2014 下半年教师资格证考试《数学学科知识与教学能力》(高级中学)（解析）

1

【答案】B。解析：$f'(x)=\left(\int_0^{x^2}\ln(2+t)\mathrm{d}t\right)'=2x\ln(2+x^2)=0$，只有 $x=0$ 一个解。

2

不等式两边同时平方得(|a+b|）2>(|a-b|)2,化简得 ab=|a||b|cosθ>0，
即 cosθ＞0，所以 0＜θπ/2（θ 为 a，b 的夹角）。

3

因为 α1、α2 是线性方程组 Ax=0 的一个基础解系，所以 Aα1=Aα2=0。对于选项 A 有 A(3α1+α2)=3Aα1+Aα2=0，所以是 A 的特征向量；同样选项 B 也是矩阵 A 的特征向量；对于选项 D，由于 Aa3=a3≠0，所以 A(3a3)=3Aα3=3α3，故 D 也是矩阵 A 的特征向量；至于选项 C,A(αl+3α3)，Aα1+3Aα3=3α3 不能写成 m(α1+3α3)的形式，所以 C 不是矩阵 A 的特征向量。

4

【答案】C。解析：联立 $x=\sin\theta$ 和 $y=-1+\cos\theta$ 消去 θ 得 $x^2+y^2+2y=0$，可知选 C。$y=-1+\cos\theta$ 和 $z=\sin\frac{\theta}{2}$ 联立消去 θ 可得 $z^2+2y=0$。

5

根据函数的一致收敛定义可得。

6

【答案】D。解析：由题意得该变换为 $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$。

7

略

8

五种基本能力为空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理。

9

平面 π 的法向量为 n=(3，-1，2)；

平面 $2x+y+z-1=0$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(2,1,1)$，平面 $x+2y-z-2=0$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(1,2,-1)$，则直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\2&1&1\\1&2&-1\end{vmatrix}=-3\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，令 $\boldsymbol{m}=(-3,3,3)$。

$\boldsymbol{mn}=-9-3+6=-6$，可知直线 l 与平面 π 相交。

设直线 l 与平面 π 的夹角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\left|\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}\right|=\left|\frac{-6}{\sqrt{14}\sqrt{27}}\right|=\frac{\sqrt{42}}{21}$。

10

【参考答案】(1)由分步乘法原理可知 $P_1=\frac{70}{70+30}\cdot\frac{69}{99}=\frac{161}{330}$ (2)由已知易得，第二次摸出为黑球的概率 $P_2=\frac{30}{99}=\frac{10}{33}$。

11

【参考答案】利用 Taylor 公式展开可得：$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots+R_n(x)$，则有：$e\approx1+1+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{7!}=\frac{1370}{504}\approx2.718$。

12

方式一：直接导入法。举例：在学习函数单调性的证明时，直接提出函数单调性的定义，告诉学生直接从图象观察出来的单调性并不精确，只有通过定义证明才行，提出用定义证明的方法步骤并进行证明。这种方法直截了当，让学生容易理解。方式二：复习导入法。例如，等比数列的概念及计算公式可以先复习等差数列的概念及计算公式，通过等差数列的计算公式来导入新课。

13

教师、家长、学生、社会；

意义：(1)强调评价过程中主体间的双向选择，通过沟通和协商，能够关注评价结果的认同问题。(2)通过加强自评、互评，能使评价成为教师、管理者、学生、家长共同积极参与的交互活动。(3)增进双方的了解和理解，形成积极、友好、平等和民主的评价关系，进而使评价者在评价过程中能有效地对被评价者的发展过程进行监控和指导，帮助被评价者认同评价结果，最终促进其不断改进，获得发展。

14

【参考答案】证明：设矩阵 $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{pmatrix}$，设行空间的维数为 r，列空间维数为 r_1，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 为矩阵 A 的行向量组，不妨设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 为一组基，

所以方程组 $x_1\boldsymbol{\alpha}_1+x_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+x_r\boldsymbol{\alpha}_r=0$ 只有零解，

