

2024 年上半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力（高级中学）

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案字母按要求涂黑。错选、多选或未选均无分。

1. 平面 $x-y+z$ 与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ 的位置关系是（ ）。

- A. 橡胶且垂直 B. 平行 C. 相交而不垂直 D. 重合

2. 设矩阵 $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ，则 X 的特征值是（ ）。

- A. 0 和 1 B. 0 和 3 C. 1 和 2 D. 1 和 3

3. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 的值是（ ）。

- A. 0 B. -1 C. 3 D. -3

4. 当 $x \rightarrow 0$ 时， x^2 ， $x \sin^2 x$ ， $x^3 \sin x$ ，均为无穷小量，则它们趋近于 0 的速度按照从快到慢的次序是（ ）。

- A. $x^3 \sin x$ ， $x \sin^2 x$ ， $x^2 \sin x$ B. x^2 ， $x^3 \sin x$ ， $x \sin^2 x$
C. $x^3 \sin x$ ， $x \sin^2 x$ ， x^2 D. $x \sin^2 x$ ， $x^3 \sin x$ ， x^2

5. 设 $\alpha = (1, 1, 1)^T$ ， $\beta = (0, 1, 1)^T$ ， $\gamma = (0, 0, 1)^T$ 是 R^3 中的一组向量， $X = (\alpha, \beta, \gamma)$ 是以 α, β, γ 为列向量的矩阵，则下列表述不正确的是（ ）。

- A. α, β, γ 是 R^3 中的一组基底 B. 矩阵 X 的秩为 3
C. α, β, γ 两两正交 D. 矩阵 X 可逆

6. 设 $2f(x) = \int_0^x t^2 e^{-t} dt$ ，则 $f'(x) =$ （ ）。

- A. e^{-x} B. $\frac{1}{2} x^2 e^{-x}$
C. $1 - e^{-x} - \frac{1}{2} x^2 e^{-x}$ D. $e^{-x} + \frac{1}{2} x^2 e^{-x}$

7. 下列表述中与向量的应用不相关的课程内容是（ ）。

- A. 求指数函数定义域
B. 求角、距离的大小
C. 证明直线与平面位置关系的有关定理
D. 推导两角差的余弦公式

8. 确定数学教学难度的最主要依据是（ ）。

- A. 教师的教学方式
B. 教师的业务素质
C. 学生的学习方式
D. 学生的接受能力

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分。）

9. （1）下面运算中使用了结合律和交换律，请在括号中填写所使用的计算定律。（3 分）

$$(ab)(ab) = (aba)b() = (aab)(b)() = (aa)(bb)() = a^2b^2$$

（2）应用数学归纳法证明： $(ab)^n = a^n b^n$ ， $n \in \mathbb{N}^+$ 。（4 分）

10. 在空间直角坐标系中，已知 $a=(1, 1, 1)$ ， $b=(0, 3, -3)$ ， c ，满足 $(a \times b) \times c = 3a$ ，且向量 c 的模长为 $\sqrt{2}$ ，求 c 在空间直角坐标系中的坐标表示。

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} ax-1, & -1 \leq x \leq 0 \\ e^x + b, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$ ，在 $x=0$ 处可导，求 a, b 的值，并由此计算 $\int_1^0 f(x) dx$ 。

12. 数学学习评价不仅要关注结果评价，也要关注过程评价。简要说明过程评价应关注哪几个方面。

13. 以等比数列概念教学为例，简述数学概念教学的主要环节。

三、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分。）

14. 某人投掷六面分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 的骰子，若投掷结果均为奇数，则其得 1 分，若为偶数，则

其失去 1 分。令 X 为该人在试验中的得分，即 $X(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \omega \in \{1, 3, 5\} \\ -1, & \text{若 } \omega \in \{2, 4, 6\} \end{cases}$ ，求 X 的分布函数 $F(x)$ ，并画图草图。
(提示： $F(x) = P\{X(\omega) \leq x\}$)

四. 论述题（本大题共 1 小题，共 15 分。）

15. 高中数学课题研究的过程包括选题、开题、做题、结题四个环节，请回答四个步骤的具体内容以及如何评价数学建模活动成果。

五. 案例分析题：本大题共 1 题，共 20 分。

材料：

案例：在一堂习题课上，教师出示如下数列习题：

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 都是等差数列，它们的前 n 项和分别是 S_n 和 T_n ，且有 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{4n+3}{2n+5}$ ，求 $\frac{a_n}{b_n}$ 。

教师请两位学生板演如下：

生 1：因为 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{4n+3}{2n+5}$ ，因此，可设 $S_n = 4n+3$ ， $T_n = 2n+5$ ，于是 $a_n = S_n - S_{n-1} = 4$ ， $b_n = T_n - T_{n-1} = 2$ ，故得 $\frac{a_n}{b_n} = 2$ 。

生 2：因为 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{4n+3}{2n+5}$ ，因此可设 $S_n = k(4n+3)$ ， $T_n = k(2n+5)$ ，于是 $a_n = S_n - S_{n-1} = 4k$ ， $b_n = T_n - T_{n-1} = 2k$ ，故得 $\frac{a_n}{b_n} = 2$ 。

（生 1 和生 2 运用了不同的方法，所得的结果都是 2。）教师发现两位学生板演内容与自己备课的内容不一致。

16. （1）你如何评价两位学生的解题过程。（10 分）

（2）假如你是该教师，针对学生板演的情况，如何组织进一步的教学，完成该题的教学任务？（10 分）

六. 教学设计题（本大题有 1 题，共 30 分。）

材料：

下面是高中选择性必修教材“椭圆及其方程”一节的第三个例题。

例 3 如图 3.1-6，设 A, B 两点的坐标分别为 $(-5, 0), (5, 0)$ 。直线 AM, BM 相交于点 M ，且它们的斜率之积是 $-\frac{4}{9}$ ，求点 M 的轨迹方程。

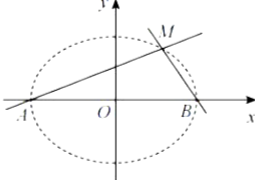


图 3.1-6

分析：设点 M 的坐标为 (x, y) ，那么直线 AM, BM 的斜率就可用含 x, y 的式子分别表示，由直线 AM, BM 的斜率之积为 $-\frac{4}{9}$ ，可得出 x, y 之间的关系式，进而得到点 M 的轨迹方程。

17. 根据上面的内容，完成下列任务：

- (1) 求出例 3 中点 M 的轨迹方程并说明轨迹的形状；（10 分）
- (2) 写出例 3 的教学设计，包括教学目标、教学重点、教学过程（含引导学生探究的活动和设计意图）。（20 分）