

历年试讲题库

数学

- 配套教案
- 试讲逐字稿
- 配套答辩

华图教师教研院编著

目 录

小学数学.....	1
《分数除法》-数与代数.....	1
《两位数乘两位数（不进位）》-数与代数.....	8
《小数的初步认识》-数与代数.....	14
《面积单位》-图形几何.....	21
《小数加减法》-数与代数.....	27
《小括号》-数与代数.....	33
《轴对称》-图形与几何.....	39
《乘法结合律》-数与代数.....	46
《三角形的内角和》-图形与几何.....	54
《小数的性质》-数与代数.....	61
初中数学.....	67
《矩形》-图形与几何.....	67
《公式法求解一元二次方程》-数与代数.....	74
《关于原点对称的点坐标》-数与代数.....	81
《三视图》-图形与几何.....	87
《正比例函数》-数与代数.....	94
《加权平均数》-数与代数.....	100
《中位数和众数》-数与代数.....	107
《矩形性质的应用》-图形与几何.....	114
《一次函数与一元一次不等式的关系》-数与代数.....	121
《直角三角形的中线性质的应用》-图形与几何.....	128
高中数学.....	135
《三角函数的周期性》-数与代数.....	135
《对数运算的性质》-数与代数.....	143
《交集与并集》-数与代数.....	149
《极值的概念》-数与代数.....	156
《概率的基本性质》-概率.....	165
《对数的概念》-数与代数.....	172

《弧度制和弧度制与角度制的换算》-数与代数.....	180
《事件的关系与运算》-概率.....	186
《向量的减法运算》-数与代数.....	194
《等差数列的前 n 项和》-数与代数.....	200



小学数学


《分数除法》-数与代数

1. 题目：六年级《分数除法》片段教学

2. 内容：


2. 分数除法


1 把一张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份，每份是这张纸的几分之几？自己试着折一折，算一算。



把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份，就是把 4 个 $\frac{1}{5}$ 平均分成 2 份，每份是 2 个 $\frac{1}{5}$ ，就是 $\frac{2}{5}$ 。


$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$






把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份，每份就是 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{2}$ ，也就是 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ 。

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



如果把这张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 3 份，每份是这张纸的几分之几？



$$\frac{4}{5} \div 3 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

根据上面的折纸实验和算式，你能发现什么规律？

做一做

计算下面各题。

$$\frac{9}{10} \div 3 = \frac{(\quad)}{(\quad)} \times \frac{(\quad)}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

$$\frac{3}{8} \div 2 = \frac{(\quad)}{(\quad)} \bigcirc \frac{(\quad)}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

30

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 引导学生进行小组讨论；
- (3) 学生能够运用数形结合的思想进行运算；
- (4) 结合教学内容，适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 学生理解分数除法的意义, 掌握分数除以整数的计算方法, 并能进行正确的运算。
2. 学生经历小组探究过程, 提高合作探究能力、动手操作能力与抽象概括能力。
3. 体会数学来源于生活, 激发学生对数学的兴趣, 体会到成功的快乐。

教学重点: 学生理解分数除法的意义, 并掌握分数除以整数的计算方法。

教学难点: 学生理解分数除以整数计算法则的推导过程。

教学过程:**一、创设情境, 引入新课**

1. 创设分糖果以及蛋糕的情境。10 颗糖果平均分给两个人, 如何列式, 为什么?

2. 一个蛋糕的 $\frac{4}{5}$, 能平均分吗?

二、合作探究, 学习新知

1. 提示学生问题可以转化为把一张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 每份是这张纸的几分之几呢?

提问: $\frac{4}{5} \div 2$ 该如何计算呢? 鼓励学生自己动手, 折一折, 算一算。

学生 1: 把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 就是把 4 个 $\frac{1}{5}$ 平均分成 2 份, 每份是 2 个 $\frac{1}{5}$ 。

列式为 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$ 。

师: 从这个式子可以看出, 分数除以整数, 可以用分数的分子除以整数作分子, 分母不变。

学生 2: 把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 每份就是 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{2}$, 也就是 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ 。

列式为 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

2. 提问: 如果把这张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 3 份, 每份又是这张纸的几分之几呢? 引导学生小组讨论交流。

学生 3: $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

3. 提问: 根据上面的折纸和算式, 你能发现什么规律?

师生共同总结: 分数除以整数, 相当于分数乘整数的倒数。

三、巩固运用, 实践创新

出示教材做一做, 比一比, 看谁算得又快又准。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获? 鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。

五、课后作业, 拓展延伸

运用今天所学知识设计一道题目并计算出结果。

六、板书设计:

分数除法

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$



【试题解析—试讲稿】

一、创设情境，引入新课

师：上课！同学们好，请坐！

师：同学们，你们平时喜欢过生日吗？

师：嗯，同学们都很喜欢过生日！因为我们过生日的时候，不仅可以吃到蛋糕，还有我们的生日礼物！

师：那今天啊，是小红的生日，大家请看大屏幕哈，你们从大屏幕中能发现什么样的数学信息呢？

师：嗯，左手边的男生，你来告诉老师。

师：嗯，你说妈妈把10颗糖果平均分给小红和她的弟弟，那每个人可以分得几颗糖果呀？

师：嗯，很好，直接用 $10 \div 2 = 5$ 颗，请坐，你的回答非常准确。那老师还想问大家一个问题，如果一块蛋糕平均分给全家的五个人的话，每人能分到蛋糕的多少呢？好，还是刚刚这位同学的同学，你说。

师：嗯，每个人可以分得 $\frac{1}{5}$ ，诶，那对于之前的知识啊，掌握的是非常牢固的。

师：老师现在啊，把问题稍微加一点难度，一块蛋糕的 $\frac{4}{5}$ 如果平均分成2份的话，每一份又是多少呢？

师：嗯，没关系啊，可以先思考一下，请坐！其实啊，这就是我们今天要和大家一起学习的分数除法。

二、合作探究，学习新知

师：好，老师啊，刚刚这个问题，稍微给大家转化一下，先不说我们结果是多少，大家能不能根据老师那句话，把数学式子列出来呢？嗯，中间这位女生，你来告诉老师。

师：非常好，声音很洪亮，请坐！她说，既然要把一块蛋糕的 $\frac{4}{5}$ 平均分成2份其实就是 $\frac{4}{5} \div 2$ ，好，那这个式子我们应该如何计算呢？

师：没关系啊，同桌之间现在我们可以小组讨论一下，大家拿出你们手中长方形的纸，利用我们以前学习过的分数的知识，大家动手尝试一下，折一折，看一下能否找到我们的答案。好，老师看到同学们有的是竖着折的，有的是横着折的，还有的是把长方形斜着折的，大家的动手能力都非常强啊。好，时间到，有没有哪位同学给老师分享一下你的成果。诶，后排靠窗的男生，你来给老师说一下。

师：嗯，没关系，你可以把你的长方形纸片拿出来给全班同学分享一下，好，请坐，这位男生不仅动手能力强，语言表达也是非常精准的。他说他首先把长方形的纸片先用笔涂成了一个长方形的 $\frac{4}{5}$ ，然后竖着对折一下，这样的话，每一份就是刚刚的 $\frac{2}{5}$ 。

师：那这位同学是通过动手折纸的方法来解决的，有没有同学可以用更具体的数学语言来描述一下呢？比如说可以利用我们分数的计数单位，好，数学课代表，你来给老师说一下。

师：嗯，不错，请坐。数学课代表的语言和思路都是非常清晰的。她说 $\frac{4}{5}$ 是4个 $\frac{1}{5}$ ，那么平均分成2份的话，其实每一份就是2个 $\frac{1}{5}$ 。

师：换句话说就是 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$

师：好，刚刚数学课代表的发言非常的精彩，右边这位男生，老师看你的手一直举着，你有想补充的

嘛?

师:非常棒!请坐,这也为男生的想法非常的独特,他说既然是把 $\frac{4}{5}$ 平均分成2份,其实每份就是 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{2}$,这样的话我们就可以直接用 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ 来表示。

列式为 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

师:这两位同学的发言都非常的精彩,大家可以看一看大屏幕,老师刚刚把大家折纸的投影已经通过大屏幕的短视频播放出来了大家可以回味一下这样的过程。

师:好,那么接下来呢,老师要把问题变形一下,那如果我们要把 $\frac{4}{5}$ 平均分成3份呢,每份又是多少?

师:大家小组之间再交流一下,老师想请同学来给老师说。好,左后边靠窗的女孩子,你来告诉老师。

师:嗯,这位同学的迁移能力非常强,既然刚刚平均分成2份,是它的 $\frac{1}{2}$ 的话,那么把 $\frac{4}{5}$ 平均分成3份,每一份就是 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{3}$ 。

师:好,这位同学的发言也是非常的精彩的,那观察一下老师在黑板上写的这几个式子,大家能不能用自己的语言总结一下,分数除以一个整数它的运算法则是什么呢?

师:老师看到后边那位男生手举的非常快,你来告诉老师。

师:好,请坐,声音非常洪亮,他说,分数除以整数可以等于乘这一个整数的倒数。

师:其他同学和他的想法一样吗?大家都和他的想法不谋而合啊,那说明大家的观察能力都非常强,其实,这就是分数除以整数的运算法则。

师:老师给大家再复述一遍:分数除以整数等于这个分数乘这一个整数的倒数。当然最后我们如果能约分化简的我们要约分化简,

三、巩固运用,实践创新

师:好,那这样的话,老师就考考大家,我们来玩一个闯关的游戏。

师:第一关,大家看到你们教材上课后的练习题!大家能用最短时间把我们的题目做出来。

师:那已经有同学给老师报出答案了,你们的答案都是这个吗?

师:好,那算大家第一关通过了,来,第二关,大家看屏幕。

师:这几个式子,大家能不能发现它的错误,并把它改正过来呢。

师:嗯,后边那位女生,你老告诉老师。很棒啊,请坐!直接看出来这个式子的错误,那说明大家啊,对于我们今天整个的学习掌握的都是非常牢固的。

四、总结体会,反思提升

师:那哪位同学给老师总结一下我们刚刚学习的哪些内容啊?好,班长,你的手举的是最快的,你老告诉老师。

师:嗯,我们这节课学习了分数除法的第一类,也就是分数除以整数,我们再回顾一下,分数除以整数等于分数乘这个整数的倒数。

师:好,班长请坐,归纳能力也是非常强啊,那说明今天大家的学习都是非常认真也是非常努力的。

五、课后作业，拓展延伸

师：老师给大家课后布置一个小小的任务，大家回去以后呢，你们可以布置一个练习题，给你们的爸爸妈妈做一下，下节课来与老师一起分享，好，本节课到此结束，各位同学下课！

六、板书设计：

分数除法

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

【试题解析—答辩】

1. 分数乘法与分数除法的区别?

