

2023 年下半年教师资格证考试《高中数学》题答案解析

1. 本题主要考查极限的相关知识。原式

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x - 4 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x - 2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x - \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - 2 \cos 2x} = -1$$

。A项正确。

B、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为A

2. 本题主要考查定积分的相关知识。由方程 $x^2 + y^2 = 1$ ，可以转化为 $y = \pm \sqrt{1 - x^2}$ ，由对称性可知 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 与 $y = -\sqrt{1 - x^2}$ 分别表示上下半圆。因此面积可表示为

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx - \left(\int_{-1}^1 -\sqrt{1 - x^2} dx \right) = 2 \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx$$

。D项正确。

A、B、C三项：与题干不符，排除。

故正确答案为D

3. 本题主要考查空间曲线与曲面的相关知识。联立平面方程与曲面方程可得 $\frac{z^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$ ，因此平面与曲面的交线为双曲线。D项正确。

A、B、C三项：与题干不符，排除。

故正确答案为D

4. 本题主要考查向量的相关性的相关知识。由于题中所给向量线性相关，故而向量组所在行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & t & 2 \\ 2 & 3 & t \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

，解得 $t = -1$ 或 3 。C项正确。

A、B、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为C

5. 本题主要考查矩阵的相关知识。对于A选项，由于矩阵M为可逆矩阵，故而 $|M| \neq 0$ ，A项表述正确，

不选；B选项错误，选择。对于C选项，由于矩阵M为可逆矩阵，故而 $R(M) = 2$ ，因此向量 $\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$ 与向量 $\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ 线性无关；C项表述正确，不选；对于D选项，由于M为可逆矩阵，故而一定存在N，使得 $MN = E$ 。表述正确，排除。

故正确答案为B

6. 本题主要考查随机事件与概率的相关知识。 $P(A) + P(B) = 1.2$ 不代表 $P(A) = P(B) = 0.6$ ，故而A项错误；A与B相互独立则 $P(AB) = P(A)P(B)$ ，故而B项错误；由于 $P(A) + P(B) = 1.2 > 1$ ，因此 $A \cap B \neq \emptyset$ ，故而C项正确，D项错误。

故正确答案为C
mbdata.site

7. 本题主要考查课标的相关知识。根据《普通高中课程标准（2017年版2020年修订）》。高中数学课程分为必修课程、选择性必修课程和选修课程。高中数学课程内容突出函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动四条主线，它们贯穿必修、选择性必修和选修课程。数学文化融入课程内容。B项正确。

A、C、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为B

8. 本题主要考查数学史的相关知识。祖暅在数学上做出了突出贡献，他在实践的基础上，于5世纪末提出了下面的体积计算原理：“幂势既同，则积不容异”。这就是“祖原理”。“势”即是高，“幂”是面积，祖暅原理用现代语言可以描述为：夹在两个平行平面之间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等。C项正确。

A、B、D三项：与题干不符，排除。

故正确答案为C

9. 正确答案是：

$$\begin{vmatrix} k+2 & -1 & 1 \\ k & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \text{ 解得 } k = -5;$$

(1) 由于齐次线性方程组有无穷多解，故其系数行列式

(2) 代入 $k = -5$ ，则方程组的系数矩阵为

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ -5 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -5 & 0 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 10 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 故对应方程组为}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}, \text{ 取 } x_2 \text{ 为自由变量, 则 } \begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ x_3 = -5x_2 \end{cases}, \text{ 因此基础解系 } \eta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}, \text{ 故而方程组的}$$

$$X = k \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

通解为

10. 正确答案是：

(1) 设两直线交点为 (x, y, z) ，因为直线 l_1 过点 $P(4, 0, 2)$ ，因此 l_1 的方向向量为 $(x-4, y, z-2)$ ，而由题意显然 l_2 的方向向量为 $(1, 2, 2)$ 。因为二者垂直，故而二者方向向量的数量积为0，即

$$x-4+2y+2(z-2)=0, \text{ 整理得 } x+2y+2z-8=0, \text{ 与直线 } l_2 \text{ 联立, 解之得 } \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}, \text{ 因此两条直线的交点坐标为 } (2, 2, 1)。$$

