2013 年下半年教师资格证考试《高中数学》真题（解析）

1

本题主要考查的是求数列的最大项最小项问题，它的主要解决方法有；一利用函数图像，二利用函数的单调性。

因为$a_n=n^2-9n-100=(n-\frac{9}{2})^2-\frac{481}{4}$，当$n\le 4$时，数列$\{a_n\}$单调递减；当$n\ge 5$时，数列$\{a_n\}$单调递增。所以，数列$\{a_n\}$最小项为第 4 和 5 项。

故正确答案为 D。

2

本题是基础题，根据指数函数、幂函数的性质，对数函数的性质，即可得出正确结论。注意函数的单调性，是解题的关键。对于选择题，还可以选择特值法。

A 项：因为$a>1$，$0<x<y<1$，所以，$y=a^x$递增，错误。

B 项：因为$a>1$，$0<x<y<1$，所以，$y=x^a$递增，错误。

C 项：因为$log_x a<0$，$log_y a<0$，底数大于零小于一时，真数相同，底数不同，底数越小，对数越大，所以$log_x a>log_y a$，正确。

D 项：因为$a>1$，$0<x<y<1$，所以，$y=log_a x$递增，错误。

故正确答案为 C。

法 2：特值法，令$a=2$，$x=\frac{1}{4}$，$y=\frac{1}{2}$。则

A 项：$\sqrt[4]{2}<\sqrt{2}$，错误。

B 项:$(\frac{1}{4})^2<(\frac{1}{2})^2$，错误。

C 项：$log_{\frac{1}{4}}2>log_{\frac{1}{2}}2$，正确。

D 项：$log_2\frac{1}{4}<log_2\frac{1}{2}$，错误。

故正确答案为 C。

3

本题主要考查的是矩阵的运算及其运算规则

A 项：因为$M+N$成为一个新的矩阵，其行列式为$|M+N|$,而$|M|+|N|$为M行列式与N行列式的和。错误。

B 项:$|MN|=|M|\cdot|N|$ $|NM|=|N|\cdot|M|$，所以$|MN|=|NM|$。正确。

C 项：矩阵转置的运算规则为$(MN)'=N'M'$,错误。

D 项：矩阵的乘法满足结合律和分配律，但不满足交换律，所以，
$(M+N)^2=MM+MN+NM+NN$。错误。

故正确答案为 B。

4
本题主要考查正态分布的性质。

因为随机变量X服从正态分布$N(3,1)$，所以正态曲线的对称轴是$x=3$，因为
$P(2\le X\le 4=0.6826$,所以$P(X>4)=0.5-\frac{1}{2}P(2\le X\le 4)=0.5-0,3413=0.1587$。

故正确答案为 C。

法 2：$P(2\le X\le 4)=\varphi(\frac{4-3}{1})-\varphi(\frac{2-3}{1})=2\varphi(1)-1=0.6826$，所以$\varphi$（1）$=0.8413$，
又$P(x>4)=P(\frac{x-3}{1}>\frac{4-3}{1})=1-P(\frac{x-3}{1}<\frac{4-3}{1}=1-\varphi(1)=0.1587$

故正确答案为 C。

5
本题主要考查导数与函数单调性的关系。另外还考查读图能力，从图中获取信息的能力。对于选择题，还可以选择特值法。

$f'(x)$为曲线斜率，由图可以看出$f(x)$的斜率逐渐减小，所以$f'(3)<f'(2)$，所以 A 项、D 项错误。

$f(3)-f(2)$可以看成$f(x)$在 2 与 3 点之间某点斜率，所以$f'(3)<f(3)-f(2)<f'(2)$

所以 B 项正确。

故正确答案为 B。

6
本题主要利用向量的转化，求出数量积即可。

在正方形中AB与CB垂直：$\dot{DE}\cdot\dot{CB}=(\dot{DA}+\dot{AE})\cdot\dot{CB}=\dot{DA}\cdot\dot{CB}+\dot{AE}\cdot\dot{CB}=1+0=1$

故正确答案为 C。

7
《高中数学课程标准》中指出：算法是一个全新的课题，已经成为计算科学的重要基础，它在科学技术和社会发展中起着越来越重要的作用。算法的思想和初步知识，也正在成为普通公民的常识。在必修课程中将学习算法的基本思想和初步知识，算法思想将贯穿高中数学课程的相关部分。