【参考答案】

分数乘法是一种数学运算方法。分数的分子与分子相乘,分母与分母相乘,能约分的要先进行约分,注意分数的分子与分母不能直接相乘。在第一步时,就要直接观察一个数的分子能否与另外一个数的分母进行约分。分数乘整数,直接用分子与整数的乘积做分子,分母不变,能约分(化简)的要约分(化简);分数乘分数,分子相乘的积做分子,分母相乘的积做分母,最后能约分(化简)的要约分(化简)。

分数除法实际上是被除数乘上除数的倒数的计算结果。分数除以整数,分母不变,分子如果是整数的倍数,直接用分子除以整数,最后不是最简分数要化成最简分数;分数除法换算成分数乘法,一个分数除以另外一个分数等于乘这个分数的倒数,整数可以化成分母为1的假分数。

2. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

本课是基于学生之前已经学习过了整数除法和分数乘法的基础上来进行教学的,这节课是分数除法的起始课,也是分数除法的中心环节。这节课也为后续学生学习分数的混合四则运算以及分数除法的应用题打下了坚实的基础。

本阶段的学生好奇心强,注意力容易分散,因此,我会采用生动形象、形式多样的教学方法,培养学生的学习兴趣。基于此,我制定了如下的教学目标:

(1) 知识与技能目标:学生能理解分数除法的意义,掌握分数除以整数的计算方法,并能正确的计算。

(2) 过程与方法目标:学生通过小组探究活动,提高合作探究能力、抽象归纳能力以及动手操作能力。

(3) 情感态度与价值观目标:学生体会到数学的乐趣,在生活中运用数学,感受数学来源于生活,并服务于生活,体会到成功的快乐。

3. “没有方法,就是最好的方法”,你怎么看?

【参考答案】

我认为所谓“没有方法,就是最好的方法”指的教无定法。教学方法有很多也各有其特点,我们在教学中要选择适合自己学科以及具体内容的教学方法,才能使其发挥更好的作用,这值得每一位老师细细思考。在教学中,如果只用一种方法并不能很好的完成教学任务并达到预期的目标。这就要求教师在讲课时要将各种基本教学方法有机综合,使其融汇一体、优化处理。在教学方法的选择与运用中要注意几个方面的问题,比如教学方法要符合教学目标和教学内容,要符合学生的实际特点与认知规律等,当然也要依据教师自身的素质和教学环境来确定。“没有方法,就是最好的方法”,这就要求作为教师要树立终身学习的意识,不断创新,创造性的使用各种方法进行教学,提高自身专业能力,使教学效果最佳。

《两位数乘两位数（不进位）》-数与代数

1. 题目：三年级《两位数乘两位数（不进位）》片段教学

2. 内容：

1 每套书有 14 本，王老师买了 12 套。一共买了多少本？

你会计算吗？把你的方法试着用点子图表示出来。

$14 \times 12 = \underline{\quad}$

小刚这样想：

4 套
4 套
4 套

10 套
2 套

$14 \times 4 = 56$
 $56 \times 3 = 168$

小红这样想：

$14 \times 10 = 140$
 $14 \times 2 = 28$
 $140 + 28 = 168$

想一想：怎样用竖式计算？

<input type="checkbox"/> 套书的本数	←	$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 140 \\ \hline 168 \end{array}$	… 14×2 的积
<input type="checkbox"/> 套书的本数	←		… 14×10 的积（个位的 0 不写）

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 引导学生进行小组讨论；
- (3) 结合教学内容，适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 探索并掌握两位数乘两位数（不进位）的计算方法，并能正确地进行运算。
2. 在具体的情景中，能运用不同的方法解决生活中两位数乘两位数的相关问题。
3. 通过探究合作的学习，激发学生认真计算的热情及善于探索、思考的学习品质。

教学重点: 掌握两位数乘两位数（不进位）的计算方法，并能正确地进行运算。

教学难点: 两位数乘两位数笔算的算法理解。

教学过程:

一、创设情境，悬疑导入

出示插图：今天妈妈带小利去买书，他一共要付出多少钱？

1. 请你先帮他估一估，大约付多少钱？

怎样才能知道估算的钱数最接近正确答案呢？这就需要我们准确的计算出 24×12 的得数，今天这节课我们就来研究两位数乘两位数的笔算乘法。

二、探索尝试，寻找方法

1. 独立思考，尝试解决问题。

你能想办法算出得数吗？试试看。

2. 组内交流，整理方法。

3. 全班汇报，根据学生的回答进行板书。

(1) $14+14+14+\dots+14=168$

(2) $12+12+12+\dots+12=168$

(3) $14 \times 2 \times 6 = 168$

(4) $14 \times 3 \times 4 = 168$

(5) $12 \times 2 \times 7 = 168$

(6) $10 \times 14 + 2 \times 14 = 168$

.....

4. 方法归类

连加，连乘，拆数。

5. 比较一下哪种方法比较简便？

学生讨论：

拆数使用比较广泛，因为每个两位数都可以拆成两数的和。

6. 研究笔算的方法

在研究刚才这些方法时，有些同学却用了跟这三种不一样的方法，就是竖式计算。

你们知道每一步的意思吗？学生讨论交流

14	14
$\times 12$	$\times 12$
28..... 2×14	28..... 2×14
	14 10×14

你发现了什么? (拆数)

7. 教师讲解笔算方法

是不是所有的两位数乘两位数都可以用竖式计算?

计算时要注意什么? (数位)

三、巩固运用, 实践创新

1. 出示教材做一做, 比一比, 看谁算得又快又准。

2. 游戏: 智闯马虎宫, 找找开门密码

23×13 41×21 23×31

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获? 鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。学生总结为主, 引导学生从知识、方法、情感等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

五、课后作业, 拓展延伸

寻找身边的两位数乘以两位数, 并用自己喜欢的方法计算出结果。

六、板书设计

两位数乘两位数 (不进位)

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \cdots \cdots 2 \times 14 \\ 14 \cdots \cdots 10 \times 14 \\ \hline 168 \end{array}$$

【试题解析—试讲稿】

一、创设情境，悬疑导入

师：上课！同学们好，请坐！

师：同学们，我们来看一下大屏幕，今天妈妈带小利去买书，大家从我们的大屏幕中能够发现什么样的信息呢？

生：嗯，有书，还有文具……

师：好，各位同学，我们能不能发现一些数学信息啊？

师：我们一点点的来看，大家看，现在我们漫画每一套有 14 本书，现在小利想买 12 套漫画，那同学们，你们能不能帮小利算一下，她需要买多少本书呢？

师：好，老师看大家都在思考哈，没关系，这节课我们一起来研究这样一个问题。

二、尝试探究，寻找方法

师：好，有没有哪些同学思考好了，告诉老师。

师：诶，老师想请最后一排的这位男生给老师分享一下。

生：用 12 个 14 相加最后得出 168 本书。

师：很好，声音非常洪亮，请坐。他说：“用 12 个 14 相加最后得出 168 本书。”好，他是用加法来做的，那么还有其他的计算方法吗？

师：嗯，中间这位第一排的女生，你来告诉下老师。

生：将 12 套分成 10 套和 2 套，再将 $14 \times 10 = 140$ （本）， $14 \times 2 = 28$ （本）， $140 + 28 = 168$ （本）。

师：很好，你的思路也很清晰，请坐。她告诉我们：“我们可以将 12 套书拆成 10 套和 2 套，分别用 10×14 以及 2×14 ，这样的话，相加的话就能得到最终的 168 本书。”

师：好，刚刚的两位同学，他们的结果都是又快又准确的。

师：那么大家思考一下，刚刚这位女同学为什么要将 12 套书拆成 10 套和 2 套，以及我们能不能有最直接的方法计算 14×12 呢？

师：老师看到右边这位女同学你有话想说。

师：非常棒，请坐。她说我们可以利用列竖式的方式来进行计算。好，老师把刚刚这位同学的想法写在黑板上。

师：同学们，我们一起来看一下这样的式子，这是一个两位数乘两位数列竖式的计算方法，大家之前有没有学习过啊，并没有，对不对，所以接下来，老师想让前后 4 人为一个小组，大家讨论下，这样的式子，我们应该如何解决呢，给大家 10 分钟的时间，现在开始。

师：好，老师看大家讨论的声音逐渐小了下来，来，有没有哪个小组愿意告诉老师啊。大家都没有思路啊，没关系，大家勇敢一点，有想法大家都可以表达。好，老师给大家提示一下，大家想一下这位女同学说的例子，她刚刚将 12 套书拆成的 10 套和 2 套，这里的 2 乘 14 代表什么啊，它是不是代表两套书一共有多少本书呀，好，老师给大家提示了第一步，那接下来我们应该……

师：诶，这边的女同学，你来告诉老师。

生：用十位数上的 1 与 14 相乘，代表十套书一共多少本书。

师：很好，请坐。这位同学的迁移能力非常强，她说刚刚老师说了，2 套书乘上 14，代表 2 套书的总数，那么十位上的数字 1 乘上 14 的话，代表的是 10 套书一共有多少本书，非常好啊。

师：好，现在我们已经知道了它们两个式子的含义，那最后我们要计算一共有多少本书，那么应该？

师：诶，大家都告诉老师了，我们只需要将这两个数字相加就可以了，但是大家注意一下，在这个地方，老师有一个0没有给大家标上去。大家注意看这里，因为这里的14其实代表的是原来10套书一共有多少本书，对不对，按道理它应该是140本，但是这个0在个位上，我们可以省略不写，那么最后我们只需要将这两个数字相加，就是我们最后书的总数目了。

师：好，刚刚的整个过程，其实就是我们今天学习的两位数乘两位数运算的过程，那有没有哪位同学，能够帮老师总结一下，它的运算法则是什么啊

师：诶，班长的反应非常快，你来告诉老师。

生：先用个位数的数字相乘，再用十位数的数字相乘，最后将两个积相加，注意个位和十位的数位相对再相加。

师：很好，请坐，班长的归纳能力非常强。

师：他说：“首先，两位数乘两位数，我们先用个位数的数字和第一个因数相乘，接下来再用十位数的数字和第一个因数相乘，最后将两个积相加就是我们的结果，并且班长给大家一个小小的提示说，如果是个位数字与第一个因数相乘，乘积必须要和个位对齐，如果是十位上的数字和第一个因数相乘，所得的乘积要和十位对齐，这一点说得非常好。

三、巩固运用，实践创新

师：好，老师检验一下大家是否真的掌握了这样一个法则，老师给大家出一个速算题，大家动手在纸上试一下， 18×14 等于多少

师：诶，左边这位同学反应非常快，你来告诉老师。

师：很好，请坐。252。其他同学和他答案一样吗？嗯，大家和他的答案都一样啊，那说明大家对于今天计算的学习掌握的是比较牢固了。

四、总结体会，反思提升

师：那有没有同学可以给老师分享一下，我们这节课学习的那些内容啊？

师：噢，全班同学一起告诉老师了，我们这节课一起学习了两位数乘两位数的运算法则。

五、课后作业，拓展延伸

师：那么课后啊，老师给大家布置一个小小的任务，今天大家回去以后呢，你们在给你们父母做一个小小老师，你们去给你们的父母讲解一下两位数乘两位数的运算法则，并且给你们的爸爸妈妈布置一个计算题，下节课来可以和老师一起分享，本次课到此结束，各位同学，下课！

六、板书设计

两位数乘两位数（不进位）

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \cdots \cdots 2 \times 14 \\ 14 \cdots \cdots 10 \times 14 \\ \hline 168 \end{array}$$

【试题解析—答辩】

1. 如何引导学生在数学学习中改掉做题马虎的毛病?

