

2022年上半年教师资格证考试《高中数学》题

一. 单项选择题：单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2n})^{2n}$  的值是（ ）。
  - A. 0
  - B. 1
  - C.  $e$
  - D.  $\infty$
2. 已知向量  $a$  和  $b$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ ，且  $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，若  $\vec{m} = \lambda \vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$  互相垂直，则  $\lambda$  的值为（ ）。
  - A. -2
  - B. -1
  - C. 1
  - D. 2
3. 设  $f(x)$  与  $g(x)$  是定义在同一区间的增函数，下列结论一定正确的是（ ）。
  - A.  $f(x) + g(x)$  是增函数
  - B.  $f(x) - g(x)$  是减函数
  - C.  $f(x)g(x)$  是增函数
  - D.  $f(g(x))$  是减函数
4. 设  $A$  和  $B$  为  $n$  阶方阵，则下列等式一定成立的是（ ）。
  - A.  $A + B = B + A$
  - B.  $AB = BA$
  - C.  $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
  - D.  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$
5. 甲、乙两位同学分别前往不同的公司面试，甲同学被选中的概率是  $\frac{1}{7}$ ，乙同学被选中的概率是  $\frac{1}{5}$ ，则两位同学中至少有一位被选中的概率是（ ）。
  - A.  $\frac{1}{7}$
  - B.  $\frac{2}{7}$
  - C.  $\frac{11}{35}$
  - D.  $\frac{12}{35}$
6. 若向量  $a_1 = (1, 0, 1)$ ， $a_2 = (0, 1, 1)$ ， $a_3 = (2, \lambda, 2)$  线性相关，则  $\lambda$  的值为（ ）。
  - A. -1
  - B. 0
  - C. 1
  - D. 2
7. 下列语句是命题的是（ ）。
  - ①  $2x < 1$
  - ②  $x - 3$  是整数
  - ③ 存在一个  $x \in Z$ ，使  $2x - 1 = 5$
  - ④ 对任意一个无理数  $x$ ， $x + 2$  也是无理数
  - A. ①②
  - B. ①③
  - C. ②③
  - D. ③④
8. 下列数学成就属于中国古代数学成就是（ ）。
  - ① 勾股定理
  - ② 对数
  - ③ 割圆术

## 2022年上半年教师资格证考试《高中数学》题

④更相减损术

A.①②③

B.①②④

C.①③④

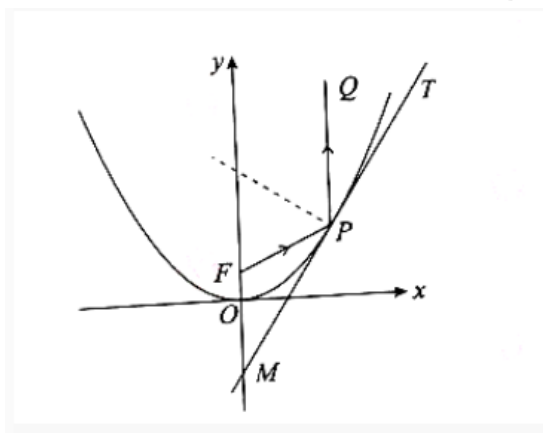
D.②③④

### 二. 简答题：简答题（本大题共5小题，每小题7分，共35分）

- 9.（论述题）已知函数  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1$ ，求函数  $f(x)$  的单调区间和极值。
- 10.（论述题）求过直线  $l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ ，且平行于直线  $l_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  的平面方程。
- 11.（论述题）已知某班级80%的女生和90%的男生选修滑冰，且该班中60%的学生是女生。
  - （1）从该班随机选取一名学生，求这名学生选修滑冰的概率；（3分）
  - （2）在该班选修滑冰的学生中随机选取一名学生，求这名学生是女生的概率。（4分）
- 12.（论述题）简述研究椭圆几何性质的两种方法。
- 13.（论述题）简述在教材的教学设计内容中设置下列习题的设计意图（答出两条即可）。已知  $0 < x < 1$ ， $0 < y < 1$ ，求证：不等式  $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \geq 2\sqrt{2}$ ，并说明其设计意义。

