

# 2023年下半年教师资格证考试《高中数学》题

一. 单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2 - 2\sin^2 x}$  的值是 ( )。  
A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2
2. 在平面直角坐标系中，圆  $x^2 + y^2 = 1$  围成的面积可以用定积分表示为 ( )。  
A.  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$   
B.  $2 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$   
C.  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$   
D.  $2 \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$
3. 平面  $x=2$  与双曲面  $x^2 + \frac{y^2}{4} - z^2 = 1$  的交线是 ( )。  
A. 两条直线                      B. 椭圆                      C. 抛物线                      D. 双曲线
4. 已知向量  $a=(1,2,1)$ ,  $b=(t,3,0)$ ,  $c=(2,t,1)$  线性相关，则  $t$  的取值是 ( )。  
A. -3或-1                      B. -3或1                      C. -1或3                      D. 1或3
5. 矩阵  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  是可逆矩阵， $E$  是二阶单位矩阵，则下列叙述不正确的是 ( )。  
A. 行列式  $|M| \neq 0$   
B.  $a=c=0$   
C. 向量  $\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$  与向量  $\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$  线性无关  
D. 存在  $N$ ，使得  $MN=E$
6. 若同一样本空间中的随机事件  $A, B$  满足  $P(A)+P(B)=1.2$ ，则下列叙述一定正确的是 ( )。  
A.  $P(A)=P(B)=0.6$   
B.  $A$  与  $B$  相互独立  
C.  $A \cap B \neq \emptyset$   
D.  $A$  与  $B$  互不相容
7. 贯穿普通高中数学课程内容的四条主线之一是 ( )。  
A. 三角函数                      B. 几何与代数                      C. 频率与概率                      D. 应用统计
8. 南北朝科学家祖暅在实践基础上提出了体积计算原理“幂势既同，则积不容异”，这一原理也常常被称为祖暅原理，其中“幂”和“势”的含义分别是 ( )。  
A. 乘方、高                      B. 乘方、宽                      C. 面积、高                      D. 面积、宽

二. 简答题：本大题共5小题，每小题7分，共35分。

9. (论述题)  
已知实系齐次线性方程组  $\begin{cases} (k+2)x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ kx_1 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$  有无穷多个解。  
根据以上材料回答问题：

(1) 求k的值。(3分)

(2) 求此时方程组的通解。(4分)

10. (论述题) 在空间直角坐标系中, 直线 $l_1$ 过点 $P(4,0,2)$ 且与直线 $l_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ 垂直相交。

根据以上材料回答问题:

(1) 求两条直线的交点坐标。(4分)

(2) 求直线 $l_1$ 的标准方程。(3分)

11. (论述题) 某设备由甲、乙两名工人同时操作, 两人的操作相互独立, 每名工人出现操作失误的次数只能是0、1、2, 对应的概率分别是0.7、0.2、0.1, 将两名工人操作失误的总数记为X, 若 $X \geq 2$ , 则该设备不能正常工作。

根据以上材料回答问题:

(1) 求该设备正常工作的概率。(3分)

(2) 求X的分布列与数学期望。(4分)

12. (论述题) 简单逻辑推理的含义及主要推理形式。

13. (论述题) 写出复数代数运算的加法、减法、乘法、除法运算法则, 并简述复数加法运算的几何意义。

### 三. 解答题: 本大题共1小题, 共10分。

14. (论述题) 材料:

已知函数 $f(x) = a \sin x + be^x$ , 其中a和b是常数, 并且 $f'(0) = 0$ ,  $f''(0) = 1$ 。

根据以上材料回答问题:

(1) 求常数a和b的值。

(2) 计算不定积分 $\int x f(x) dx$ 。

### 四. 论述题: 本大题共1小题, 共15分。

15. (论述题) 有学生向数学老师反映: 遇到您讲过的题我能做出来, 但是没讲过的题我就不会做了, 你认为在教学中产生此问题可能有哪些原因, 并给出相应的教学对策。