【参考答案】

现在很多家长发现自己的孩子很粗心,做题容易出错,考试也往往容易出现简单的题做错,反而一些复杂、难度较高的题却可以做对。对此,很多家长摸不着头脑,也很无奈。其实对于这样的一些问题,无外乎有以下几个因素:(1)学生的学习习惯不好。学习习惯不好,就容易产生低分,或者做题出错,马虎的毛病。例如学生在做数学的计算题时,在草稿纸上打草稿时杂乱无章,乱涂乱画,最后可能算出来了正确答案,却找不到自己算的在哪里。这样的话就非常容易导致出错,也是导致粗心和马虎的重要因素。(2)心理素质欠佳。很多学生平时考试、学习都非常优秀,但是一到了考试就容易出现紧张或者是激动的情绪,这样就会影响他考试的发挥,最后就会和自己的理想成绩失之交臂。所以对于这样的学生,个人认为家长应该在平常营造出一种轻松的家庭教育氛围,教师在学校中也应该多关注学生的心理发展和身心状况。(3)注意力容易分散。很多学生在课堂上看似很专心的听老师讲课,其实他的思绪已经飘到教室外面去了,看似专心,实则走神,所以对于这样的孩子,我们应该加强孩子的注意力学习,平常在学习中老师也应该多关心、多呵护学生,这样才能在学生的成长道路上真正成为他的引路人、组织者、引导者以及学生的合作者。

2. 本节课的重难点是什么?

【参考答案】

两位数乘两位数(不进位)这一课时,是基于在之前学生已经学习过了两位数乘一位数的笔算方法,以及两位数乘整十数的口算方法的基础上进行教学的,在此基础上,学生其实已经掌握了关于乘法的运算顺序、数位的对齐以及相关的乘法法则。因此对本节课的教学,着重还是在培养学生的运算能力上。因此,本节课的教学重、难点应该放在乘的顺序以及第二步的数字的相对位置关系,以此来培养学生的运算能力。为了突出重点,突破难点,在进行本节课的教学时,应该关注学生的学习过程,学生应该要采取自主探索,以及合作、交流的方式,真正在学习过程中感知数学,感受数学的发展。同时,在学习过程中能够领悟数学知识,掌握相应的数学技能。

3. 简单说一下除法法则?

【参考答案】

除数是一位数的除法法则:从被除数的高位除起,每次用除数先试除被除数的前一位数,如果它比除数小,再试除前两位数;除到被除数的哪一位,就把商写在那一位上面;每求出一位商,余下的数必须比除数小。在求出商的最高位数以后,除到被除数的哪一位不够商1,就对着那一位商0。0除以任何不是零的数都得0。

除数是两位数的除法法则:从被除数的高位起,先用除数试除被除数的前两位数,如果它比除数小,再试除前三位数;除到被除数的哪一位,就在那一位上面写商;每求出一位商,余下的数必须比除数小。除数是两位数的除法,一般按照四舍五入法,把除数看作和它接近的整十数来试商。

《小数的初步认识》-数与代数

1. 题目：三年级《小数的初步认识》片段教学

2. 内容：

认识小数



像 3.45、0.85、2.60、36.6、1.2 和 1.5 这样的数叫做**小数**。

3.45 读作：三点四五

↑
小数点

你还能在哪里见过小数？

1



只用米作单位怎样表示？

王东身高1米3分米。

把1米平均分成10份，每份是1分米。



1分米是1米的 $\frac{1}{10}$ 。

1分米是 $\frac{1}{10}$ 米，还可以写成0.1米；
3分米是 $\frac{3}{10}$ 米，还可以写成0.3米；
1米3分米写成小数是（ ）米。

做一做



1角是1元的十分之一，是 $\frac{1}{10}$ 元，还可以写成0.1元；
5角是 $\frac{5}{10}$ 元，还可以写成（ ）元；
8元5角写成小数是（ ）元。

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 突出重点，突破难点；
- (3) 适当结合板书进行教学。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 学生能结合具体内容初步了解小数的含义, 认、读、写小数部分不超过两位的小数。
2. 在具体的情景中, 通过对一位和两位小数的初步认识, 培养学生解决简单实际问题的能力。
3. 学生认识小数在实际生活中的应用, 培养学生热爱生活、热爱数学的情感。

教学重点: 正确理解小数的含义。

教学难点: 以元为单位的小数与几元几角几分的互相改写, 以米为单位的小数与米、分米、厘米的互相改写。

教学过程:

一、情境导入

呈现生活情境图: 开学时, 妈妈给小华买了一些文具。然后会抛出这样一个问题: “你能不能把这些文具标价中的数分成两类? 怎么分?” 举手汇报并简单说明理由。

45、3.45、12、0.85、33、2.60、36.6、3

进而抛出问题“你们能读出这些图片中的数字吗?” 从而引发学生思考, 进而引出今天的课题: 小数的初步认识。

二、探究新知

1. 小数的读法

(1) 独立尝试

让学生尝试读出大屏幕上不太会读的数字, 3.45、0.85、2.60、36.6。

(2) 教师引导

在教师的引导下正确读出三点四五、零点八五、二点六零和三十六点六等数字, 之后向学生提问“这些数有什么共同的特点呢?” 学生可能会说这些数都有一个小圆点。然后, 肯定学生的回答, 进而引出像3.45、0.85、2.60、36.6、1.2 和 1.5 这样的数叫做小数, 小圆点叫做小数点。

(3) 总结归纳

读小数的时候, 整数部分按照整数读法来读(整数部分是0的读“零”), 小数点读作“点”, 小数部分通常依次读出每一个数位上的数字。

2. 小数的写法

课件出示图片信息, 写出信息中的小数: 姚明身高二点二六米, 刘翔跨栏成绩十二点八八秒。

组织学生在小组中议一议, 互相说一说生活中我们是怎样写这些小数的, 根据学生读法板书。

小结小数的写法: 写小数的时候, 整数部分按照整数的写法来写, 再在个位数字右下方点上小数点, 最后依次写出小数部分每一位上的数字。

3. 小数的意义

教师出示米尺

把1米平均分成10份, 每份是多长? 是1米的几分之几? 学生回答每份是1分米。1分米是1米的 $\frac{1}{10}$ 。

1分米是10份中的1份, 也就是 $\frac{1}{10}$ 米还可以写成0.1米。3分米是10份中的几份, 3分米是1米的十分

之几,也就是十分之几米还可以怎样写?根据学生回答板书:3分米是10份中的3份,3分米是1米的 $\frac{3}{10}$,也就是 $\frac{3}{10}$ 米还可以写成0.3米。

让学生在小组中互相交流,明确小数的意义。小结:十分之几就可以写成零点几。

最后得出,王东身高1米3分米。只用米作单位就是1.3米。

三、巩固练习

判断下列数哪些是小数?是小数的读出小数。

20 0.8 1.94 5 0.5 4

四、课堂小结

通过本节课的学习,你有哪些收获?

五、课后作业

作业1:课后练习第一题;

作业2:回家量一量自己和家人的身高,告诉他们,他们的身高是多少厘米,用小数表示是多少米。

六、板书设计

小数的初步认识

小数: 3.45



小数点

读作: 三点四五

1米=10分米

1分米= $\frac{1}{10}$ 米=0.1米

3分米= $\frac{3}{10}$ 米=0.3米

1米3分米=1.3米

【试题解析—试讲稿】

一、情境导入

师:同学们,开学时,妈妈给小华买了一些文具,大家想不想看一下呢?

生:想。

师:那就跟着老师随着大屏幕逛文具店,你们看每种文具是不是都有标价?

生:有。

师:谁来读一读这些标价?(请一位学生来读)

师:大家仔细看看,你能把这些标价中的数分成两类么?谁愿意来分分?(指名一学生分)

书包 45 元 彩笔 3.45 元

文具盒 12 元 铅笔 2.6 元

日记本 3 元 橡皮擦 0.85 元

师:左边的这组数 45、12、3 是什么数?这些都是我们学过的,它们都是整数。

师:右边的这组数是不是整数?

生:不是。

师:它们也有自己的名称,叫做小数。今天这节课,就让我们一起走进小数王国去认识小数——小数的初步认识。(板书:小数的初步认识)

二、探究新知

师:观察一下,这些小数与我们学过的整数有什么不一样?

生:都有个小圆点。

师:对了,这个小圆点叫做小数点,一起说说它的名字。(生齐读)

师:大屏幕上出示了几个数?

生:三个数。

师:三个什么数?

生:小数。

师:这些小数中的小圆点叫做什么?

生:小数点。

师:小数点左边的部分叫什么?

生:整数部分。

师:右边的部分是什么?

生:小数部分。

师:一个小数有几部分组成?

生:三部分。

师:哪三部分?

生:整数部分、小数点、小数部分。

师:我们已经认识了小数各部分的名称,那么这些小数怎么读呢?请同学们试读一下。

师:谁来读一下这些小数?(请学生来读)

师:读得很好,像这位同学一样读小数的时候整数部分按照整数的读法来读,小数点读作“点”,小

数部分要依次读出每一数位上的数字就可以了。

师：小数我们已经会读了，那么它该怎么写呢？写小数与读小数的顺序是一样的，先写整数部分，再写小数点，最后写小数部分。（以课件屏幕出示的小数为例老师一边说写法一边在屏幕上示范）

师：学会了么？好！请同学们在老师发给的练习纸上写一写。（生自由练写，师巡视）

师：小数在我们日常生活中应用非常广泛，量物体长度不是整米又用米作单位时照样可以用小数表示。出示1米长的纸条，引出以米为单位的一位小数。师用手在米尺上比划1分米，问学生：大家瞧，这是多少长？

生1：1分米。

生2：10厘米。

师：10厘米也等于1分米。把米尺怎么分才可得到1分米呢？

生：把一米平均分成10份，每份就是1分米。

师：嗯，对极了。那你会用分数来表示1分米是多少米么？

师：这要用到我们以前学的分数的知识，今天，老师告诉大家，1分米还可以是0.1米。那你知道2分米是多少米么？用分数和小数来表示。

生：0.2米。

师：5分米、6分米、7分米呢？请学生到讲台在黑板上做题。

师：现在用所学知识解决一些实际问题，请看大屏幕。（用课件出示例1插图）

师：说说他们在干什么？题目要求我们做什么？

生：他们在量身高，题目要求王东身高1米3分米只用米作单位怎样表示？

师：大家想一想1米3分米只用米作单位怎样表示？1米3分米由1米和3分米组成的，只要把3分米写成以米作单位的小数后和1米合起来就可以了。

师：3分米是多少米？

生：0.3米。

师：所以王东身高1米3分米写成小数就是（ ）米。

生：1.3米。

三、巩固练习

师：判断下列数哪些是小数？是小数的读出小数。

20 0.8 1.94 5 0.5 4

师：我们再来玩一个小游戏。我是小法官：

1. 0.08可以读成零点八。（ ）

2. 九点四三可以写成9.43。（ ）

3. 15厘米就是1.5米。（ ）

4. 5.25可以读成五点二十五。（ ）

四、课堂小结

师：通过本节课的学习，你有哪些收获？

生1：能识别小数，会读写小数。

生2：知道以“米”为单位的小数的实际含义。

师：看来这节课大家收获满满呢。

五、课后作业

师：作业 1：课后练习第一题；

作业 2：回家量一量自己和家人的身高，告诉他们，他们的身高是多少厘米，用小数表示是多少米。

六、板书设计

小数的初步认识

小数：3.45



小数点

读作：三点四五

1 米=10 分米

1 分米= $\frac{1}{10}$ 米=0.1 米

3 分米= $\frac{3}{10}$ 米=0.3 米

1 米 3 分米=1.3 米



【试题解析一答辩】**1. 分数的注意事项?****【参考答案】**

分母一定不能为 0，因为分母相当于除数。否则等式无法成立，分子可以等于 0，因为分子相当于被除数。相当于 0 除以任何一个数，不论分母是多少，答案都是 0。

分数中的分子或分母经过约分后不能出现无理数（如 2 的平方根），否则就不是分数。

一个最简分数的分母中只有 2 和 5 两个质因数就能化成有限小数；如果最简分数的分母中只含有 2 和 5 以外的质因数那么就能化成纯循环小数；如果最简分数的分母中既含有 2 或 5 两个质因数也含有 2 和 5 以外的质因数那么就能化成混循环小数。（注：如果不是一个最简分数就要先化成最简分数再判断；分母是 2 或 5 的最简分数一定能化成有限小数，分母是其他质数的最简分数一定能化成纯循环小数）