(2) 由(1)代入可得 l_1 的方向向量为 $(-2, 2, -1)$ ；由于直线 l_1 过点 $P(4, 0, 2)$ ，因此直线 l_1 的标准方程为

$$\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$$

11.正确答案是：

(1) X的可能取值为0, 1, 2, 3, 4, 其中当X的取值为0, 1的时候, 该设备能正常工作。

所以该设备能正常工作的概率为：

$$P(X=0)+P(X=1) = 0.7 \times 0.7 + 0.7 \times 0.2 + 0.2 \times 0.7 = 0.77;$$

$$(2) P(X=2) = 0.7 \times 0.1 + 0.1 \times 0.7 + 0.2 \times 0.2 = 0.18,$$

$$P(X=3) = 0.2 \times 0.1 + 0.1 \times 0.2 = 0.04; P(X=4) = 0.1 \times 0.1 = 0.01, \text{ 则X的分布列为:}$$

X	0	1	2	3	4
P	0.49	0.28	0.18	0.04	0.01

$$E(X) = 0 \times 0.49 + 1 \times 0.28 + 2 \times 0.18 + 3 \times 0.04 + 4 \times 0.01 = 0.8$$

12.正确答案是：

含义：逻辑推理是指从一些事实和命题出发, 依据规则推出其他命题的素养。

逻辑推理主要包括两类：一类是从特殊到一般或从特殊到特殊的推理, 推理形式主要有归纳、类比；一类是从一般到特殊的推理, 推理形式主要有演绎。逻辑推理是得到数学结论、构建数学体系的重要方式, 是数学严谨性的基本保证, 是人们在数学活动中进行交流的基本思维品质

13.正确答案是：

$$\text{加法运算: } (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i;$$

$$\text{减法运算: } (a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i;$$

$$\text{乘法运算: } (a+bi)(c+di) = ac-bd+(ad+bc)i;$$

$$\text{除法运算: } (a+bi) \div (c+di) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i.$$

复数加法运算的几何意义：两个复数相加得到的复数对应的向量, 相当于两个复数对应的两个向量的和, 所以复数的加法可以按照向量的加法来进行

14.正确答案是：

(1) 由题意可得：

$$f'(x) = a \cos x + be^x; \quad ; \quad f'(0) = a + b = 0, \quad ; \quad \text{解之得 } b=1, a=-1;$$

(2)

$$\begin{aligned} \int x f(x) dx &= \int x(-\sin x + e^x) dx = - \int x \sin x dx + \int x e^x dx \\ &= x \cos x - \int \cos x dx + e^x - \int e^x dx = x \cos x - \sin x + x e^x - e^x + C \end{aligned}$$

15.正确答案是：

学生对于老师讲过的题就会做, 遇到没讲过的题却不会做了, 在教学中遇到这种情况可能是因为：第一, 学生没有真正理解解题的原理。第二, 学生忽视了数学知识之间的联系, 没有建立模块化的知识体系导致不会活学活用。第三, 教师练习题目的选取不合适。

为避免此种情况的发生，教师可以：第一，讲解知识时要更注重启发性，课标指出高中数学教学以发展学生数学学科核心素养为导向，创设合适的教学情境，启发学生思考，引导学生把握数学内容的本质。因此老师可以融合多种教学方法，设计一系列启发性问题，让学生真正参与知识的形成过程中，真正理解解题的原理以及掌握方法。

第二，在设计课堂教学时，要关注数学前后逻辑体系、内容主线、知识之间的关联，重视数学实践和数学文化，明晰数学学科核心素养在内容体系形成中表现出的连续性和阶段性，引导学生从整体上把握课程。

第三，教师可以根据课时和学情，分层选取不同难度、类型以及综合性的题目，帮助学生循序渐进地掌握做题方法，做到举一反三

16.正确答案是：

(1) 结合学生1的回答说明，在大量重复试验的情况下，事件的频率会呈现稳定性，即频率在一个“常数”附近摆动，随着试验次数的增加，摆动的幅度会越来越小，即频率具有稳定性。结合学生2的回答说明，频率在稳定后仍然存在一定的波动，试验次数较少时，波动幅度较大，试验次数较大时，波动幅度较小。因此说明，频率是具有稳定性的，但仍存在一定的波动。

(2) 学生3的回答正确。频率指的是进行 n 次重复试验，不确定事件 A 发生了 m 次，则称 $\frac{m}{n}$ 一是事件 A 发生的频率。概率是描述事件 A 发生的可能性的的大小。大量试验表明，随着试验次数的增大，频率偏离概率的幅度会缩小，即事件 A 发生的频率会逐渐稳定于事件 A 发生的概率，具有稳定性。因此，我们可以用频率来估计概率。本题中，由频率变化趋势可以看出，大量重复试验后，频率稳定在 $\frac{1}{2}$ ，因此可以确定概率一定为 $\frac{1}{2}$ 。所以同学3的回答正确。

17.正确答案是：

(1) 设数列 $\{(2n-1) \cdot 2^n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，则