### 三. 解答题：解答题（本大题1小题，10分）

- 14.（论述题）已知抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$ 。
  - （1）求抛物线在点  $(2, 1)$  处的切线方程；（5分）
  - （2）如图，抛物线在点  $P(x_0, y_0)$  ( $x_0 \neq 0$ ) 处的切线  $PT$  与  $y$  轴交于点  $M$ ，光源在抛物线焦点  $F(0, 1)$  处，入射光线  $FP$  经抛物线反射后的光线为  $PQ$ ，即  $\angle FPM = \angle QPT$ ，求证：直线  $PQ$  与  $y$  轴平行。（5分）



### 四. 论述题：论述题（本大题1小题，15分）

- 15.（论述题）论述数学史在数学教学各阶段（导入、形成、应用）的作用。

### 五. 案例分析题：案例分析题（本大题1小题，20分）阅读案例，并回答问题。

（一）

下面是甲、乙两位教师的教学片段。

【教师甲】

教师甲：在平面直角坐标系中，点  $(x, y)$  关于  $y$  轴的对称点是什么？

学生1：  $(-x, y)$ 。

教师甲：为了研究函数的对称性，请大家填写下表，观察给定函数的自变量  $x$  互为相反数时，对应的函数值之间具有什么关系？

2022年上半年教师资格证考试《高中数学》题

$x$	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x) = x^2$						
$g(x) =  x $						

学生2：通过计算发现，自变量互为相反数时，对应的函数值相等，可以用解析式表示，

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x), g(-x) = |-x| = |x| = g(x)。$$

教师甲：通常我们把具有以上特征的函数称为偶函数，请大家试着给出偶函数的定义。

【教师乙】

教师乙：我们已经研究了函数的单调性，并且用符号语言精确地描述了函数的单调性，今天我们研究函数的其他性质，请大家画出函数 $f(x) = x^2$ 和 $g(x) = |x|$ 的图象，并观察它们的共同特征。

（通过观察，学生发现这函数的图象都关于 $y$ 轴对称）

教师乙：类比函数的单调性，你能用符号语言精确地描述“函数图象关于 $y$ 轴对称”这一特征吗？

（通过观察，学生发现 $f(-x) = f(x)$ ）

教师乙：通常我们把具有上述特征的函数称为偶函数，请大家试着给出偶函数的定义。

16.（论述题）问题：

（1）写出偶函数的定义，并简要说明函数奇偶性的作用；（10分）

（2）对甲、乙两位教师的教学进行评价。（10分）

六. 教学设计题：教学设计题（本大题1小题，30分）

（一）

下面是高中必修二教材“空间中直线与平面的位置关系”中的部分内容。

**2. 空间中直线与平面的位置关系**

在图 8.4-11 中，直线  $AB$  与平面  $ABCD$  有无数个公共点；直线  $AA'$  与平面  $ABCD$  只有一个公共点  $A$ ；直线  $A'B'$  与平面  $ABCD$  没有公共点。再结合生活实例，我们可以看出，直线与平面的位置关系有且只有三种：

- （1）**直线在平面内**——有无数个公共点；
- （2）**直线与平面相交**——有且只有一个公共点；
- （3）**直线与平面平行**——没有公共点。

当直线与平面相交或平行时，直线不在平面内，也称为**直线在平面外**。

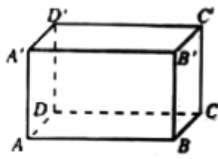


图 8.4-11

17.（论述题）根据上面的内容，完成下列任务：

（1）画出直线与平面的位置关系的示意图，并举出生活中体现这三种位置关系的实例；（12分）

（2）写出这部分内容的教学设计，包括教学目标、教学重难点、教学过程（含引导学生探究的活动和设计意图）。（18分）