2. 如何培养低学段小学生的数学问题意识?**【参考答案】**

在低级的数学教学中，先让学生观察情境图（游戏），然后提出问题：“你能根据这幅图提出一个问题吗？”往往学生的回答都一样但可能只是答出了一个算式而非提出问题。这时的解决办法有几种：

（1）明确要求，加强引导。例如：先表扬说他说出了一个算式，再强调说我的要求是提一个问题，而不是说一个算式，这样孩子们明白过来，要求不同，答案是不同的。然后再加以引导提问，之后学生会了，再多叫几个学生起来重复提问。

（2）教师示范。学生在刚开始什么也不知道的情况下，老师的引领很重要。

（3）练习实践。带着学生分析我们平时做的解决问题的题目，一起讨论哪些是条件，哪些是问题，让学生去感受，然后再练习自己提问题。

3. 本节课的主要内容是什么?**【参考答案】**

《小数的初步认识》包括认识一位小数、两位小数和它的读、写法。小数的初步认识是在学生熟练地掌握了分数的基础上进行学习的内容。认识一位小数和两位小数是小数的初步认识中最基础的知识，学习小数不仅为学生准确清晰地理解小数的含义，也为今后系统地学习小数的知识打下基础。该阶段的学生在日常生活中已经有所接触，但由于小数是分数的另一种表现形式，其意义具有一定程度的抽象性，学生要深刻理解小数的意义，还有一定的困难，针对这一现状，教学中应充分考虑学生的生活经验，利用生活与数学知识的契合点，重视直观、引导、注重启发，利用小数与分数之间的联系，让学生亲历小数的形成过程。

《面积单位》-图形几何

1. 题目：三年级《面积单位》片段教学

2. 内容：



3. 基本要求：

- (1) 试讲时间约 10 分钟；
- (2) 授课需思路清晰有条理；
- (3) 结合教学内容，适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 理解面积的意义, 认识面积单位平方厘米、平方分米、平方米。
2. 在想象和操作活动中, 发展空间观念, 培养操作能力和合作交流能力。
3. 通过活动, 感受学习的乐趣, 体会数学与生活的联系。

教学重点: 理解面积的意义, 掌握常用的面积单位。

教学难点: 初步建立 1 平方厘米、1 平方分米、1 平方米的表象。

教学过程:**一、问题导入**

展示两张大小不一的长方形卡片:



提问: 大家能比较它们的大小吗? 引出课题《面积单位》。

二、探究新知

提问: 谁的面积大? 看得出吗? 重叠比较呢?

学生思考后得出, 用观察和重叠、割补的方法都不能解决这个问题。

师: 老师给每个小组都发了两个长方形: 一号长方形和二号长方形, 另外准备了一个学具袋, 里面有一些圆片、正方形片、三角形卡片。现在同学们要借助这些学具去摆一摆, 想办法比出两个长方形面积的大小。

师: 你们比较的结果是怎样的? 采用什么办法比较出来的呢?

引导学生汇报: 选择的图形不同, 拼摆的结果也不相同; 圆片有缝隙, 不够准确; 长方形长宽不同, 不方便; 正方形和正三角形能测量出结果, 比较起来, 正方形更简便。

小结: 比较两个图形的面积大小, 要用统一的面积单位, 正方形表示面积单位最合适。

三、巩固运用

大屏幕出示三个图形, 比较面积大小。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获? 引导学生总结, 教师进行查漏补缺。

五、课后作业, 拓展延伸

将今天所学知识分享给爸爸妈妈听。

六、板书设计:**面积单位**

面积单位: 平方厘米、平方分米和平方米

可以用 cm^2 、 dm^2 、 m^2 来表示

【试题解析—试讲稿】

一、问题导入

师：上课！同学们好，请坐！

师：看大屏幕上，希望小学的学生搬进了新教室，新教室里有什么？

师：大家七嘴八舌说了这么多！有国旗，有黑板，还有新的课桌和椅子，真不错，和我们的教室一样漂亮！

师：可是，老师想知道这些物体的表面哪个大哪个小，那该怎么办呢？

师：这里有粉红色和绿色的两张大小不一的长方形卡片：



师：对，我们可以放一起比一比他们的大小，那我们走进今天的课堂。

二、探究新知

师：请看大屏幕，黑板面和国旗面，哪一个面比较大？请同学们进行观察！

师：你看的最认真，一定发现了！

师：他说黑板面大，回答声音真洪亮！

师：通过观察，我们发现黑板面比国旗面大。这里，黑板表面的大小就是黑板面的面积，国旗表面的大小就是国旗面的面积。

师：你能试着说一说周围其他物体表面的面积吗？举手最快的男生！

师：他摸着课桌说，课桌表面的大小就是课桌面的面积。表达很清楚！

师：你举起了数学课本，想说点什么？

师：她说数学书的大小就是数学书的面积。

师：老师明白她是想说封面的大小，我们应该说，数学书封面的大小就是数学书封面的面积。

师：同学们可真善于观察啊！那通过以上这么多例子，我们就可以说，物体一个面的大小就是这个面的面积。

师：知道了什么是面积，那你会比较两个图形的面积吗？

师：接着请看第二局游戏：蓝色长方形和粉色长方形，哪个面积大？

师：老师听到有同学说蓝色长方形大，也有同学说粉色长方形大。我们能用眼睛直接观察出来吗？那该怎么比较呢？

师：这位手举得最快的同学说用眼睛看不出来，可以让这两个图形放在一起比一比。

师：真会想办法！我们一起试试。两个图形重叠在一起，谁大？

师：哦，还是看不出来。是的，他们的长宽都不一样，没有办法比较，这可怎么办？

师：不着急，老师给大家准备了小的圆形、三角形、正方形纸片，可以选用一种图形作单位来铺满测量，然后再比较！小组活动开始吧！

师：看到大家已经坐端正，哪个小组先来展示？好，1组！

师：他们用一些小的圆形纸片拼在两个长方形上，粉色长方形需要10个圆纸片才能拼完，蓝色长方形

需要 12 个圆纸片, 所以, 蓝色长方形大!

师: 他们组摆的工整、漂亮, 表扬!

师: 还有不同方法吗? 2 组怎么做的?

师: 他们用小三角形拼的, 粉色长方形需要 18 个小三角形, 蓝色长方形需要 21 个小三角形, 蓝色长方形大。

师: 真不错, 也得到了同样的答案!

师: 可是, 这两种方法中, 都有空隙没有铺满, 我们比较的是小图形拼的部分, 如果加上这些空隙面积, 还是这样的答案吗?

师: 你平时想法最多, 你来说!

师: 他说, 这些空隙不好测量, 所以没法加上, 要是用小正方形拼就没有空隙!

师: 好, 展示一下你们组的做法!

师: 用小正方形拼粉色长方形, 正好 10 个拼完, 没有空隙, 蓝色长方形需要 12 个小正方形, 也没有空隙, 所以蓝色的长方形大!

师: 他们的测量方法怎么样? 都忍不住鼓掌了!

师: 那么, 用哪种图形作面积单位最合适呢?

师: 对, 用小正方形作面积单位最合适, 因为可以拼的没有空隙啊!

师: 其实, 数学家们就是用正方形定义面积单位的!

师: 常用的面积单位有平方厘米、平方分米和平方米, 可以用 cm^2 、 dm^2 、 m^2 来表示。那同学们你们知道 1 平方厘米、1 平方分米、1 平方米分别有多大吗?

师: 边长 1 厘米的正方形面积是 1 平方厘米, 其实我们手指甲的面积接近 1 平方厘米, 伸出你的手指甲摸一摸看一看, 1 平方厘米这么小!

师: 边长 1 分米的正方形面积是 1 平方分米, 跟随老师找到直尺上的 1 分米, 然后用两手的食指和拇指这样比画一下, 1 平方分米这么大!

师: 边长 1 米的正方形面积是 1 平方米, 各小组找出边长 1 米的正方形纸板, 用手摸一摸, 眼睛看一看, 1 平方米有多大!

师: 经过刚才的活动, 相信你已经知道 1 平方厘米、1 平方分米和 1 平方米大约有多大了! 接下来, 老师要考考你了!

三、巩固运用

师: 大屏幕上的三个图形, 哪个面积最大? 哪个面积最小?

师: 自己想一想、数一数吧!

师: 看到你自信的样子, 说说你的答案!

师: 他说第一个图形由 8 个小正方形组成, 第二个是 10 个小正方形, 第三个由 9 个小正方形组成, 所以, 第一个面积最小, 第二个面积最大!

师: 可是, 每个小正方形一样大吗? 嗯, 被大家发现了, 每个小正方形代表 1 平方厘米。

师: 那我们能知道每个图形的面积到底是多少吗?

师: 异口同声! 8 平方厘米、10 平方厘米、9 平方厘米! 还是第一个图形面积最小, 第二个面积最大!

师: 比大小游戏顺利完成, 大家做的很棒, 掌声送给自己!

