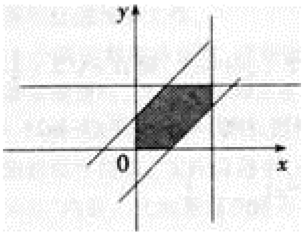
2014 上半年教师资格证考试《数学学科知识与教学能力》(高级中学)（解析）

1
由已知得 y'=3x2+2，则其在(1，2)处切线的斜率为 k=5，又切线过点(1，2)则其方程为 5x— y-3=0。
2
由罗尔中值定理可得：若函数 f(x)在[a，b]上连续，在(a，b)上可导，且 f(a)=(b)，则存在 ξ∈(a， b)，使 f'(ξ)=0，而当 f(a)时，则不一定。故选 D。
3
【答案】B。解析：$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=0$ 可知 $f(x)$ 的原函数 $F(x)$ 在区间 $[a,b]$ 的端点值相同即 $F(a)=F(b)$，又 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$F(x)$ 在 (a,b) 上可导，所以 $\exists x_0\in(a,b)$ 使 $F'(x_0)=f(x_0)=0$。所以选 B。
4
平面上一个点变换，如果保持点之间的距离不变，则称之为保距变换。其中反射、平移、旋转都是保距变换。A 为平移变换；8 为旋转变换；C 为沿 Y 轴方向的错切变换；D 为先对称变换再平移变换。故选 C。
5
【答案】C。解析：向量的外积 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\sin\theta$（其中 θ 为 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角）故三角形面积为 $S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$。
6
狄利克雷函数是周期函数，但是却没有最小正周期，它的周期是狄利克雷任意非零有理数(周期不能为 O)，而非无理数。因为不存在最小正有理数，所以狄利克雷函数不存在最小正周期。函数为偶函数且处处不连续．不是单调函数。
7
略
8
略
9
【参考答案】当 $a>1$ 时，设 $\sqrt[n]{a}=1+h_n(h_n>0)$ 那么有 $a=(1+h_n)^n=1+nh_n+C_n^2h_n^2+\cdots+h_n^n\geqslant nh_n\Rightarrow 0<h_n\leqslant\frac{a}{n}$，由夹逼准则得 $\lim\limits_{n\to\infty}h_n=0$，所以 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=\lim\limits_{n\to\infty}(1+h_n)=1$；当 $0<a<1$ 时，令 $b=\frac{1}{a}>1$ 从而有 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{b}=1$，因 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{b}}=1$，故 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$。当 $a=1$ 时，显然有 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$。综上：当 $a>0$ 时有 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$。

10

【参考答案】由已知得，$\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant 1 \\ 0\leqslant y\leqslant 1 \\ 0<x-y<\dfrac{1}{2} \\ 0<y-x<\dfrac{1}{2} \end{cases}$ 作图，其中中间部分 x,y 的取值满足题意。其概率为 $P=\dfrac{1\times1-0.5\times0.5}{1\times1}=\dfrac{3}{4}$。



11

(1)由已知得，椭圆 Γ 为圆柱 x2+y2=R2 与平面 z=kx 相交所得，因为圆柱 x2+y2=R2 和平面 z=kx 的中心都为原点．故椭圆 Γ 的中心为原点。

设点 $P(x,y,z)$ 是椭圆 Γ 上任意一点，则点 P 到原点的距离 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{R^2+k^2x^2}$，其中 $0\leqslant x\leqslant R$。当 $x=R$ 时，长轴$=2r_{max}=2\sqrt{R^2+k^2R^2}=2R\sqrt{1+k^2}$；$x=0$ 时，短轴$=2r_{min}=2R$。

(2)以椭圆 Γ 长轴所在直线为横轴 m，短轴所在直线为纵轴 n 建立直角坐标系，可得 Γ 的方程为 $\dfrac{m^2}{R^2(1+k^2)}+\dfrac{n^2}{R^2}=1$，其中长短轴之比为 $\dfrac{R\sqrt{1+k^2}}{R}=\sqrt{1+k^2}$，与 R 无关。故对任意给定的一个椭圆(其长半轴和短半轴分别为 a,b)，均可找到参数 k,R 使得 $a^2=R^2(1+k^2)$，$b^2=R^2$，其中 $\dfrac{a}{b}=\sqrt{1+k^2}$。

12

必修课程内容确定的原则是：满足未来公民的基本数学需求，为学生进一步的学习提供必要 的数学准备。

选修课程内容确定的原则是：满足学生的兴趣和对未来发展的需求，为学生进一步学习、获得较高数学素 养奠定基础。其中，系列 1 是为那些希望在人文、社会科学等方面发展的学生而设置的，系列 2 则是为那些希望 在理工、经济等方面发展的学生而设置的。系列 1、系列 2 内容是选修系列课程中的基础性内容。系列 3 和系列 4 是为对数学有兴趣和希望进一步提高数学素养的学生而设置的，所涉及的内容反映了某些重要的数学思想，有助于学生进一步打好数学基础，提高应用意识，有利于学生终身的发展，有利于扩展学生的数学视野，有利于 提高学生对数学的科学价值、应用价值、文化价值的认识。

13

①基本初等函数②性质③锐角三角函数④应用

14

【参考答案】(1)由已知得 $x^5-1=(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)=0$，可得 $x_1=1$ 或 $x^4+x^3+x^2+x+1=0$。