即线性方程组 $\begin{cases}a_{11}x_1+a_{21}x_2+\cdots+a_{r1}x_r=0,\\a_{12}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{r2}x_r=0,\\\cdots\\a_{1n}x_1+a_{2n}x_2+\cdots+a_{rn}x_r=0,\end{cases}$ 只有零解，

则其系数矩阵 $\begin{pmatrix}a_{11}&a_{21}&\cdots&a_{r1}\\a_{12}&a_{22}&\cdots&a_{r2}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\a_{1n}&a_{2n}&\cdots&a_{rn}\end{pmatrix}$ 的行向量空间的维数 $\geqslant r$，

因此它的行向量组可以找到 r 个线性无关的向量，不妨设为 $(a_{11},a_{21},\cdots,a_{r1})$，$(a_{12},a_{22},\cdots,a_{r2})$，$\cdots$，$(a_{1r},a_{2r},\cdots,a_{rr})$，则它们线性无关，

则 $(a_{11},a_{21},\cdots,a_{r1},\cdots a_{m1})$，$(a_{12},a_{22},\cdots,a_{r2},\cdots a_{m2})$，$\cdots$，$(a_{1r},a_{2r},\cdots,a_{rr},\cdots a_{mr})$ 也线性无关，它们正好是矩阵 A 的 r 个列向量，则矩阵 A 的列空间的维数 $r_1\geqslant r$。

同理可证 $r\geqslant r_1$，

所以 $r=r_1$，即矩阵 A 行空间的维数等于它列空间的维数。

15

【参考答案】(1)实例：老鼠的繁殖率：假设老鼠每胎产鼠 6 只，其中 3 雌 3 雄，两胎之间间隔时间 40 天，小鼠从出生到发育成熟需要 l20 天。现假设在理想情况下(即不考虑死亡、周期变化、突发事件等)，一对老鼠开始生育，估计一年后老鼠的总数将达多少只？

“数学化”：①从实际问题中，抽象出有关的数学模型，并对这些数学成分用图式法表示。②从图式法表示中，寻找并发现与问题有关的关系和规律。③从所发现的关系中，建立相应的公式，以求得某种一般化的规律。④运用其他不同方法(数学模型)解决这一问题。

(2)经历上述“数学化”过程，对于培养学生“发现问题，提出问题”以及“抽象概括”能力有以下作用：

①充分考虑学生的认知规律，已有的生活经验和数学的实际，灵活处理教材，根据实际需要对原材料进行优化组合。通过设计与生活现实密切相关的问题，帮助学生认识到数学与生活有密切联系，从而体会到学好数学对于我们的生活有很大的帮助，无形当中产生了学习数学的动力，有利于快速的发现问题。

②由“数学化”过程可以看出发现问题是直观的，容易引起学生想象的数学问题，进而提出问题。而这些数学问题中的数学背景是学生熟悉的事物和具体情景，而且与学生已经了解或学习过的数学知识相关联，特别是要与学生生活中积累的常识性知识和那些学生已经具有的知识相关联。

③通过一个充满探索的过程去学习数学，让已经存在于学生头脑中的那些非正规的数学知识和数学体验上升发展为科学的结论，从中感受数学发现的乐趣，增进学好数学的信心，形成应用意识、创新意识。从而达到素质教育的目的，对于培养学生抽象概括能力有很大帮助。

16

【参考答案】(1)教师 1 的教法是传统的教学方法，比较死板，没有认识到学生的认知水平，没有考虑到学生之间的个体差异。优点是在一个例题结束后，教师布置一道练习题进行巩固练习。教师 2 的教学完全符合新课标下的教学方式，将课堂交给学生，以学生为主体，老师为主导，引导学生诱发思考，循环渐进的启发学生，充分考虑到学生的个体差异，帮助学生打开思路。在课堂中，采用师生互动合作的学习方式，并将学生解答方法展现在黑板上，最后让学生补充其他的解题方法，充分尊重每一个学生的想法。但是这位老师的不足是在教学设计时没有考虑到用函数的方法解决此不等式，课前没有考虑到解不等式的函数思想方法。