A 项：《算法初步》中算法初步进入高中数学必修课程的意义一：算法是数学的重要组成部分。正确。

B 项:《算法初步》中算法初步进入高中数学必修课程的意义二：算法学习具有重要教育意义（2）：指出有利于学生逻辑思维和创新思维的培养。正确。

C 项：算法的三种基本的逻辑结构：顺序结构、条件结构和循环结构。正确。

D 项：在中国古代数学中蕴含着丰富的算法内容和思想，出现了很多著名的数学著作，如《九章算术》《周髀算经》《黄帝九章算经细草》《详解九章算术》等。中国在算法上还取得了许多伟大的成就，如最早采用“十进制”计数法等。错误。

本题为选非题，故正确答案为 D。

8
A 项：埃瓦里斯特·伽罗华是对函数论方程式论和数论作出重要贡献的数学家。错误。

B 项: 牛顿研究微积分着重于从运动学来考虑，在 1671 年写了《流数法和无穷级数》，在流数术中所提出的中心问题是：已知连续运动的路径，求给定时刻的速度（微分法）；已知运动的速度求给定时间内经过的路程（积分法）。正确。

C 项：费尔马是微积分的先驱者，早在牛顿、莱布尼茨之前，他就提出用微分子法求极大、极小的步骤，并给出求曲线围成图形的面积的方法。正确。

D 项：德国的莱布尼茨研究微积分侧重于几何学来考虑，在 1684 年发表了现在世界上认为是最早的微积分文献，它含有现代的微分符号和基本微分法则。1686 年，莱布尼茨发表了第一篇积分学的文献。现在我们使用的微积分通用符号就是当时莱布尼茨精心选用的。正确。

本题为选非题，故正确答案为 A。

9
令$y=f(x)=\frac{1}{2}e^x$，则$x=ln2y$故$f^-1(x)=ln2x(x>0)$关于$y=x$对称。

（2）设点$P(x,\frac{1}{2}e^x)$，P到直线 y=x 的距离为d，则$d=\frac{|x-\frac{1}{2}e^x|}{\sqrt{2}}$。所以$PQ$取最小值时，应该是$PQ$与直线$y=x$垂直，则$D=|PQ|=2d=\sqrt{2}|x-\frac{1}{2}e^x|=\sqrt{2}(\frac{1}{2}e^x-x)$。则$D'=\sqrt{2}(\frac{1}{2}e^x-1)$令$D'=0$，求得$x=ln2$在此处取得最小值。将所求的最小值带入上式中得到：$|PQ|=2d=\sqrt{2}(1-ln2)$。

10

因为$M=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$，所以$M^{-1}=\begin{pmatrix}1-1\\01\end{pmatrix}$，设曲线$y^2-x+y=0$上任意一点在矩阵$M^{-1}$所对应的线性变换作用下的像是$(x',y')$。由$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-1\\01\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-y\\y\end{pmatrix}$，所以$\begin{cases}x-y=x'\\y=y'\end{cases}$ 得$\begin{cases}x=x'+y'\\y=y'\end{cases}$ 代入曲线$y^2-x+y=0$得$y'2=x'$，由(x,y)的任意性可知，曲线$y^2-x+y=0$在矩阵M^{-1}对应的线性变换作用下的曲线方程为$y^2=x$。

11

设$f(x)$在$[a,b]$上连续，记m与M分别是其最小值与最大值，由积分性质得$m(b-a)=\int_a^b mdx\le\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b Mdx=M(b-a)$，所以$m\le\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx\le M$，根据连续函数的介值定理可知存在$\varepsilon\in[a,b]$使得$f(\varepsilon)=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$，

