法写出教学过程。(10分)