四、总结体会，反思提升

师：接下来一起进入分享时刻，课代表你来说一下！

师：她知道了课桌表面的大小就是课桌面的面积，黑板表面的大小就是黑板面的面积。

师：是的，物体某一个面的大小，就是这个面的面积！

生：用正方形作面积单位更合适，还学习了面积单位平方厘米、平方分米和平方米。

师：你的收获真多！

师：那1平方厘米多大？嗯，纷纷伸出自己的手指，有手指甲面积这么大。

师：我们还用直尺、手指比画出1平方分米，最后一起感受大大的1平方米！

五、课后作业，拓展延伸

师：到这里，愉快的数学之旅要结束了，相信棒棒的你一定能在课后完成做一做的1、2题，下一节课我们要比一比谁做的更好！

师：将今天所学知识分享给爸爸妈妈听。

师：这节课上到这里，下课！

六、板书设计：

面积单位

面积单位：平方厘米、平方分米和平方米

可以用 cm^2 、 dm^2 、 m^2 来表示

【试题解析—答辩】**1. 小学阶段学习了哪些单位换算?****【参考答案】**

长度单位: 1 千米=1000 米; 1 米=10 分米; 1 分米=10 厘米; 1 厘米=10 毫米; 1 米=100 厘米。

重量单位: 1 吨=1000 千克; 1 千克=1000 克。

时间单位: 1 世纪=100 年; 1 日=24 时; 1 时=60 分; 1 分=60 秒。1, 3, 5, 7, 8, 10, 12 每月 31 天; 4, 6, 9, 11 每月 30 天。平年 2 月有 28 天; 闰年的 2 月有 29 天。平年一年有 365 天; 闰年一年有 366 天。

面积单位: 1 平方千米=100 公顷; 1 公顷=10000 平方米; 1 平方米=100 平方分米; 1 平方分米=100 平方厘米; 1 平方米=10000 平方厘米; 1 平方千米=1000000 平方米。

(容)积单位: 1 立方米=1000 立方分米; 1 立方分米=1000 立方厘米; 1 立方分米=1 升; 1 立方厘米=1 毫升; 1 立方米=1000 升。

2. 数形结合怎么方便解题?**【参考答案】**

数形结合思想在数学学习中占有非常重要的地位, 其“数”与“形”结合, 相互渗透, 把代数式的精确刻画与几何图形的直观描述相结合, 使代数问题、几何问题相互转化, 使抽象思维和形象思维有机结合。数形结合是把抽象的数学语言与直观的图形结合起来思考, 使抽象思维和形象思维相结合, 通过“以形助数”或“以数解形”可使复杂问题简单化, 抽象问题具体化, 从而达到简便解题的目的。

在应用数形结合思想时, 常常会借助数轴、函数图像、单位圆等, 还可借助于几何轨迹所遵循的数量关系或运算结果与几何定理的结合。

3. 简单分析一下本节课的内容?**【参考答案】**

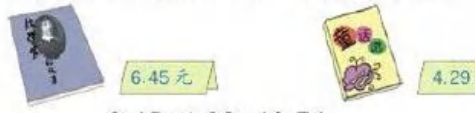
《面积和面积单位》这节课属于空间与图形的领域“测量”部分的内容, 面积的学习是学生第一次接触, 相对较难。本课的教与学是在学生已经掌握了二年级上册的长度单位以及三年级上册的长方形和正方形的特征和其周长计算的基础上进行的。本课是由长度单位到面积单位的过渡, 学生学习本部分内容四年级学习平行四边形与梯形、三角形和五年级上册多边形的面积的内容打下基础。教材在编排上首先让学生通过观察所熟悉的物体表面来认识面积, 从而归纳出面积的概念, 再通过比较面积大小的方法引出统一的面积单位(包括使用统一的面积单位的必要性)以及认识常用的面积单位。

《小数加减法》-数与代数

1. 题目：四年级《小数加减法》片段教学

2. 内容：

1 (1) 小丽买了下面两本书，一共要花多少钱？



$$6.45 + 4.29 = 10.74$$

$$\begin{array}{r} 6.45 \\ + 4.29 \\ \hline 10.74 \end{array}$$

小数点一定要对齐哦！

(2) 《数学家的故事》比《童话选》贵多少钱？

$$6.45 - 4.29 = 2.16$$

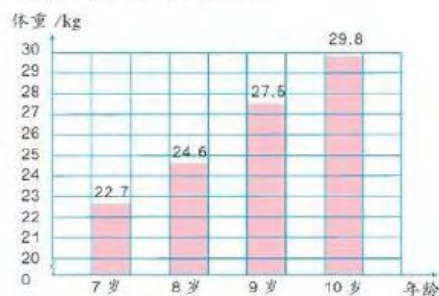
$$\begin{array}{r} 6.45 \\ - 4.29 \\ \hline 2.16 \end{array}$$

做一做

1. 计算下面各题，并且验算。

$$\begin{array}{lll} 2.98 + 0.56 & 12.53 + 4.67 & 6.07 + 4.89 \\ 5.64 - 1.78 & 7.2 - 0.8 & 15.62 - 7.46 \end{array}$$

2. 下面是小明的体重统计图。



(1) 小明从7岁到10岁，体重增加了多少千克？

(2) 哪一年比上一年增加得最多？增加了多少？

3. 基本要求：

- (1) 试讲约10分钟；
- (2) 引导学生进行小组讨论；
- (3) 体现新课标要求的自主、合作、探究的学习方式。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 掌握小数加减计算的计算方法, 会通过竖式进行小数的加减运算。
2. 在探索小数的加减法的过程中, 提升运算能力。
3. 在自主探索中感受到成功的喜悦, 激发学习数学的兴趣。

教学重点: 理解并掌握小数加减法的笔算方法。

教学难点: 理解列竖式时数位对齐。

教学过程:

一、问题导入

引导学生回顾整数加法的计算方法。让学生以竞赛形式完成。

算一算

完成后引导学生思考小数加法与整数加法有什么异同, 计算时要注意什么?

二、探究新知

1. 投影仪出示情境图

学生观察情境图, 先独立思考, 再与同桌讨论, 在此基础上全班交流。

2. 探究算法

(1) 观察分析, 引发思考。

教师根据学生的汇报板书列式: $6.45 + 4.29 =$ $6.45 - 4.29 =$

(2) 独立计算, 自主探索。

学生尝试独立计算, 教师巡视观察, 把学生计算时出现的不同算法板书出来。

(3) 讨论分析, 明晰算法。

教师组织学生分组讨论, 通过交流引导, 学生明确小数点对齐, 相同数位也就对齐了。

三、巩固练习

完成做一做第一题。

四、课堂小结

学生总结, 教师补充评价。

五、课后作业

机械式作业: 完成课后题目。

开放式作业: 寻找身边的小数加减法的例子, 并计算出结果。

六、板书设计

小数加减法

进位加法:

$$\begin{array}{r} 6.45 \\ + 4.29 \\ \hline 10.74 \end{array}$$

退位减法:

$$\begin{array}{r} 6.45 \\ - 4.29 \\ \hline 2.16 \end{array}$$

【试题解析—试讲稿】

一、问题导入

师：同学们，在我们的生活中经常会遇到需要用加法或者减法解决的问题。谁还记得什么是加法吗？减法呢？

生1：把两个数合并成一个数的运算，叫做加法。

生2：已知两个数的和与其中的一个加数求另一个加数的运算，叫做减法。

师：同学们都说得很好。

师：老师来考考大家，如果妈妈把一根绳子截成两段，一段长83厘米，另一段长59厘米。你能根据妈妈提供的信息，提出个数学问题并解答吗？

生：可以求这根绳子原来长多少厘米？ $83+59=142$ 厘米。

生：可以求两根绳子相差多少厘米？ $83-59=24$ 厘米。

师：这两道都是整数加减法的题目，你能说说计算整数加减法时要注意什么吗？

生：整数加法时要注意相同数位对齐，从个位加起，哪一位上的数相加满十，就向前一位进一。

生：整数减法时要注意相同数位对齐，从个位减起，哪一位上的数不够减，就从它的前一位退一当十，和本位上的数合并在一起，再减。

师：同学们已经把整数加减法的计算方法熟记在心了，如果换成小数的加减法，你们还有办法解决吗？今天这节课我们就来学习一般的小数加减法。

二、探究新知

师：看课本，两位同学到书店买书，小丽买了这两本书。你能先估一估买这两本书小丽要花多少钱吗？

生：可以先把两本书的价钱都算作整数，一本6元，一本4元，一共10元。

生：因为两本书的价钱都往小估了，所以小丽买书的钱会比10元多。

师：说得不错，大概会比10元多，那小丽一共花了多少钱，你们能解决这个问题吗？请把你的方法记录下来，并互相交流一下吧！

生1： 6.45 元=6元4角5分， 4.29 元=4元2角9分，加到一起是10元7角4分，所以 6.45 元+ 4.29 元= 10.74 元。

生2： 6.45 元=645分， 4.29 元=429分， $645+429=1074$ 分= 10.74 元。

生3：直接列竖式利用加法法则进行计算的。

师：同学们刚才用自己的办法解决了问题，比较这几位同学的方法，它们有什么相同的地方？有什么不同的地方？

师：都是用加法解决，结果相同都是10.74元。前两种方法是把小数加法转化成整数加法进行计算的，第三种方法是直接用小数进行计算的。

师：有的同学借助我们学过的旧知识，将新知识进行转化从而把问题解决了。有的同学是用小数进行竖式计算的。谁能来具体说说小数加法该如何计算呢？

生：先把小数点对齐，然后按照整数加法的计算法则进行计算。

师：列竖式时，为什么要把小数点对齐呢？

生1：学习一位小数加法时，就是把小数点对齐，即相同数位对齐。也就是整数部分相同数位时齐，小数部分的十分位上的数要对齐。所以当两个两位小数相加时，百分位上的数也要对齐。

生 2: 6.45 表示 6 个一, 4 个十分之一, 5 个百分之一; 4.29 表示 4 个一, 2 个十分之一, 9 个百分之一。当小数点对齐时, 相同数位就对齐了。

生 3: 先从百分位加起, 5 加 9 得到 14 个百分之一, 百分位满十要向十分位进一, 在百分位上写上 4, 十分位上 4 加 2 加 1 得到 7 个十分之一, 在十分位上写 7; 最后个位上 6 加 4 得到 10 个一。因为只有计数单位相同的两个数才能直接相加, 所以要把相同数位对齐, 即小数点对齐。

师: 在计算小数加法时, 你更喜欢哪种方法? 为什么呢?

生: 喜欢第三种方法。因为这种方法简单, 并且所有小数加法都可以这样计算。

师: 关于小数加法, 同学们都会计算了。那么“《数学家的故事》比《童话选》贵多少元?”这个问题你能解决吗?

师: 对, 先把小数点对齐。从百分位减起, 5 减 9 不够减, 就从十分位退一当十再减, $15-9=6$, 得到 6 个百分之一, 在百分位上写 6; 十分位上 4 退 1 是 3, $3-2=1$, 得到 1 个十分之一, 在十分位上写 1; 最后个位上 $6-4=2$, 在个位上写 2。

师: 在计算过程中, 你有什么发现?

生: 小数加法相同, 列竖式计算时都要将小数点对齐; 小数减法的计算方法和整数减法的计算方法相同。

师: 在计算过程中, 有什么需要我们注意的吗?

生: 小数点对齐, 就是相同数位对齐, 即每一位都是在求相同计数单位个数的和或差。按照整数减法的计算方法计算时, 哪一位上的数不够减, 就从它的前一位退一当十, 和本位上的数合并在一起再减。

师: 今天我们学习了小数加减法, 小数加减法和整数加减法都是要把相同数位对齐, 小数加减法的计算方法和整数加减法的计算方法相同。

三、巩固练习

师: $6.07+4.89$ 等于多少? $5.64-1.78$ 的结果呢? 大家做一做, 写在自己的本子上。老师找两位同学上台板演。

师: 好了, 大家对照一下, 台上的两位同学书写的是否正确。

师: 非常准确, 看来大家都掌握了。

四、课堂小结

师: 同学们, 通过今天的学习, 你们收获了什么?