$T_n = 1 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3 + \dots + (2n-1) \cdot 2^n$ ，等号两边同时乘以2可得：

$2T_n = 1 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^4 + \dots + (2n-1) \cdot 2^{n+1}$ ；二者相减可得：

$-T_n = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + \dots + 2 \cdot 2^n - (2n-1) \cdot 2^{n+1}$ ，整理得

$T_n = 6 - (3-2n) \cdot 2^{n+1}$

(2) 一、教学目标：

1.掌握等比数列的前 n 项和公式并理解其推导过程。

2.通过独立思考、小组讨论推导出等比数列的前 n 项和公式的过程，可以提高学生分析和解决问题的能力，培养数学推理能力。

3.通过解决实际问题的过程，学生能够体会等比数列在生活中的应用，同时激发求知欲，培养良好的数学思维习惯、勤于动脑的学习习惯，增强学好数学的信心。

二、教学重点

掌握等比数列的前 n 项和公式。

三、教学过程：

(1) 故事导入：

教师活动：教师为学生讲授故事：国际象棋起源于古印度，国王要奖励象棋的发明者。问他想要什么，发明者说：“在棋盘第一格放1粒小麦，第二格放2粒，第三格放4粒，以此类推，后面每一格放的麦粒数都是前一格的2倍，直到第64格”，国王欣然同意了。同时请同学根据以上信息，判断国王能否实现他的诺言。

学生活动：就教师的提问展开独立思考或进行讨论。

教师活动：针对学生表现，顺势引出本节课的主题《等比数列的前n项和》。

设计意图：故事导入的方式具有趣味性，有助于激发学生的学习兴趣，达到“课未始，兴已浓”的状态。

（2）新课讲授

1.探究等比数列前n项和公式的推导：

教师活动：教师用多媒体展示问题：如何推导出等比数列的前n项和？同时将学生分为前后桌4人一小组，进行讨论。限时5分钟，期间教师进行巡视指导，必要时作出指导。

学生活动：积极主动地进行讨论，并给出作答如下：

设等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 ，公比为 q ，则 $\{a_n\}$ 的前n项和是： $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ，根据等比数列的通项公式，**可写成： $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1}$ ①

我们发现，如果用公比 q 乘①的两边，可得 $qS_n = a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} + a_1q^n$ ②，①②两式的公式有很多相同的项，用①的两边分别减去②的两边，就可以消去这些相同的项，可得

$S_n - qS_n = a_1 - a_1q^n$ 即 $(1-q)S_n = a_1(1-q^n)$ 。因此，当 $q \neq 1$ 时，我们就得到了等比数列的前n项

和公式 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ (1)。

2.等比数列公式的推论

教师活动：教师充分肯定了学生的作答，并再次抛出问题：利用等比数列的前n项和公式，能否推出前n项和公式与通项公式之间的关系，限时3分钟。然后请学生代表作答。

学生活动：学生积极主动地参与课堂，并给出作答如下：

因为 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ，所以公式(1)还可以写成 $S_n = \frac{a_1 - a_nq}{1-q}$ ($q \neq 1$) (2)。

3.总结梳理

教师活动：教师为学生梳理等比数列通项与前n项和之间关系，并注明注意对 $q=1$ 与 $q \neq 1$ 两种情况均需做不同考虑。

设计意图：通过设置问题，层层提问，利用提问法和引导法引导学生进行问题的思考并进一步的讨论，体现了教师的主导性作用。

（3）巩固练习

教师通过多媒体展示有关等比数列前n项和不同类型、不同层次的练习题目，引导学生独立思考并作答，或者找学生代表在黑板上进行板演，完成后教师针对结果给予评价并总结。

设计意图：设置不同层次的练习题，不仅能使学生新学的知识得到及时巩固，也能使学生的思维能力得到有效提高，使其更好地学以致用，找学生代表在黑板上演示，也充分体现了学生的主体性地位。最后针对练习结果，进行统一订正，并及时对学生的表现作出评价，体现了课程评价在课堂中的合理应用。

（4）课堂小结

教师引导学生从知识、能力或情感等方面畅谈本节课的收获，针对学生的回答，采用多种方式进行评价并总结。

设计意图：在小结环节先让学生自评，接着让学生互评，最后教师表扬全班学生，不仅可以检验学生对本节课重点内容的认知情况，更能进一步增强学生的自信心和荣誉感，使他们更加热爱数学。

（5）课后作业

学生完成课后剩余练习题或者教师自主设计一道能用本节课所学知识解决的生活实际问题。

设计意图：对本节课知识进行再巩固、再认识