

# 2022年下半年中小学教师资格考试

## 数学学科知识与教学能力试题(高级中学)

**一、单项选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分)**

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}$  的值是( )。

- A. -1
- B. - $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D. 1

2. 函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$  的间断点有( )。

- A. 0个
- B. 1个
- C. 2个
- D. 无穷多个

3. 曲线  $y = 2x + e^x$  在点(0,1)处的切线方程是( )。

- A.  $y = 2x - 1$
- B.  $y = 2x + 1$
- C.  $y = 3x - 1$
- D.  $y = 3x + 1$

4. 矩阵  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$  的秩是( )。

- A. 1
  - B. 2
  - C. 3
  - D. 4
5. 已知  $\alpha$  与  $\beta$  是非零向量,则“ $\alpha \cdot \beta = 0$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的( )。
- A. 充分不必要条件
  - B. 充要条件
  - C. 必要不充分条件
  - D. 既不充分也不必要条件
6. 将一枚质地均匀的硬币抛掷4次,其中有2次正面朝上的概率是( )。

- A.  $\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{3}{8}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $\frac{3}{4}$

7. “文华逾九章,拓扑公式彪史册;俊杰胜十书,机器证明誉寰球。”是对一位著名数学家成就的高度概括,这位数学家是( )。

- A. 吴文俊
- B. 苏步青
- C. 祖冲之
- D. 李善兰

8.《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》提出的数学学科核心素养不包括( )。

- A. 数学建模
- B. 数学文化
- C. 数据分析
- D. 数学运算

二、简答题(本大题共5小题,每小题7分,共35分)

9. 已知由方程  $e^x + xy - e^y = 1 - e$  所确定的隐函数为  $y(x)$ ,求  $y'(0)$ 。

10. 已知两点  $M_1(1, -2, 3), M_2(3, 0, -1)$ ,求垂直且平分线段  $M_1M_2$  的平面方程。

11. 甲、乙两个工厂为某公司生产一批产品,次品率分别为2%,1%。已知甲、乙两个工厂生产的产品分别占这批产品总数的40%,60%,公司质检员从中任意抽取一件产品。

- (1) 求这件产品是次品的概率;(5分)
- (2) 若这件产品是次品,求该产品出自甲工厂的概率。(2分)

12. 分类是一种重要的数学思想方法,简述分类的原则和学习分类的意义。

13. 结合抛掷硬币的试验,简述概率和频率的区别与联系。

### 三、解答题(本大题1小题,10分)

14. 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$ 的通解。

#### 四、论述题(本大题1小题,15分)

15.“几何与代数”是高中数学必修课程内容中的一个主题,该主题的内容包括立体几何、平面解析几何、平面向量、空间向量、复数,试论述:

- (1) 将“几何与代数”整体设计为一个主题的缘由;(6分)
- (2) 复数与平面向量之间的关系。(9分)

#### 五、案例分析题(本大题1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

##### 16. 案例:

某习题课上有这样一道习题,求函数  $y = \ln(x+1) + \ln(x-3)$  的单调递增区间。

某同学的解法如下:

函数  $y = \ln(x+1) + \ln(x-3) = \ln(x^2 - 2x - 3)$ , 由于  $y = \ln t$  是增函数, 所以只需求  $t = x^2 - 2x - 3$  的单调性, 因为  $t = x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$ , 易见该二次函数的单调递增区间为  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ 。所以函数  $y = \ln(x+1) + \ln(x-3)$  的单调递增区间为  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ 。

问题:

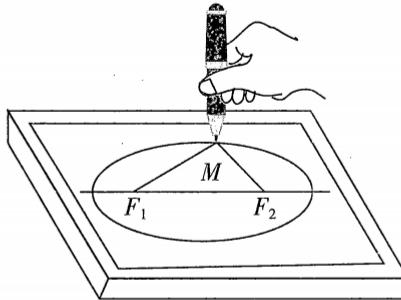
- (1) 指出这名学生在求解过程中的错误,并叙述理由;(8分)
- (2) 给出上述题目的正确解答过程。(12分)

## 六、教学设计题(本大题1小题,30分)

17.(材料)下面是某高中数学教材“椭圆及其标准方程”一节的内容片段:

### 探究

取一条定长的细绳,把它的两端都固定在图板的同一点,套上铅笔,拉紧绳子,移动笔尖,这时笔尖(动点)画出的轨迹是一个圆。如果把细绳的两端拉开一段距离,分别固定在图板的两点 $F_1, F_2$ (如图所示),套上铅笔,拉紧绳子,移动笔尖,画出的轨迹是什么曲线?



在这一过程中,移动的笔尖(动点)满足的几何条件是什么?

把细绳的两端拉开一段距离,移动笔尖的过程中,细绳的长度保持不变,即笔尖到两个定点的距离的和等于常数。

我们把平面内与两个定点 $F_1, F_2$ 的距离的和等于常数(大于 $|F_1F_2|$ )的点的轨迹叫作椭圆(ellipse)。这两个定点叫作椭圆的焦点,两焦点间的距离叫作椭圆的焦距。

由椭圆的定义可知,上述移动的笔尖(动点)画出的轨迹是椭圆。

下面我们根据椭圆的几何特征,选择适当的坐标系,建立椭圆的方程。

根据上面的内容,完成下列任务:

- (1) 写出椭圆标准方程的推导过程(设椭圆的焦距为 $2c$ ,绳长为 $2a$ ,焦点在 $x$ 轴上);  
(10分)
- (2) 根据材料设计这部分内容的教学设计,包括教学目标、教学重点、教学过程(含引导学生研究的活动和设计意图)。(20分)