生: 我们学会了小数加减法的计算法则。

五、课后作业

师: 机械式作业: 完成课后题目。

开放式作业: 寻找身边的小数加减法的例子, 并计算出结果。

六、板书设计

小数加减法

进位加法:

$$6.45 + 4.29 = 10.74$$

$$\begin{array}{r} 6.45 \\ + 4.29 \\ \hline 10.74 \end{array}$$

退位减法:

$$6.45 - 4.29 = 2.16$$

$$\begin{array}{r} 6.45 \\ - 4.29 \\ \hline 2.16 \end{array}$$



【试题解析—答辩】

1. 简单说一下小数和分数？

【参考答案】

小数，是实数的一种特殊的表现形式。所有分数都可以表示成小数，小数中的圆点叫做小数点，它是一个小数的整数部分和小数部分的分界号。其中整数部分是零的小数叫做纯小数，整数部分不是零的小数叫做带小数。

一个物体，一个图形，一个计量单位，都可看作单位“1”。把单位“1”平均分成几份，表示这样一份或几份的数叫做分数。在分数里，表示把单位“1”平均分成多少份的叫做分母，表示有这样多少份的叫做分子；其中的一份叫做分数单位。分子在上，分母在下。

小数是分数的另一种表现形式。因为所有的有限小数都能化成分数，无限循环小数也能，但是无限不循环小数不能。而分数一定能化成小数。小数与分数的意义是差不多的，只是存在一个互化的问题。

2. 如何使小学数学与生活相融？

【参考答案】

生活是数学的源泉，数学离不开生活。生活是丰富多彩、变化莫测的，而数学有着自己的严谨性和确定性。教学过程中，教师能按照感知、理解、巩固到应用的过程展开教学，让学生在不同的生活情景中不断经历“数学化”的过程。比如小数加减法这一节课，利用学生在超市中经常见到价签上的小数这一已有经验来引出课题，就可以比较好地处理生活与数学的关系。尽管我们的教材为学生提供了精心选择的课程资源，但课程不仅仅是指教材，学生的生活经验、教师的教学经验、学生的学习差异、师生的交流启发都是有效的课程资源。教师对教材作了二次加工，使教材成为“学材”。

3. 小数加减法注意事项？

【参考答案】

计算小数加、减法，先把数位对齐，整数和整数对齐（个位和个位对齐，十位和十位对齐...）小数点对齐，小数部分十分位和十分位对齐，百分位和百分位对齐；加减的运算跟整数的加减一样，满十要进位，不够减要向前借1。最后在得数里对齐横线上的小数点点上小数点。（得数的小数部分末尾有0，一般要把0去掉。根据小数的性质，在小数部分的末尾添上或去掉任意个零，小数的大小不变。）

《小括号》-数与代数

1. 题目：二年级《小括号》片段教学

2. 内容：

算式里有括号的，要先算括号里面的。

3

$$7 \times (7 - 5)$$

$$= 7 \times 2$$

$$= 14$$

$$(77 - 42) \div 7$$

$$= 35 \div 7$$

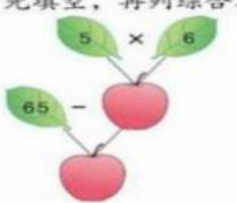
$$= 5$$

做一做

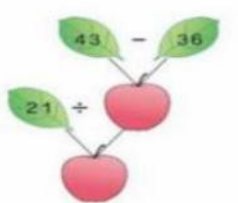
- 计算。

$76 - (12 + 25)$	$(12 - 5) \times 3$	$48 \div (8 - 2)$
$34 - (28 - 13)$	$6 \times (7 + 2)$	$(88 - 56) \div 8$
- 上下两题有什么相同点和不同点？

$4 + 5 \times 7$	$(72 - 18) \div 9$	$24 \div 4 + 2$
$(4 + 5) \times 7$	$72 - 18 \div 9$	$24 \div (4 + 2)$
- 先填空，再列综合算式。



算式：_____



算式：_____

想一想，什么时候需要加小括号？

3. 基本要求：

- 试讲需在 10 分钟之内；
- 带小括号的算式如何运算；
- 授课思路要具有条理性、并适时的与学生进行互动；
- 按课题需要进行板书，板书要清晰，并与讲解相结合。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 学生掌握有括号的混合运算的运算顺序, 并能够进行正确运算。

2. 通过情境理解有括号的乘加的运算顺序, 通过知识迁移应用到有括号的除加或除减混合运算, 学会解答有括号的两部混合运算。

3. 在学习中感受数学与生活的密切联系, 培养良好的学习习惯和数学的意识。

教学重点: 知道有括号的混合运算的运算顺序, 并能正确计算。

教学难点: 知道有括号的混合运算的运算顺序, 并能熟练应用。

教学过程:**一、导入新课**

教师出示几道口算题目, 让学生说说运算的方法。引导学生回忆混合运算的运算顺序: 同一级的运算按从左到右计算; 含有两级的混合运算, 先算乘除, 再算加减。

接着再次出示题目: 小敏是个粗心的孩子, 他在计算 $15-6\times 2$ 的时候, 得到的结果是 18, 你知道他在计算时犯了什么错误吗? 预设学生可以想到问题, 继续追问: 怎样才能先算减法, 再算乘法呢? 揭示课题——小括号。

二、探究新知**活动 1: 初步感知**

组织学生讨论小括号的作用, 师生共同得出: 小括号的作用可大了, 算式里添上小括号, 不管小括号里面是加减还是乘除, 都要先算小括号里面的算式。

教师给出两个算式, $7\times 7-5$ 、 $77-42\div 7$, 让学生先说说它们的运算顺序, 接着教师加上小括变成 $7\times (7-5)$ 、 $(77-42)\div 7$, 组织学生前后 4 人为一小组, 分别计算这 4 个题目, 观察对比, 看看能有什么发现, 尝试总结混合运算的运算的运算顺序。在充分的交流后, 学生分组展示, 教师板书, 规范步骤。

师生共同总结: 在混合运算中, 同级运算, 从左往右算; 两级运算, 先算乘除, 后算加减, 有括号的先算括号里面的。

活动 2: 应用知识

教师出示一些含小括号的练习题, 组织学生先独立完成, 划出第一步先算什么, 第二步再算什么。接着同伴之间交流核对, 对于学生出现的错题及时订正, 讲解。

接着再次出示一组含有小括号和不含小括号的几组式子对比, 让学生分别说一说运算顺序的不同, 并计算出结果。最后抛出问题: 什么时候才需要添加小括号。

结合学生的回答, 师生共同总结得出: 加上小括号, 会改变运算顺序, 含有同级运算的式子中, 如果想先算后面的, 需要在后面添上小括号; 含有两级的混合运算, 如果想先算加减, 再算乘除, 需要在加减部分添上小括号。

三、巩固提高

PPT 呈现练习题目。

教师出示导入中的问题: $(15-6)\times 2$, 让学生说一说先算什么? 再算什么? 为什么这样算? 以此加深学生的理解。

四、课堂小结

提问学生“这节课学到了什么”，总结完善，强调本节课的重难点。

五、布置作业

1. 课后练习。
2. 生活中哪些问题可以运用今天所学内容解决呢？

六、板书设计：

小括号

$$7 \times 7 - 5 \quad 77 - 42 \div 7$$

$$7 \times (7 - 5) \quad (77 - 42) \div 7$$

有小括号的算式，先算括号里面的



【试题解析—试讲稿】

一、导入新课

师：上课！同学们好，同学们请坐！

师：同学们，请看大屏幕， $56-8+9=?$ 、 $49\div7\times4=?$ 你能说说它们的运算顺序吗？你来说。

师：你说只含有加减，或者只含乘除，需要从左往右算。好，再来看下面这一组！

师： $77-42\div7=?$ 、 $15-6\times2=?$ 第二排的男生，你来说。

师：哦，你说有乘除，有加减，先算乘除，再算加减。混合运算中，同一级的运算按从左到右计算；含有两级的混合运算，先算乘除，再算加减。

师：可小明是个粗心的孩子，在计算 $15-6\times2$ 时，得到结果是 18，你知道是怎么回事吗？

师：同学们真是火眼金睛啊，原来他先计算了 $15-6=9$ ， $9\times2=18$ ！咱们是应该先算乘法，再算减法的，同学们，怎样才能先算减法，再算乘法呢？

师：今天老师带领大家来学习一个新的知识——小括号，加上小括号，可以使运算顺序改变哦！

二、探究新知

活动 1：初步感知

师：同学们，小括号的作用可大了，算式里添上小括号，不管小括号里面是加减还是乘除，都要先算小括号里面的算式。

师：请看大屏幕，教师给出两个算式，第一个 $7\times7-5$ 、第二个 $77-42\div7$ ，你能说说它们的运算顺序吗？你的手举的最高，你来说。

师：哦，你说 $7\times7-5$ 应该先算乘法，再算减法，真棒！第二个，同桌来说。

师：你说 $77-42\div7$ 应该先算除法，再算减法，不错，来同学们掌声送给他！

师：接下来，老师把它们加上小括号，跟老师一起来看黑板。

师：第三个 $7\times(7-5)$ 、第四个 $(77-42)\div7$ ，跟刚刚的计算顺序还一样吗？这位同学，你来说。

师：你说加了小括号，就应该先算括号里面的。嗯，看来你刚刚认真听讲了。

师：现在请同学们前后 4 人为一小组，一起合作，先计算，再观察对比，看看有什么发现。老师给大家五分钟的时间。

师：好了，时间到！第二小组的小手已经举成小树林了，你来说。

师：哦，第一个式子先算 $7\times7=49$ ，再算 $49-5=44$ ，第二个式子先算 $42\div7=6$ ，再算 $77-6=71$ ，计算的很准确。后两个式子呢？同桌来说。

师：第三个式子先算 $7-5=2$ ，再算 $7\times2=14$ ，第四个式子先算 $77-42=35$ ，再算 $35\div7=5$ 。说的头头是道，像个小老师一样。

师：咱们可以在计算的过程中先用横线画出第一步该算什么，第二步再算什么。这样我们在计算的时候才不会出错。那现在同学们再次尝试总结一下混合运算的顺序吗？

师：嗯，大家七嘴八舌的说了很多，一起总结一下吧。在混合运算中，同级运算，从左往右算；两级运算，先算乘除，后算加减，有括号的先算括号里面的。

师：同学们，咱们学会了四则运算顺序，请大家先独立完成，接着同伴之间交流核对。开始吧。

师：完成了吗？下面跟老师核对一下答案吧。

师：哦，大家都做对了，真棒！

师:老师还有最后一个问题:小括号的作用是什么?什么时候才需要添加小括号呢?你若有所思的样子,你来说。

师:你说如果想改变运算顺序,就需要加上小括号了。

师:这位同学的思路很清晰,启发了老师和同学们,那如果只有加减或者只有乘除时,怎么加小括号改变顺序呢?

师:没错,如果我们想先算后面的,就需要在后面加上小括号。那有加减又有乘除呢?

师:老师来告诉大家,这个时候,我们一般是先算乘除,后算加减,如果想先算加减,就需要在加减运算这里添上小括号,大家明白了吗?

师:嗯,同学们都点头了,加上小括号,会改变运算顺序,含有同级运算的式子中,如果想先算后面的,需要在后面添上小括号;含有两级的混合运算,如果想先算加减,再算乘除,需要在加减部分添上小括号。

三、巩固提高

师:知识学完了,你们会算了吗?咱们再来看看最开始的那个题目,我们加上括号 $(15-6) \times 2$,大家同桌之间说一说先算什么?再算什么?为什么这样算?

师:嗯,同学们讨论的热火朝天,你来说看看。

师:哦,因为有减法和乘法,减法部分有小括号,所以先算减法,再算乘法,很棒!看来大家都掌握的不错!老师为你们感到骄傲!

四、课堂小结

师:愉快的一节课马上就要结束了,今天你有什么收获呢?你来说。

师:你说你学会了含有小括号的混合运算,嗯,具体怎么算?

