

## 2022年上半年教师资格证考试《高中数学》题参考答案解析

### 1 解析

本题主要考查数列极限的相关知识。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{2n} = e$ 。C项正确。

A、B、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 C

### 2 解析

本题主要考查向量的相关知识。因为  $\vec{m}$  和  $\vec{n}$  互相垂直，所以  $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$ ，即

$$\begin{aligned} (\lambda \vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - \vec{b}) &= 2\lambda \vec{a}^2 - \lambda \vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b}^2 = 2\lambda |\vec{a}|^2 + (2 - \lambda) |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} - |\vec{b}|^2 = 2\lambda + (2 - \lambda) \\ &\times 2 \times \frac{1}{2} - 2^2 = 0, \text{ 化简得 } 2\lambda + (2 - \lambda) - 4 = 0, \text{ 解得 } \lambda = 2。D \text{ 项正确。} \end{aligned}$$

A、B、C三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 D

### 3 解析

本题主要考查函数的基本性质的相关知识。在同一区间上， $f(x)$  和  $g(x)$  同为增函数，则  $f(x) + g(x)$  是增函数，A项正确；

B、C、D三项：如，当  $x \in R$ ， $f(x) = 2x$ ， $g(x) = x$  时， $f(x) - g(x) = x$  是增函数， $f(x)g(x) = 2x^2$  既非增函数又非减函数， $f(g(x)) = 2x$  是增函数，B、C、D三项错误。

故正确答案为 A

### 4 解析

本题主要考查矩阵运算的相关知识。因为  $A$  和  $B$  是同型方阵，故  $A + B = B + A$ ，A项正确；

B项：根据矩阵乘法的运算性质， $AB$  不一定等于  $BA$ ，B项错误；

C、D两项：根据逆矩阵的运算性质， $(A + B)^{-1}$  不一定等于  $A^{-1} + B^{-1}$ ， $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ，C、D两项错误。

故正确答案为 A

### 5 解析

本题主要考查随机事件的概率的相关知识。根据题意可得，甲同学不被选中的概率为  $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ ，乙同学不被选中的概率为  $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ ，则两位同学中至少有一位被选中的概率 =  $1 - P(\text{两位同学都不被选中}) = 1 - \frac{6}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{11}{35}$ 。C项正确。

A、B、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 C

### 6 解析

$$|a_1^T, a_2^T, a_3^T| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0, \text{ 即:}$$

本题主要考查向量组线性相关性的相关知识。若向量  $a_1, a_2, a_3$  线性相关，则

$1 \times 1 \times 2 + 0 \times \lambda \times 1 + 0 \times 1 \times 2 - 2 \times 1 \times 1 - 0 \times 0 \times 2 - 1 \times 1 \times \lambda = 0$ ，解得  $\lambda = 0$ 。B项正确。

A、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 B

### 7 解析

本题主要考查简易逻辑的相关知识。可以判断真假的语句叫做命题。命题由题设和结论两部分组成。  
① $2x < 1$ ，没有题设，所以语句①不是命题。  
② $x - 3$ 是整数，没有题设，所以语句②不是命题。  
③“存在一个 $x \in Z$ ，使 $2x - 1 = 5$ ”，解得 $x = 3$ ，所以语句③正确，是命题。  
④一个无理数加一个有理数，结果是无理数，所以语句④正确，是命题。综上可知，语句③④是命题。D 项正确。

A、B、C 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 D

### 8 解析

本题主要考查数学史的相关知识。  
①我国现存最早的数学著作《周髀算经》中记载，公元前十一世纪，周朝数学家商高明确指出“勾三、股四、弦五”，《周髀算经》在数学上的重要成就是介绍并证明了勾股定理。  
②对数的概念最早是由苏格兰数学家约翰·纳皮尔提出的。  
③割圆术是由我国魏晋时期数学家刘徽首创，为计算圆周率建立了严密的理论和完善的算法。  
④更相减损术出自中国古代数学专著《九章算术》，是求两个数的最大公因数的一种方法。综上可知，①③④为中国古代数学成就。C 项正确。

A、B、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 C

9 正确答案是：

由 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1$ ，可得

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x^2 - 3x + 2) = 4x(x - 1)(x - 2) (x \in R).$$