当 $x^4+x^3+x^2+x+1=0$ 时，有 $x^2+x+1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0$。

令 $z=x+\frac{1}{x}$，则有 $z^2+z-1=0$，解得 $z=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，

又 $z=x+\frac{1}{x}$，即 $x^2-zx+1=0$，解得 $x=\frac{z\pm\sqrt{z^2-4}}{2}$。

带人 z 可得 $x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}i$，$x_3=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}-\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}i$，$x_4=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{-2\sqrt{5}+10}}{4}i$，$x_5=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}-\frac{\sqrt{-2\sqrt{5}+10}}{4}i$，则第一象限的根为 $x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}i$。

(2)在复平面内建立直角坐标系，其中单位圆方程为 $x^2+y^2=1$。令其内接正五边形过点(1,0)，设其余四个顶点的坐标为(a,b)，且满足 $a^2+b^2=1$。由(1)得 $x^5-1=0$ 的五个根均在单位圆上，且 $|x_1x_2|=|x_1x_3|=|x_2x_4|=|x_4x_5|=|x_5x_3|=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$，则这五点构成一个单位圆的内接正五边形边长为 $\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$。

15

【参考答案】(1)抽象是在思想中抽取事物的本质属性，舍弃其非本质属性的思维过程。抽象是在对事物的属性作分析、综合、比较、概括的基础上进行的，它是认识事物本质、掌握事物内在规律的思维方法。抽象性是数学的基本特点之一，数学的抽象性体现在它所研究的对象是完全舍弃具体事物的一切具体内容而只考虑其量的关系与空间形式(或由公理体系所决定的结构)。

(2)数学的抽象性可以归纳为以下几类：①不仅数学概念是抽象的，而且数学方法也是抽象的，并且大量使用抽象的符号。②数学的抽象是逐级抽象的。下一次的抽象是以前一次的抽象材料为其具体背景。③高度的抽象必然有高度的概括。

(3)首先要着重培养学生的抽象思维能力。所谓抽象思维能力，是指脱离具体形象、运用概念、判断、推理等进行思维的能力。按抽象思维不同的程度，可分为经验型抽象和理论型抽象思维。在教学中，我们应着重发展理论型抽象思维，因为只有理论型抽象思维得到充分发展的人，才能很好地分析和综合各种事物，才有能力去解决问题。

其次要培养学生观察能力和提高抽象、概括能力。在教学中，可通过实物教具，利用数形结合，以形代数等手段。例如，讲对数函数有关性质时，可先画出图象，观察图象抽象出有关性质就是一例。

16

【参考答案】(1)该教师的这种直接呈现偶函数定义的方法对抽象思维能力较高的学生较容易接受，使之能够直接进入学习状态并对本节的学习内容有一个总的概念与基本的轮廓，但对于其他抽象思维能力较差的学生学习有一定的困难。而且不符合新的教学理念，学生并没有参与到偶函数概念的形成这个活动中来，体现其主体地位，教师也没有起到一个引导者的作用——创设出学习偶函数概念的学习环境。

对于偶函数的定义的讲授建议由具体的函数图象引入，通过观察图象的特点，学生自行归纳总结出偶函数的定义。学生由具体到抽象、表象到概念的学习过程中，其观察能力、抽象概括能力也得到相应的提高。

(2)该教师的课堂提问违背了课堂提问的基本原则：①目的性原则与启发性原则。课堂提问应有效的引导学生积极思考，启迪学生思维，而该老师的提问太过盲目没有针对性无法达到应有的课堂效果。②适度性原则与循序渐进原则。课堂提问的涉及要考虑学生的认知水平，遵循由浅入深、由易到难的规律、使学生能够拾级而上，从而深刻地理解偶函数的概念，而该老师的提问不符合现阶段学生的认知水平，难度过大。无法达到学习的预期效果，学生能力也无法得到相应的提高。

17

【参考答案】(1)向量是沟通代数与几何的桥梁，为研究几何问题提供了新的工具和方法，同时对更新和完善中学数学知识结构起着重要的作用。向量集数、形于一身，有着极其丰富的实际背景。

(2)教材按照从抽象到具体的认知过程，通过实际模型(或物理模型)，形成概念，使学生在材料的基础上获得对向量概念的直观感知，并上升到对向量概念及实际背景的理解。

(3)教学目标：

①知识与技能：通过实例分析，形成平面向量的概念，了解向量的实际背景，理解平面向量的几何表示，理解向量相等与共线的含义。

②过程与方法：引导发现与讨论相结合，通过学生互动参与到课堂教学活动中，通过联系、类比的方法研究向量。

③情感、态度与价值观：通过对向量和数量的比较，培养学生认识客观事物的数学本质的能力，意识到数学来源于生活。

重点：理解向量的概念，向量的几何表示、向量相等与共线的含义。

难点：向量、向量共线与相等概念的形成过程。

(4)教学片段：

师：同学们，老师问大家一个问题，在物理中，力有什么特点？

生：有大小，有方向。

师：在物理中，我们学到力是既有大小又有方向的量，同学们还能举出其他的例子吗？

生：位移、加速度……

师：路程和位移是一回事吗?

生：不是。路程没有方向。

师：在物理中，我们把这些既有大小又有方向的量叫做矢量。在数学中，我们把这种既有大小，又有方向的量叫做向量，而把那些只有大小没有方向的量叫做数量。