师:对了,在混合运算中,同级运算,从左往右算;两级运算,先算乘除,后算加减,有括号的先算括号里面的。真棒!你还想补充,你来说。

师:你说你知道了什么时候需要加上小括号。同学们收获可真多呀。

五、布置作业

师:同学们,这节课时间到这里就差不多了,课后老师给大家留2个小任务。请看大屏幕。

师:第一个:请同学们完成课后练习册第一题和第二题;第二个:请同学们用你们善于观察的眼睛找一找本节课在生活中的应用。

师:那这节课我们就上到这里,同学们,下课!

六、板书设计:

小括号

$$7 \times 7 - 5 \quad 77 - 42 \div 7$$

$$7 \times (7 - 5) \quad (77 - 42) \div 7$$

有小括号的算式,先算括号里面的

【试题解析—答辩】

1. 小括号有什么作用?

【参考答案】

在混合运算中是有优先级的,比如乘除是二级运算,加减是一级运算。如果一个式子中同时存在二级运算和一级运算,就需要先算较高级的运算,只存在同级运算就需要从左往右算。而小括号的作用我认为可以调节运算顺序,只要存在小括号,就一定先算小括号内的。当在混合运算中,有一些特殊的情况需要先算某一部分,而按照正常的运算顺序又不能先算时,小括号就真正发挥作用了。也就是要先算小括号,再算乘除,最后算加减。

比如:当计算简单数学计算题目时,题目中含有多种运算顺序, $2 \times (2+4)$,这里需要计算括号内的运算,也即是 $2+4=6$,再计算括号外的运算: $2 \times 6=12$ 。而不是按照依次递进的步骤进行运算,这里小括号的作用就是规定运算次序。

2. 如何培养低学段小学生的数学问题意识?

【参考答案】

在一、二年级的数学教学中,先让学生观察情境图(游戏),然后提出问题:“你能根据这幅图提出一个问题吗?”往往学生的回答都一样但可能只是答出了一个算式而非提出问题。这时的解决办法有几种:

(1) 明确要求,加强引导。例如:先表扬说他说出了一个算式,再强调说我的要求是提一个问题,而不是说一个算式,这样孩子们明白过来,要求不同,答案是不同的。然后再加以引导提问,之后学生会了,再多叫几个学生起来重复提问。

(2) 教师示范。学生在刚开始什么也不知道的情况下,老师的引领很重要。

(3) 循序渐进,语言训练。学生开始是不会提问的,而且不会提数学问题。先让学生说说图上有什么,根据学生观察到的现象再让学生提出问题来,通常这时会有个别学生能提出正确的问题,及时给予鼓励。然后让其他的学生像刚才这样复述几遍,这样其他的学生也懂得什么才叫做提问题了。而且训练学生在提问题的时候一定要说完整的话。即先说图上有什么,再提出相关的问题,在他们列式解答出来之后,再问他们如何列出这个算式的,通过这样的语言训练,学生会有很大的提高。

(4) 练习实践。带着学生分析我们平时做的解决问题的题目,一起讨论哪些是条件,哪些是问题,让学生去感受,然后再练习自己提问题。

3. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

学生在此之前已经掌握了不含小括号的加、减混合运算,并能解决简单的连加、连减和加、减混合实际问题,有一定计算和分析解决问题的能力。同时,学生在前面的口算学习中,会用圈、画等符号标注口算过程,这为学生“创造”小括号提供了素材。

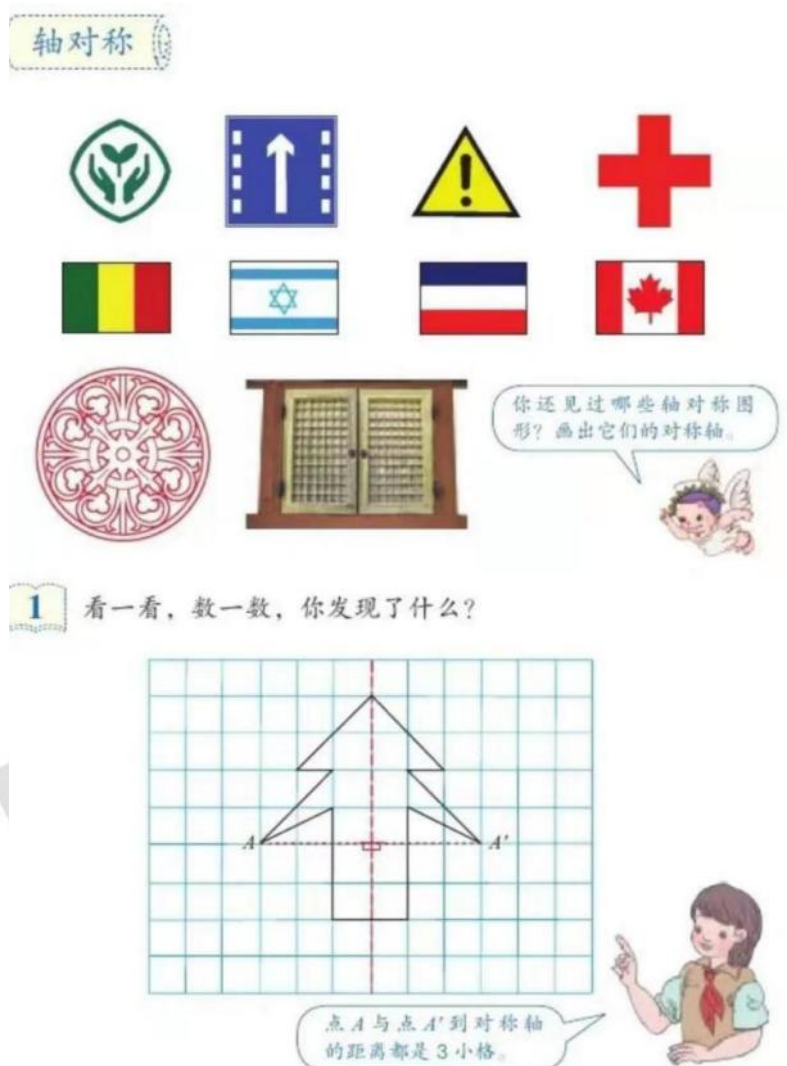
基于以上分析,确定如下教学目标:

1. 学生掌握有括号的混合运算的运算顺序,并能够进行正确运算。
2. 通过情境理解有括号的乘加的运算顺序,通过知识迁移应用到有括号的除加或除减混合运算,学会解答有括号的两部混合运算。
3. 在学习中感受数学与生活的密切联系,培养良好的学习习惯和数学的意识。

《轴对称》-图形与几何

1. 题目：四年级《轴对称》片段教学

2. 内容：



3. 基本要求：

- (1) 试讲 10 分钟；
- (2) 需有师生互动环节；
- (3) 适当结合板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 初步认识轴对称图形,能找出对称图形的对称轴。
2. 通过观察、思考和动手操作,能够画出对称图形的另一半,提高动手操作能力。
3. 在自主探索中感受到成功的喜悦,激发学习数学的兴趣。

教学重点: 认识轴对称图形的特点,建立轴对称图形的概念。

教学难点: 能准确判断生活中哪些事物是轴对称图形。

教学过程:**一、图片导入**

多媒体出示多张不同的图片?发现特点,引出课题《轴对称》,并书写课题。

二、探究新知**1. 复习旧知**

课件出示教材中的 10 幅图片,这些图形是轴对称图形吗?

是的。(关于某一条直线对称)

2. 自主探索

(1) 课件出示教材例 1 的图形,这棵小树是轴对称图形吗?你是怎么判断的?

(2) 自主探究,小组交流,看一看,数一数,你发现了什么?

师生共同得出:可以通过数方格的方法判断一个图形是不是轴对称图形。

3. 发现性质

课件出示图形,大家用数方格的方法数一数,这个图形是轴对称图形吗?在数的过程中你有什么发现。

发现:(1) 轴对称可以是一个图形关于某条直线对称,也可以是两个图形关于某条直线对称。(2) 每一组对应点到对称轴的距离都相等,关键点与对应点连线垂直于对称轴。

4. 实践操作

同学们用铅笔画出给大家提前发放的格子纸,补充上面图形的另一半。

总结画法:(1) 画出一个对应点就连一条线,最后顺次连成图形;(2) 画出所有的对应点,最后连线。

三、巩固练习

多媒体呈现一半的图形及对称轴,请同学们闭上眼睛想象,再观看多媒体演示的动态过程。

四、全课总结

同学们今天有什么收获?你是怎么学会这些知识的?心情怎样?

五、布置作业

1. 机械式作业:完成课后作业的第 2、4 题。
2. 开放式作业:回家与爸妈分享今天所学。

六、板书设计

轴对称

1. 轴对称图形、对称轴
2. 找关键点 定对应点 连线



【试题解析—试讲稿】

一、情境导入

师：上课，同学们好，请坐！

师：同学们，昨天请大家回家通过对折剪了很多作品，老师将它们都展示到我们的屏幕上，请大家看一下，有哪些作品呢？

师：一件上衣，一只蝴蝶，还有一个双喜字。大家的动手能力可真强。

师：那么上面哪些作品是轴对称图形呢？如果是轴对称图形那对称轴在哪里呢？

师：嗯，大家齐声说这些作品都是轴对称图形，对称轴是折痕。

师：看来大家对于之前我们认识轴对称掌握得非常好。那么老师又有一个问题：轴对称图形有哪些特点呢？

师：看到大家皱起了小眉头，没关系，今天我们就一起来继续学习轴对称（板书：轴对称）

二、探究新知

师：请大家看到大屏幕，你看到了什么？

师：嗯，这位同学说出了答案，在方格纸中有一棵松树。

师：它是轴对称图形吗？中间的虚线是什么呢？

师：大家都说它是轴对称图形，中间的虚线是它的一条对称轴。

师：你们还看到了什么？

师：你还看到了点 A 和点 A'。

师：点 A 和点 A' 有怎样的关系？

师：点 A 和点 A' 是对应点。你的反应真快。

师：如果连接图中的点 A 与点 A'，这条线段与对称轴有什么关系？点 A 和点 A' 到对称轴的距离又有什么特点呢？

师：请大家 4 人小组进行探究以上问题，给大家 5 分钟的时间，5 分钟后请小组代表来分享你们的发现？

师：好，时间到！你们小组既分工明确又善于合作，请你们小组派个代表来分享一下你们的发现。

师：你们发现了对应点的连线与对称轴互相垂直，点 A 到对称轴的距离与点 A' 到对称轴的距离相等。

师：这真是一个不错的发现，看来小组的力量很强大。

师：那么你还能找到图中其他的对应点吗？用字母表示出来，并连接对应点，看看还具有上述性质吗？请大家同桌之间进行讨论。

师：好，讨论结束了，看大家洋溢着自信的微笑看样子是发现了都具有一样的性质。那么谁来说一说。

师：你找了松树上的一组对应点 B 和 B'，然后数了数点 B 到对称轴的距离是 2，B' 到对称轴的距离也是 2。你还发现了 B 和 B' 的连线与对称轴垂直。嗯，你描述得很清楚。

师：那就是说轴对称图形上每一组中两个对应点到对称轴的距离都相等；对应点的连线与对称轴垂直。

师：有了这样一条重要的性质，你能根据这样的性质画出轴对称图形的另一半吗？

师：请大家看到大屏幕，这是一个轴对称图形的一半，请你画出它的另一半，并将你的画法在小组内进行交流。

师：大家都画好了，请一位同学来说说你的画法。

师:请最后面那位高个子男生说一下,你说找几个关键点,然后数出到对称轴的距离,然后画出对应点,接着将对应点连起来。

师:这位同学说得很有条理,也就是说我们补全轴对称图形的步骤是:(1)画出一个对应点就连一条线,最后顺次连成图形;(2)画出所有的对应点,最后连线。

三、巩固练习

师:通过我们共同的探究,我们知道了轴对称图形的性质并能根据性质来画轴对称图形的另一半,那么大家都掌握了吗?