当 $f'(x) > 0$ 时， $4x(x - 1)(x - 2) > 0$ ，得 $0 < x < 1$ ,  $x > 2$ ，此时 $f(x)$ 单调递增；

当 $f'(x) < 0$ 时， $4x(x - 1)(x - 2) < 0$ ，得 $x < 0$ ,  $1 < x < 2$ ，此时 $f(x)$ 单调递减。

故当 $x = 0$ 时， $f(x)$ 取得极小值，为 $f(0) = 1$ ，

当 $x = 2$ 时， $f(x)$ 取得极小值，为 $f(2) = 1$ ，

当 $x = 1$ 时， $f(x)$ 取得极大值，为 $f(1) = 2$ 。

综上所述， $f(x)$ 的单调增区间为 $(0, 1), (2, +\infty)$ ， $f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty, 0), (1, 2)$ 。极大值为 2，极小值为 1。

10 正确答案是：

直线 $l_1$ 的方向向量 $\vec{s_1} = (1, 1, -1)$ ，直线 $l_2$ 的方向向量 $\vec{s_2} = (2, 1, 1)$ ，直线 $l_1$ 上的一点为 $(1, 2, 3)$ 。设平面的法向量为 $\vec{n} = (A, B, C)$ ，由题意可知： $\vec{n} \cdot \vec{s_1} = 0$ ，即 $A + B - C = 0$ ； $\vec{n} \cdot \vec{s_2} = 0$ ，即

$2A + B + C = 0$ , 联立解得  $A = -\frac{2}{3}B, C = \frac{B}{3}$ , 那么平面方程  
 $A(x-1) + B(y-2) + C(z-3) = 0$  可表示为  $-\frac{2}{3}B(x-1) + B(y-2) + \frac{B}{3}(z-3) = 0$ , 即  
 $2x - 3y - z + 7 = 0$

11 正确答案是：

记：从该班随机选取一名学生，该学生选修滑冰为事件  $A$ ，该学生是女生为事件  $B$ 。

(1)

$$\begin{aligned} P(A) &= P(AB) + P(A\bar{B}) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) \\ &= 60\% \times 80\% + 40\% \times 90\% = 0.84 \end{aligned}$$

$$(2) P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{60\% \times 80\%}{0.84} = \frac{4}{7}$$

12 正确答案是：

研究椭圆几何性质的两种方法：

①利用曲线方程研究椭圆的几何性质。例如，通过椭圆的标准方程研究  $x, y$  的取值范围，根据方程观察椭圆的形状、大小、对称性和特殊点等，进而解释出方程中参数  $a, b, c$  的几何意义。

②利用代数的方法研究椭圆的几何性质。例如，通过顶点坐标是曲线与坐标轴的交点的代数意义，可求得顶点坐标等，并在研究过程中，经历从图形直观到抽象几何性质的过程，利用代数方法研究几何性质的一般方法，建立离心率模型。

13 正确答案是：

设计意图：（1）检验学生对两点间距离公式的掌握程度，提高学生数学思维能力。

（2）体会数形结合的思想方法的重要作用。

设计意义：提高学生对两点间距离公式的理解和应用能力；提高数形结合的能力。

14 正确答案是：

(1) 由  $y = \frac{1}{4}x^2$ ,  $y'(x) = \frac{1}{2}x$ , 当  $x = 2$  时,  $y'(2) = 1$ , 则抛物线在点  $(2, 1)$  处的切线方程为

$$y - 1 = 1 \times (x - 2), \text{ 即 } y = x - 1;$$

(2) 证明：由题意可得，点  $P(x_0, \frac{1}{4}x_0^2)$ , 则  $k_{PT} = y'(x_0) = \frac{1}{2}x_0$ , 故切线  $PT$  的方程为  
 $y - \frac{1}{4}x_0^2 = \frac{1}{2}x_0(x - x_0)$ 。令  $x = 0$ , 得切线  $PT$  与  $y$  轴的交点  $M$  的坐标为  $M(0, -\frac{1}{4}x_0^2)$ , 则：

$|FM| = 1 + \frac{1}{4}x_0^2$ 。由抛物线的性质可知， $|FP| = 1 + \frac{1}{4}x_0^2$ ，所以  $|FP| = |FM|$ ，则  $\angle FMP = \angle FPM$ 。