即$\int_a^b f(x)dx=f(\varepsilon)(b-a)$。

12

教师的“引导”作用主要体现在：

（1）通过恰当的问题，或者准确、清晰、富有启发性的讲授，引导学生积极思考、求知求真，激发学生的好奇心；

（2）通过恰当的归纳和示范，使学生理解知识、掌握技能、积累经验、感悟思想；

（3）能关注学生的差异，用不同层次的问题或教学手段，引导每一个学生都能积极参与学习活动，提高教学活动的针对性和有效性。

13

同化和顺应是瑞士心理学家·皮亚杰的发生认识论中的两个重要概念。二者都是个体适应环境的机能。

同化是指把外部环境中的有关信息吸收进来并结合到已有的认知结构(也称“图式”)中，即个体把外界刺激所提供的信息整合到自己原有认知结构内的过程。

顺应是指外部环境发生变化，而原有认知结构无法同化新环境提供的信息时所引起的认知结构发生重组与改造的过程，即个体的认知结构因外部刺激的影响而发生改变的过程。

所谓概念同化，就是利用学习者认知结构中原有的概念，以定义的方式直接给学习者提示概念的关键特征，从而使学习者获得概念的方式。

概念同化是学生获得概念的主要形式。在学校教学中，学生概念的学习都是以已有的知识经验为基础来进行的，在这一过程中，认知结构中的原有概念可以为一个新概念的吸收提供一个固定点，当学习者在已有的概念和新概念之间建立起一种实质性的、非人为的联系以后，学习者就会获得新概念的具体意义。例如，我们在学习椭圆的概念时可以类比着圆来学习。再如学习平行四边形的概念时，常常是通过概念同化的形式学习的。必须把“平行

四边形”这个概念与自己认知结构中原有的“四边形”知识联系起来，并把新概念纳入原有概念之中，明确新概念是对原有的四边形概念的限制。

14
$(z-a_1)(z-a_2)(z-a_3)=z^3-z^2(a_1+a_2+a_3)+z(a_1a_1+a_2a_3+a_3a_1)-a_1a_2a_3$

由于$a_1+a_2+a_3=0$，因此
$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1=a_1(-a_1-a_3)+a_2(-a_1-a_2)+a_3(-a_3-a_2)=-(a_1^2+a_2^2+a_3^2)-(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1)=-2(a_{a2}+a_2a_3$

于是$3(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1)=0$，所以$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1=0$

因此$(z-a_1)(z-a_2)(z-a_3)=z^3-a_1a_2a_3$

(2) $a_1^2+a_2^2+a_3^2=a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1$ 等价于

$(a_2-a_1)^2-(a_2-a_1)(a_3-a_1)+(a_3-a_1)^2=0$可以解出
$a_2-a_1=\dfrac{(1+sprt(3)i)}{2}(a_3-a_1)$或$a_2-a_1=\dfrac{(1-sprt(3)i)}{2}(a_3-a_1)$由复数乘法的几何意义，

a_2-a_1与a_3-a_1对应的向量长度相等，且夹角是 60 度，即以a_1,a_2,a_3为顶点的三角形是正三角形。

15
二分法求解方程近似解的适用范围：对于函数$y=f(x)$在区间$[a.b]$上连续不断，且满足$f(a)\cdot f(b)<0$的函数。

步骤：(1)确定区间$[a,b]$，验证$f(a)\cdot f(b)<0$，给定精确度ε；

(2)求区间(a,b)的中点x_1；

(3)计算$f(x_1)$：

1.若$f(x_1)=0$，则x_1就是函数的零点；

2．若$f(a)\cdot f(x_1)<0$，则令$b=x_1$（此时零点$x_0\in(a,x_1)$）；

3．若$f(x_1)\cdot f(b)<0$，则令$a=x_1$（此时零点$x_0\in(x_1,b)$）；

(4)判断是否达到精确度ε；即若$|a-b|<\varepsilon$，则得到零点近似值a（或b）；否则重复步骤 2-4．

高中数学新课程引入二分法的意义：首先，“二分法”简便而又应用广泛，它对函数没有要求，任何方程都可以用“二分法”求近似解，这就为教材后面函数知识的应用提供了一个很好的、必需的工具。

其次，它体现现代而又根植传统，算法作为一种计算机时代最重要的数学思想方法，将作为新课程新增的内容安排在数学必修 3 中进行教学，“二分法”是数学必修 3 教学的一个前奏和准备，它所涉及的主要是函数知识，其理论依据是“函数零点的存在性（定理）”。

再次，“二分法”朴素而又寓意深刻，体现了数学逼近的过程，二分法虽然简单，但包含了许多以后可以在算法以及其他地方运用和推广的朴素的思想，可以让学生感受“整体→局部”、“定性→定量”、“精确→近似”、“计算→技术”、“技法→算法”这些数学思想发展的过程，具有萌发数学思想萌芽的数学教育的价值。

16

（1）引导学生进行解题后反思，是优化学生思维，提高学生学习效率的行之有效的方法，教师可以在解题教学中通过引导学生对题意理解、解题方法解题过程和解题规律的反思，培养和提高他们的解题能力. 所以作为教师可以从以下方面引导学生进行解题反思：