(2)教师 l 没有辩证的理解“预设与生成”的关系，只有“预设”、完全封闭、一切尽在“教师掌控之中，的现象，没有结合学生的认知水平和学生间的个体差异，造成不适当的“生成”，缺乏教师引导，影响课堂教学质量。

教师 2 体现了对教学过程的“预设”，集中表现在：能根据所教班级学生的实际情况，选择贴切的教学素材和教学流程，准确地体现基本理念和内容标准规定的要求。并把“预设”转化为实际的教学活动，在这个案例的过程中，师生双方的互动“生成”一些新的教学资源，教师 2 能够及时把握，因势利导，适时调整预案．使教学活动收到更好的效果。但是教师 2 不足的是没有仔细研究教材，忽略了用函数问题解答此不等式，没有把本节课进行适当拓展和深化。

(3)构造函数 $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{9-x}\ (0\leqslant x\leqslant 9)$，则

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt{9-x}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{9-x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt{9-x}}\right),$$

令 $f'(x)>0$，则 $0\leqslant x<\frac{9}{2}$；

令 $f'(x)<0$，则 $\frac{9}{2}<x\leqslant 9$。

由函数 $f(x)$ 的单调性可知：$f(2)<f(3)$，即证 $\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{6}$。

运用函数证明该不等式的方法，使我们意识到不等式与函数是紧密联系的，很多不等式问

题往往有相关的函数背景，可以利用函数的思想解决。另一方面可以培养了思维能力和逻辑推理能力。

17

【参考答案】(1)不相同，知识与技能目标中行为主体是学生，而过程与方法和情感态度与价值观目标中的行为主体是教师。问题是教学目标中行为主体不一致。设计教学目标时在表述对象上应该统一，而不是其中的一条目标是以教师角度来描述的——“使学生……”，另一条又是以学生角度来描述的——“经历……过程”。通常情况下，以学生为主体来表述比较恰当，也能够充分体现学生的主体地位。

(2)不具有可操作性。问题是教学目标设计的过高过大不具有可操作性。教学目标的设计要建立在对教学内容、学生数学学习规律准确把握基础上的，要具体实在不浮华，具有可操作性。

(3)知识与技能：理解数列及有关概念，几种简单表示法(列表法、图象法、通项公式法)；了解数列是特殊的函数，了解数列的通项公式，对于比较简单的数列，会根据其前几项的特征写出它的一个通项公式，体会数列中项与序号之间的变量依赖关系：

过程与方法：通过自然界及生活中的一些实例抽象出数列的概念；根据一些数列的前几项的规律。抽象、归纳出数列的通项公式，了解数列与函数的关系。

情感态度与价值观：了解数列源于我们的生活之中，通过研究数列可以揭示生活以及自然中的一些规律．感受数列是刻画自然规律的数学模型，把生活实际与数学有机地联系在一起，体会数学就在我们身边。

(4)设计教学目标时要注意的事项有：①反映数学的学科特点，反映当前学习内容的本质。如本节课的教学

目标是数列及其概念，本质是特殊的函数。②要有计划性，可评价性；要有本节课的大致内容及学习顺序．学习 后学生应有什么样的变化，如会根据其前几项的特征写出它的一个通项公式等。③格式要规范，用词要考究；要从知识和技能、数学思考、解决问题、情感态度价值观等方面来阐述，表述对象要统一，在用词上要慎重．既要有 刻画知识技能的目标动词“了解、理解、掌握、灵活运用”，又要有刻画数学活动水平的过程性目标“经历(感受)、 体验(体会)和探索”等。④要全面，不能“重知轻思”“重知轻情”等；就是说我们不仅要关注学生知识的获得．还 要关注学生情感的变化。⑤注意教学目标的层次性；要从记忆、理解和探究三个层次来制定目标。⑥要实在具体，不浮华；要防止教学目标“高大全”，有的甚至是“假大空”，目标“远大”、空洞，形同虚设。