又因为  $\angle FPM = \angle QPT$ ，所以  $\angle FMP = \angle QPT$ ，故直线  $PQ$  与  $y$  轴平行。

15 正确答案是：

在导入阶段，通过介绍历史上相关数学家的故事，例如，介绍欧几里得在《几何原本》中将圆的切线定义为“与圆相遇，但延长后不与圆相交的直线”，可引起学生的求知欲和兴趣，活跃课堂氛围，更好地进入新知识的学习，强化数学教学的有效性。

在形成阶段，应用数学史进行互动，可以将枯燥的数学概念和抽象的定义在一定程度上转化为简单易懂的事例，进而帮助学生理解概念，促进对知识的掌握，启迪学生的思维。

在应用阶段，应用介绍与知识点相关的数学史的形式能更好地将知识应用于实践中，使新知识更易于理解和接受。

16 正确答案是：

(1) 偶函数的定义：设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $D$ ，如果对  $D$  内的任意一个  $x$ ，都有  $-x \in D$ ，且  $f(-x) = f(x)$ ，

则函数  $f(x)$  就叫做偶函数。

函数奇偶性的作用：函数的奇偶性与图象的对称性密切相关，奇函数的图象关于原点对称，偶函数的图象关于  $y$  轴对称，在解决函数的一系列问题之前可以观察函数是否具有奇偶性，如果是奇函数或偶函数，则可以借助对称点的关系只研究函数在一半定义域上的特点，进而得出函数在全部定义域上的特点，简化分析和运算。

(2) 教师甲：

优点：①案例中教师甲利用对称点引出偶函数的概念，借助学生熟悉的知识导入，有利于提高学生的知识迁移能力。

②在讲授偶函数定义的过程中，教师甲借助提问的方式引导学生动手操作计算，得出结论，体现了教师在课堂中的主导作用。

缺点：①教师甲在讲授偶函数的定义时，只采用了提问法这一种教学方法，虽然该种教学方法可以激发学生思考，但是提问的效果可能会因人而异，而且只采用一种教学方法，违背了教学过程中应遵循多种教学方法相融合的理念，不利于达到良好的教学效果。

②评价应以课程目标、课程内容和学业质量标准为基本依据。日常教学活动评价，要以教学目标的达成作为依据。评价要关注学生数学知识技能的掌握，还要关注学生的学习态度、方法和习惯，更要关注学生数学学科核心素养水平的达成。案例中教师甲在讲解的过程中，未体现评价的方面。

③教师提问结束后，在给出偶函数的定义时，内容衔接比较生硬，不紧密，不利于学生得出结论。

教师乙：

优点：①教师乙首先借助学习过的函数的单调性可以利用符号语言来表示这一形式，给学生提供一种探索偶函数的思路，利用之前学习过的方法进行尝试，不仅利于新知识更好地展开，同时也巩固了旧知。

②借助函数图象，利用数形结合思想以及类比的方法观察对称的特点，在讲解新知识的过程中体现了对数学思想方法的渗透，符合新课标要求教师在教学过程中注意发展学生数学学科核心素养这一理念。

缺点：没有体现多种教学方法以及教学评价。

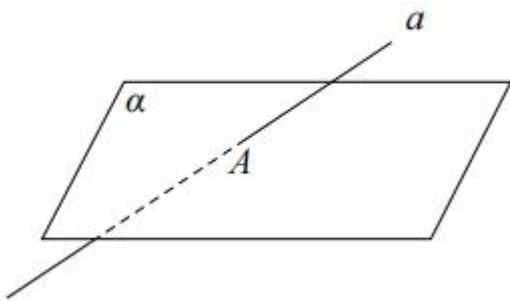
17 正确答案是：

(1) 直线与平面的三种位置关系的示意图，如下图所示：

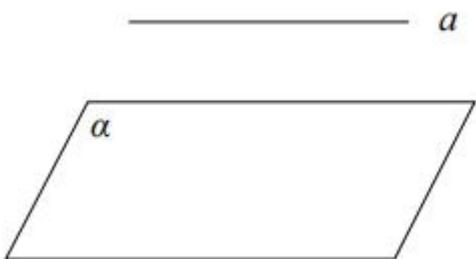
①直线在平面内:  $a \subset \alpha$



②直线与平面相交:  $a \cap \alpha = A$



③直线与平面平行:  $a / \alpha$



生活中的实例:

