

2023年下半年教师资格证考试《高中数学》题

一. 单项选择题: 本大题共8小题, 每小题5分, 共40分。

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2 - 2 \sin^2 x}$ 的值是 () 。

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. 在平面直角坐标系中, 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 围成的面积可以用定积分表示为 () 。

A. $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$
 B. $2 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$
 C. $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$
 D. $2 \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$

3. 平面 $x=2$ 与双曲面 $\frac{x^2}{4} - z^2 = 1$ 的交线是 () 。

A. 两条直线 B. 椭圆 C. 抛物线 D. 双曲线

4. 已知向量 $a=(1,2,1)$, $b=(t,3,0)$, $c=(2,t,1)$ 线性相关, 则 t 的取值是 () 。

A. -3 或 -1 B. -3 或 1 C. -1 或 3 D. 1 或 3

5. 矩阵 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 是可逆矩阵, E 是二阶单位矩阵, 则下列叙述不正确的是 () 。

A. 行列式 $|M| \neq 0$
 B. $a=c=0$
 C. 向量 $\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$ 与向量 $\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ 线性无关
 D. 存在 N , 使得 $MN=E$

6. 若同一样本空间中的随机事件 A , B 满足 $P(A)+P(B)=1.2$, 则下列叙述一定正确的是 () 。

A. $P(A)=P(B)=0.6$
 B. A 与 B 相互独立
 C. $A \cap B \neq \emptyset$
 D. A 与 B 互不相容

7. 贯穿普通高中数学课程内容的四条主线之一是 () 。

A. 三角函数 B. 几何与代数 C. 频率与概率 D. 应用统计

8. 南北朝科学家祖暅在实践基础上提出了体积计算原理“幂势既同, 则积不容异”, 这一原理也常常被称为祖暅原理, 其中“幂”和“势”的含义分别是 () 。

A. 乘方、高 B. 乘方、宽 C. 面积、高 D. 面积、宽

二. 简答题: 本大题共5小题, 每小题7分, 共35分。

9. (论述题) 已知实系齐次线性方程组 $\begin{cases} (k+2)x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ kx_1 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$ 有无穷多个解。

根据以上材料回答问题。

(1) 求k的值。(3分)

(2) 求此时方程组的通解。(4分)

10. (论述题)

在空间直角坐标系中, 直线 l_1 过点P(4,0,2)且与直线 l_2 : $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ 垂直相交。

根据以上材料回答问题:

(1) 求两条直线的交点坐标。(4分)

(2) 求直线 l_1 的标准方程。(3分)

11. (论述题) 某设备由甲、乙两名工人同时操作, 两人的操作相互独立, 每名工人出现操作失误的次数只能是0、1、2, 对应的概率分别是0.7、0.2、0.1, 将两名工人操作失误的总数记为X, 若 $X \geq 2$, 则该设备不能正常工作。

根据以上材料回答问题:

(1) 求该设备正常工作的概率。(3分)

(2) 求X的分布列与数学期望。(4分)

12. (论述题) 简单逻辑推理的含义及主要推理形式。

13. (论述题) 写出复数代数运算的加法、减法、乘法、除法运算法则, 并简述复数加法运算的几何意义。

三. 解答题: 本大题共1小题, 共10分。

14. (论述题) 材料:

已知导数 $f(x) = a \sin x + b e^x$, 其中a和b是常数, 并且 $f'(0) = 0$, $f''(0) = 1$ 。

根据以上材料回答问题:

(1) 求常数a和b的值。

(2) 计算不定积分 $\int x f(x) dx$ 。

四. 论述题: 本大题共1小题, 共15分。

15. (论述题) 有学生向数学老师反映: 遇到您讲过的题我能做出来, 但是没讲过的题我就不会做了, 你认为在教学中产生此问题可能有哪些原因, 并给出相应的教学对策。

五. 案例分析题: 本大题共1题, 共20分。

(一)

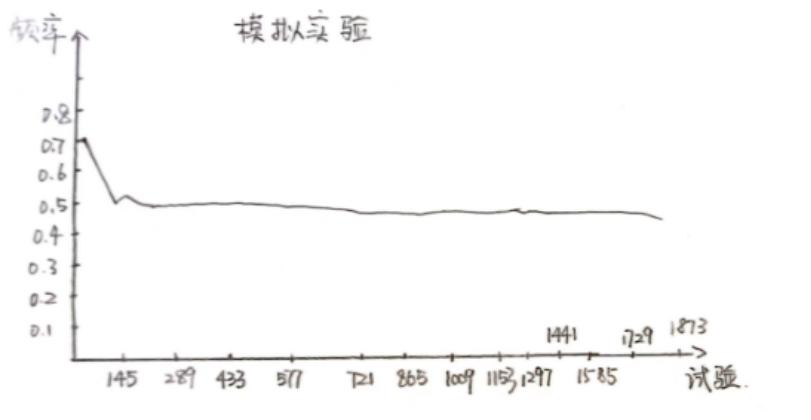
材料:

案例: 在“统计与概率”一节课中, 老师利用计算机模块抛掷一枚具有正反两面的硬币的实验。下图是模拟抛掷硬币“正面向上”事件发生的概率。请同学们结合数据分析频率变化的规律, 并探究频率与概率的关系。

学生1: 随着抛掷次数的增加, 频率越来越稳定。

学生2: 试验次数增加, 频率不一定稳定, 因为图中试验次数为577时的频率比试验次数为721时的频率更接近0.5。

学生3: 根据频率变化趋势, 抛掷一枚硬币, 正面向上的概率一定是 $\frac{1}{2}$ 。



16. (分析题) 根据以上材料回答问题:

- (1) 针对学生1、2的回答, 你怎么理解频率的稳定性? (12分)
- (2) 学生3的回答是否正确? 请说明理由。 (8分)

六. 教学设计题: 本大题有1题, 共30分。

(一)

材料:

下面是人教版版本教材高中选择性必修二“等比数列前n项和公式”的部分内容。

一般地, 如何求一个等比数列的前n项和呢?

设等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公比为 q , 则 $\{a_n\}$ 的前n项和是: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$, 根据等比数列的通项公式, **可写成: $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1}$ ①, 我们发现, 如果用公比 q 乘①的两边, 可得 $qS_n = a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} + a_1q^n$ ②, ①②两式的公式有很多相同的项, 用①的两边分别减去②的两边, 就可以消去这些相同的项, 可得 $S_n - qS_n = a_1 - a_1q^n$ 即 $(1-q)S_n = a_1(1-q^n)$ 。因此, 当 $q \neq 1$ 时, 我们就得到了等比数列的前n项和公式 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ (1)。

因为 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, 所以公式(1)还可以写成 $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$ ($q \neq 1$) (2)。

例7: 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列。

$$(1) \text{ 若 } a_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}, \text{ 求 } S_8;$$

$$(2) a_1 = 27, a_9 = \frac{1}{243}, q < 0, \text{ 求 } S_8;$$

$$(3) \text{ 若 } a_1 = 8, q = \frac{1}{2}, S_n = \frac{31}{2}, \text{ 求 } n;$$

17. (分析题) 根据上面的内容, 完成下列任务:

- (1) 利用推导等比数列前n项和公式的方法, 求数列 $\{(2n-1) \cdot 2^n\}$ 的前n项和。 (8分)
- (2) 写出这部分内容的教学设计, 包括教学目标、教学重点、教学过程(含引导学生探究的活动和设计意图)。 (22分)