### 五. 案例分析题: 本大题共1题, 共20分。

#### (一)

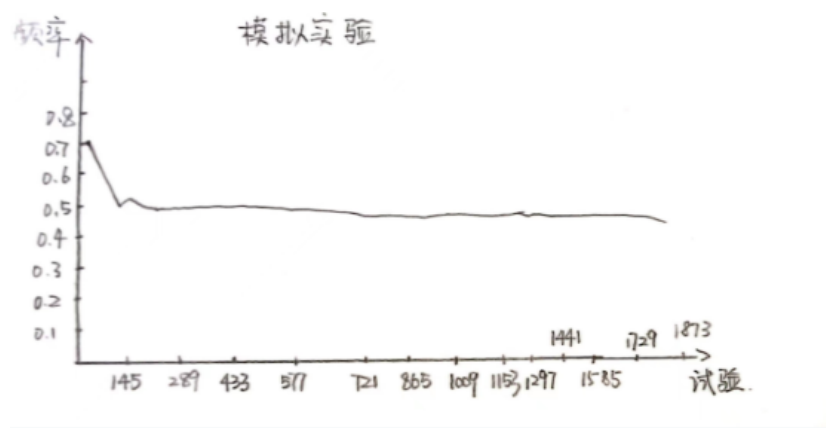
材料:

案例: 在“统计与概率”一节课中, 老师利用计算机模块抛掷一枚具有正反两面的硬币的实验。下图是模拟抛掷硬币“正面向上”事件发生的概率。请同学们结合数据分析频率变化的规律, 并探究频率与概率的关系。

学生1: 随着抛掷次数的增加, 频率越来越稳定。

学生2: 试验次数增加, 频率不一定稳定, 因为图中试验次数为577时的频率比试验次数为721时的频率更接近0.5。

学生3: 根据频率变化趋势, 抛掷一枚硬币, 正面向上的概率一定是 $\frac{1}{2}$ 。



16. (分析题) 根据以上材料回答问题:

- (1) 针对学生1、2的回答, 你怎么理解频率的稳定性? (12分)
- (2) 学生3的回答是否正确? 请说明理由。 (8分)

六. 教学设计题: 本大题有1题, 共30分。

(一)

材料:

下面是人教版版本教材高中选择性必修二“等比数列前n项和公式”的部分内容。

一般地, 如何求一个等比数列的前n项和呢?

设等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $a_1$ , 公比为 $q$ , 则 $\{a_n\}$ 的前n项和是:  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ , 根据等比数列的通项公式, \*\*可写成:  $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1}$  ①, 我们发现, 如果用公比 $q$ 乘①的两边, 可得 $qS_n = a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} + a_1q^n$  ②, ①②两式的公式有很多相同的项, 用①的两边分别减去②的两边, 就可以消去这些相同的项, 可得 $S_n - qS_n = a_1 - a_1q^n$  即  $(1-q)S_n = a_1(1-q^n)$ 。因此, 当 $q \neq 1$ 时, 我们就得到了等比数列的前n项和公式  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$  (1)。

因为 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ , 所以公式(1)还可以写成  $S_n = \frac{a_1 - a_nq}{1-q}$  ( $q \neq 1$ ) (2)。

例7: 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列。

- (1) 若  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $q = \frac{1}{2}$ , 求  $S_5$ ;
- (2)  $a_1 = 27$ ,  $a_9 = \frac{1}{243}$ ,  $q < 0$ , 求  $S_5$ ;
- (3) 若  $a_1 = 8$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $S_n = \frac{31}{2}$ , 求  $n$ ;

17. (分析题) 根据上面的内容, 完成下列任务:

- (1) 利用推导等比数列前n项和公式的方法, 求数列 $\{(2n-1) \cdot 2^n\}$ 的前n项和。(8分)
- (2) 写出这部分内容的教学设计, 包括教学目标、教学重点、教学过程(含引导学生探究的活动和设计意图)。(22分)