①直线在平面内: 高中数学课本封面的一条长边所在的直线在封面所在的平面内。

②直线与平面相交: 升国旗的旗杆所在的直线与地面所在的平面相交。

③直线与平面平行: 黑板的一条长边所在的直线与地面所在的平面平行。

## (2) 教学目标:

①了解空间中直线与平面的位置关系的分类，知道空间中直线与平面位置关系的相关符号表示，会判断空间中直线与平面的位置关系。

②通过观察、类比等探究活动，提高空间想象能力、分析问题和解决问题的能力。

③通过本节课的学习，感受数学和生活的密切联系，激发学习数学的兴趣，养成良好的思维习惯。

教学重难点:

教学重点：知道空间中直线与平面的位置关系的几种分类形式，会判断空间中直线与平面的位置关系。

教学难点：能够正确判断空间中直线与平面的位置关系。

教学过程：

### 环节一：情境导入

教师活动：教师通过播放情境图，引导学生认真观察。根据图片，大家思考空间中的一支笔和一本书可能有几个公共点？有几种可能情况？

学生活动：就教师的提问展开独立思考或进行讨论。得出有三种情况：①有一个公共点；②有无数个公共点；③没有公共点。

教师活动：针对学生的回答，顺势引出课题——空间中直线与平面的位置关系。

设计意图：这样的导入过程可以启发学生思考，从真实的情境出发来学习新知，符合学生的认知特点，这样学生更容易接受新知识。

### 环节二：新课讲授

#### ①自主探究

教师活动：

教师用多媒体展示长方体  $ABCD - A'B'C'D'$  模型图片，提出问题：如何用符号语言分别表示直线  $AB$ 、 $AA'$ 、 $A'B'$

与平面  $ABCD$  的关系？给予一定的时间，组织学生自主探究再回答，教师针对学生的回答结果作相应评价。

学生活动：通过自主探究，学生回答出直线  $AB$  与平面  $ABCD$  有无数个公共点；直线  $AA'$  与平面  $ABCD$  只有一个公共点；

直线  $A'B'$  与平面  $ABCD$  没有公共点；

#### ②小组讨论

教师活动：教师继续提问：通过公共点个数的结论，大家能否总结出直线与平面的位置关系的形式呢？有什么规律？教师组织学生根据目标问题分小组进行讨论，教师进行巡视指导，交流讨论结束后，找学生代表回答讨论结果。

学生活动：根据问题探究出结论：直线在平面内时，有无数个公共点；直线与平面相交时，有且只有一个公共点；直线与平面平行时，没有公共点。

#### ③得出结论

教师活动：教师总结、梳理本节课的重点，并利用符号语言再次规范直线与平面的位置关系的表述，然后展示相关例题，引导学生完成并展示解题过程。

学生活动：根据教师要求完成练习。

设计意图：通过设置问题，层层提问，利用提问法和讨论法引导学生思考问题并进行进一步的讨论，体现了教师的主导性作用；学生采用小组讨论和自主探究等多种学习方法进行问题的探究，增强了学生之间的合作交流意识、信息共享意识和语言表达能力，为提高解决问题的能力奠定基础，这也是体现学生主体性的重要学习方法。

### 环节三：巩固练习

教师通过多媒体展示有关空间中直线与平面的位置关系的不同类型、不同层次的练习题目，引导学生独立思考并作答，完成后教师针对结果给予评价并总结。

设计意图：设置不同类型、不同层次的练习题，不仅能使各个层次的学生得到锻炼和发展，而且能使学生新学的知识得到及时巩固，思维能力得到有效提高，更好地学以致用。

#### 环节四：课堂小结

教师引导学生从知识、能力和情感等方面畅谈本节课的收获，针对学生的回答，采用多种方式进行评价并总结。

设计意图：在小结环节采用先学生自评再互评的方式进行评价并总结，不仅可以检验学生对本节课重点内容的认知情况，更能进一步增强学生的自信心和荣誉感，使他们更加热爱数学。

#### 环节五：布置作业

学生完成课后剩余练习题或者教师自主设计一道能用本节课所学知识解决的生活实际问题。

设计意图：对本节课知识进行再巩固、再认识。