①引导学生反思解题失误的原因，提高思维的严密性和批判性

②引导学生反思一题多解，提高思维的灵活性

③引导学生反思题目变式，提高思维的广阔性

④引导学生引申推广，提高思维的变通性

（2）要求一个量的最值，此量必然是一个变量，要想得到它的最值，必须弄清楚它为什么变，找出变化的原因：如何变，找出变化的规律，变化规律可以由函数解析式给出，化为求函数的最值问题，所以函数法是求最值问题的常用方法。也可以由动点的轨迹给出。轨迹法也是解决此类问题的常用方法。

所以学生 1 和学生 3 的解法体现了数学解题中的两种通性通法为函数法，轨迹法。

（3）本环节主要阐述的是教师在课堂教学中的引导作用，所以可以结合《高中数学新课程标准》第四部分实施建议进行回答。

对我的启发很大，首先我认为，教师要成为学生活动的引导者，组织者和合作者，作为一名新课改下的合格教师，应该做到以下几点：

1.数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展。使得人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

2.课程内容要反映社会的需要，数学的特点要符合学生的认识规律，它不仅包括数学的结果，也包括数学结果的形成过程和蕴涵的数学思想方法。课程内容的选择要贴近学生的实际，有利于学生体验与理解，思考与探索。课程内容的组织要重视过程，处理好过程与结果的关系。课程内容的呈现要注意层次性和多样性。

3.教学活动是师生积极参与，交往互动，共同发展的过程，有效的教学活动是学生学与教师教的统一，学生是学习的主体，教师是学习的组织者，引导者与合作者。数学教学活动应激发学生兴趣，调动学生积极性，引发学生的数学思维，鼓励学生的创造性思维，要注重培养学生良好的数学学习习惯。使学生掌握恰当的数学学习方法。学生学习应当是一个生动活泼，主动的和富有个性的过程。除接受学习外，动手实践，自主探索与合作交流同样是学习的重要方式。学生应该有足够的时间和空间经历观察，实验，猜测，计算，推理，验证等过程。

总之，教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础，面向全体学生，注重启发式教学和因材施教 .教师要发挥主导作用，处理好讲授与学生自主学习的关系，引导学生独立思考，主动探索，合作交流，使学生理解和掌握基本的数学知识与技能，数学思想方法，获得基本的数学活动经验。

17

问题一：

实例一 自由落体运动

（1）一枚炮弹发射后，经过$26s$落到地面击中目标. 炮弹的射高为$845m$，且炮弹距地面的高度h（单位：m）随时间 *t*（单位：s）变化的规律是：$h=130t-5t^2$. 炮弹飞行时间 *t* 的变化范围是数集$A=\{t|0\leq t\leq 26\}$，炮弹距地面的高度 *h* 的变化范围是数集$B=\{h|0\leq h\leq 845\}$.

实例二 臭氧层空洞的面积变化图

（2）近几十年来，大气层中的臭氧迅速减少，因而出现了臭氧层空洞问题.图 1 中的曲线显示了南极上空臭氧层空洞的面积从 1979～2001 年的变化情况.

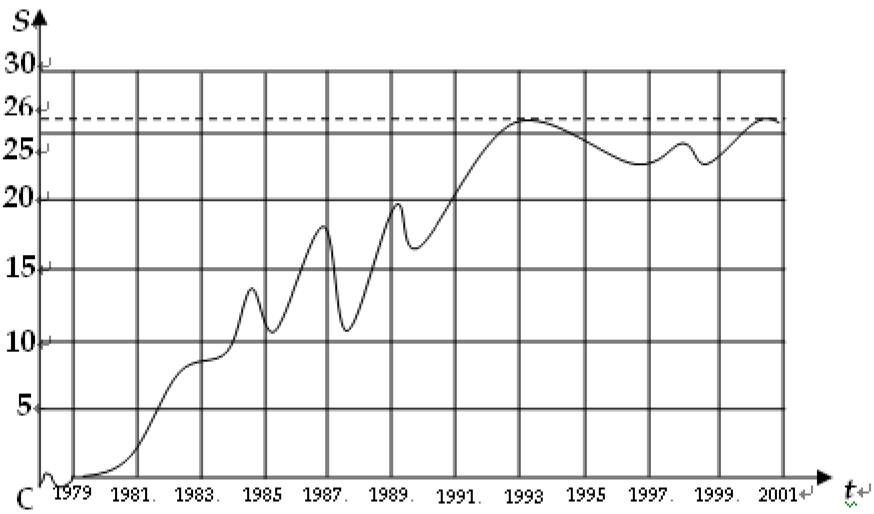

图 1

根据图中曲线可知，时间t的变化范围是数集$A=\{t|1979\leq t\leq 2001\}$，臭氧层空洞面积$s$的变化范围是数集$B=\{S|0\leq S\leq 26\}$.

对于数集A中的任意一个时间t，按照图中曲线，在数集B中都有唯一确定的臭氧层空洞面积S和它对应.

实例三 恩格尔系数变化表

（3）国际上常用恩格尔系数反映一个国家人民生活质量的高低，恩格尔系数越低，生活质量越高. 表 1 中恩格尔系数随时间（年）变化的情况表明，“八五”计划以来，我国城镇居民的生活质量发生了显著变化.

表 1 “八五”计划以来我国城镇居民恩格尔系数变化情况

时间(年)	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
城镇居民家庭恩格尔系数(%)	53.8	52.9	50.1	49.9	49.9	48.6	46.4	44.5	41.9	39.2	37.9

根据上表，可知时间t的变化范围是数集$A=\{|1991\le t\le 2001,t\in N^{+}\}$，恩格尔系数$y$的变化范围是数集$B=\{y|37.9\le y\le 53.8\}$. 并且，对于数集 *A* 中的任意一个时间$t$，根据表 1，在数集$B$中都有唯一确定的恩格尔系数$y$和它对应.

设计意图：以上三个实例中变量之间的关系都可以描述为：对于数集A中的每一个x，按照某种对应关系f，在数集B中都有唯一确定的y和它对应。例子的选取来自生活，体现出数学来源于生活并应用于生活，同时也易于学生理解。三个例子呈现出三种函数的表达形式：解析式法，图象法和列表法。

问题二：

例题 1 判断下列哪一个不是函数？

$A.f(x)=x\ B.f(x)=\pm x\ C.f(x)=|x|\ D.f(x)=0$

例题 2 下列函数中哪一个与函数$y=x$相等？

$A.y=(\sqrt{x})^2\ y=\left(\sqrt[3]{x^3}\right)\ C.y=(\sqrt{x^2})\ D.y=\dfrac{x^2}{x}$

设计意图：例题 1 针对函数的定义中所强调对应关系，可以多对一，可以一对一，但是不可以一对多。例题 2 重点突出函数的三要素即定义域，值域和对应法则。在概念教学中，需要教师引导学生从不同侧面去认识概念，全面把握概念的本质。

问题三：

初中阶段的概念是这样的：设在一个变化过程中有两个变量x与y，如果对于x的每一个值，y都有唯一的值与它对应，那么就说x是自变量，y是x的函数。

将自变量x取值的集合叫做函数的定义域，和自变量 x 的值对应的 y 的值叫做函数值，函数值的集合叫做函数的值域.

高中阶段的概念是这样的：设A、B是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系f，使对于集合A中的任意一个数x，在集合B中都有唯一确定的数$f(x)$和它对应，那么就称$f:A\to B$为从集合A到集合B的一个函数，记作$y=f(x)$，$x\in A$．其中，x叫自变量，x的取值范围A叫做函数的定义域；与x的值相对应的y值叫做函数值，函数值的集合{

$\{f(x)|x\in A\}$叫做函数的值域．

这个概念与初中概念相比更具有一般性．实际上，高中的函数概念与初中的函数概念本质上是一致的．不同点在于，表述方式不同——高中明确了集合、对应的方法．初中虽然没有明确定义域、值域这些集合，但这是客观存在的，也已经渗透了集合与对应的观点． 与初中相比，高中引入了抽象的符号$f(x)$．$f(x)$指集合B中与x对应的那个数．当x确定时，$f(x)$也唯一确定．另外，初中并没有明确函数值域这个概念．

教学的重点是，在研究已有函数实例（学生举出的例子）的过程中，感受在两个数集A，B之间所存在的对应关系f，进而用集合、对应的语言刻画这一关系，获得函数概念．然后再进一步理解它．

难点是：对抽象符号$y=f(x)$的理解。

本节重难点设置的理由：函数是中学教学的核心概念，而函数概念的核心是“对应”，正确理解函数的概念是基础。从具体到抽象才符合学生在学习的过程中从感知到理解，从表象到概念的认知规律。抽象符号在数学中广泛使用，因此对于它的理解是难点也是重点。