师:光说不练假把式,下面老师来考考大家。请大家看到大屏幕上的闯关题。

师:第一关,找出轴对称图形的对应点。看大家很快就完成了,这样简单的难不倒大家。

师:请看第二关,补全下列轴对称图形。

师:好的,从大家的完成情况来看都掌握得很好。

四、归纳小结

师:这节课马上就要接近尾声了,通过这节课的学习,你有哪些收获呢?

师:你知道了轴对称图形的性质。

师:你学会了画轴对称图形。

师:大家的收获真不少。

五、布置作业

1. 机械式作业:完成课后作业的第2、4题。

2. 开放式作业:回家与爸妈分享今天所学。

六、板书设计

轴对称

1. 轴对称图形、对称轴
2. 找关键点 定对应点 连线

【试题解析一答辩】

1. 对称图形有哪些?

【参考答案】

对称图形包括: 旋转对称图形、轴对称图形、中心对称图形等。

旋转对称图形: 把一个平面图形绕着平面上一个定点旋转 α (弧度) 后, 与初始图形重合, 这种图形叫做旋转对称图形, 这个定点叫做旋转对称中心, 旋转的角度叫做旋转角。

轴对称图形: 平面内, 一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合的图形。直线叫做对称轴, 并且对称轴用点画线表示; 这时, 我们也说这个图形关于这条直线对称。比如圆、正方形、等腰三角形、等边三角形、等腰梯形等。

中心对称图形: 在平面内, 把一个图形绕着某个点旋转 180° , 如果旋转后的图形能与原来的图形重合, 那么这个图形叫做中心对称图形, 这个点叫做它的对称中心。

2. 小学数学如何培养学生的应用意识?

【参考答案】

数学应用意识具体表现在: 当学生面临着有待解决的问题时, 能主动地从数学的角度, 运用数学思想方法寻求解决问题的策略; 而当学生接受一个新的数学知识时, 又能主动地探索这一新知识的实际应用价值。

《数学课程标准》中认为学生的数学应用意识主要表现在: 认识到现实生活中蕴含着大量的数学信息, 数学在现实世界中有着广泛的应用; 面对实际问题时, 能主动尝试着从数学的角度运用所学知识和方法寻求解决问题的策略; 面对新的数学知识时, 能主动地寻找其实际背景, 并探索其应用价值。

(1) 充分利用教学内容自身的魅力, 培养学生的数学应用意识。

小学阶段的教学内容可分为四大部分, 包括概念、计算、几何知识与应用题。其中概念的产生, 计算的由来, 几何形体的特征及有关公式, 应用题的解题规律, 无不渗透着数学在现代生产、生活和科技中的应用, 使学生真正体会到“数学有用、要用数学”, 从而激发学生的学习兴趣, 使学生爱数学从中体验成功的喜悦。

(2) 结合实际提供应用问题, 增强学生的数学应用意识。

要结合教学的适当时机和学生的年龄特征, 为他们提供一些简单的应用问题, 如学习中的问题, 经济中的问题, 优化方案问题, 生活中的问题等等, 通过创设一些问题的情景, 启发、诱导学生去研究、发现问题的实质, 增强学生的数学应用意识。

(3) 开展丰富多彩的数学实践活动、强化学生的数学应用意识。

数学实践活动不仅是学生学习数学知识的认识活动 and 实践过程, 也是培养学生数学观念、科学态度、合作精神的过程。通过“学”与“做”的活动激发学生学习的动机和兴趣, 培养学生的注意力, 意志力和认真求实、追求完美、讲求效率, 联系实际的学习态度和学习习惯。

总之, 掌握数学应用离不开数学应用意识的培养, 尤其小学阶段的启蒙工作更为重要, 对于学生今后形成数学建模思想奠定了一个能力上的基础, 同时, 培养学生的数学应用意识, 是数学教师培养学生的创新精神与实践能力的有效途径, 因此, 对于此项课题的研究具有重大的实际意义。

3. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

根据这一部分教学内容在教材中的地位与作用,结合教材以及学生的年龄特点,我制定以下教学目标:

(1) 学生通过生活中的实例进一步理解轴对称图形,探索轴对称图形的特征;能用“折叠”“重合”这样的词语准确的描述出轴对称图形的特征;能识别轴对称图形并能确定它的对称轴;能在方格纸上画出一个轴对称图形的另一半。

(2) 数学思考与问题解决:在丰富的现实情境中,让学生经历观察分析、欣赏想象、操作发现等数学活动过程,提高学生的空间想象能力和思维能力,发展其空间观念。

(3) 在活动中培养学生的合作探索、交流反思的意识。体会轴对称在现实生活中的广泛存在性,学会用生活的眼光来观察、感受数学的应用价值、文化价值和美学价值。



《乘法结合律》-数与代数

1. 题目：四年级《乘法结合律》片段教学

2. 内容：

7

一共要浇多少桶水？



我先计算一共种了多少棵树。

$$\begin{aligned} (25 \times 5) \times 2 \\ = 125 \times 2 \\ = 250 \end{aligned}$$



我先计算……这样计算简便些。

$$\begin{aligned} 25 \times (5 \times 2) \\ = 25 \times 10 \\ = 250 \end{aligned}$$

$(25 \times 5) \times 2 \bigcirc 25 \times (5 \times 2)$

请你再举出几个这样的例子。

$(\underline{\quad} \times \underline{\quad}) \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times (\underline{\quad} \times \underline{\quad})$
 $\underline{\quad} \times (\underline{\quad} \times \underline{\quad}) = (\underline{\quad} \times \underline{\quad}) \times \underline{\quad}$

从上面的算式中，你发现了什么？



三个数相乘，先乘前两个数，或者先乘后两个数，积不变。



这叫做**乘法结合律**。

用字母怎样表示？

$(a \times b) \times c = \underline{\quad} \times (\underline{\quad} \times \underline{\quad})$



比较加法交换律和乘法交换律、加法结合律和乘法结合律，你发现了什么？

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 引导学生进行小组讨论；
- (3) 结合教学内容，适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 知识与技能目标: 学会并掌握乘法结合律, 可以用乘法结合律来解决数学问题。

2. 过程与方法目标: 通过学生独立思考、探究, 培养学生的自学能力及探究意识。通过学生主动发言, 训练学生的发散思维。

3. 情感态度价值观目标: 引导学生养成细心的良好习惯, 产生对数学学习的兴趣, 更加喜欢数学。

教学重点:

学会并掌握乘法结合律, 培养学生的自学能力及探究意识。

教学难点:

引导学生养成细心的良好习惯, 更加喜欢数学。

教学过程:**一、创设情境, 引入新课**

教师引导学生: “六一”儿童节快要到了, 为了给大家过一个印象深刻并且富有意义的节日。羊村长带小羊们给他们的村落植树。多媒体展示图片, 图片上呈现植树的情景, 请同学们算一算, 一共需要给这些小树浇多少桶水呢? 该如何列式呢?

请同学们独立思考, 你会怎样解决这个问题呢。

二、自主探究, 学习新知

1. 教师引导学生独立思考, 探究方法。请学生回答。

预设: 先计算一共种了多少棵树, 可以这样列式:

$$\begin{aligned}(25 \times 5) \times 2 \\ = 125 \times 2 \\ = 250\end{aligned}$$

先计算一组同学浇多少桶水, 可以这样列式:

$$\begin{aligned}25 \times (5 \times 2) \\ = 25 \times 10 \\ = 250\end{aligned}$$

教师鼓励同学想法的独特性、新颖性, 接下来引导学生观察这两个式子的关系:

$$(25 \times 5) \times 2 \bigcirc 25 \times (5 \times 2)$$

2. 小组交流讨论

顺势抛出问题: 请大家小组讨论交流, 再举出几个这样的例子。

$$(_ \times _) \times _ = _ \times (_ \times _) \quad _ \times (_ \times _) = (_ \times _) \times _$$

将同学们的讨论结论呈现在大屏幕上。

教师引导: 从上面的算式中, 你能发现什么?

明确: 三个数相乘, 先乘前两个数, 或者先乘后两个数, 积不变。

教师表扬同学们观察认真, 语言表述准确, 并总结: 这叫做乘法结合律。

3. 引入符号, 加强符号意识

教师引导：同学们，你们能用字母表示乘法结合律吗？

引出： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

此时同学们头脑中除了乘法的交换律与结合律，同时还会浮现加法的交换律与结合律。

再次抛出问题：请同学们比较加法交换律和乘法交换律、加法结合律和乘法结合律，你发现了什么？请同学们各抒己见，发散思维，完善知识结构，深入剖析知识本质。

三、巩固运用，实践创新

出示教材做一做，填一填，看谁填得又快有准。

四、总结体会，反思提升

通过本节课的学习，你有哪些收获？

师生共同总结：乘法结合律：三个数相乘，先乘前两个数，或者先乘后两个数，积不变。

五、课后作业，拓展延伸

寻找身边的生活例子，用乘法结合律来解决问题。

六、板书设计

乘法结合律

乘法结合律：

三个数相乘，先乘前两个数，或者先乘后两个数，积不变。

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

【试题解析—试讲稿】

一、创设情境，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。

师：乘坐数学号特快列车，一起看一看我们的旅途又有哪些问题在等待着大家去发现呢？请看大屏幕。

师：原来“六一”儿童节快要到了，为了给大家过一个印象深刻并且富有意义的节日，羊村村长带小羊们给他们的村落进行了植树活动。

师：同学们，仔细观察大屏幕，你都发现了什么数学信息呢？

生：羊村一共分成了 25 个小组，每组植 5 棵树，每棵树要浇 2 桶水。

师：那同学们，老师的问题来了，你们知道在羊村植树的过程中，一共浇了多少桶水吗？在浇水的过程中又蕴含着怎样的数学奥秘呢？

师：好，今天这节课就让我们一起走进羊村的植树活动，来探究《乘法结合律》的秘密。

二、合作探究，学习新知

师：想要知道羊村一共浇了多少桶水，有什么样的方法来计算呢？

师：老师给同学们三分钟的时间，请同学们以小组为单位展开讨论，看看你们都有哪些方法。

师：看到很多同学坐姿已经端正了，那么哪个小组先来说说你们的想法呢？第三小组智慧组的同学率先举起了手，你们代表先来说。

生：先计算了每一个小组一共植了多少棵树，最后再乘上每棵树浇的两桶水，用 $(25 \times 5) \times 2$ 。

师：这是第三小组先说的他们的想法，那还有没有其他不同的小组来说出你们的想法呢？第四小组勇敢组，你们再来说。

生：先计算出每个小组一共浇多少桶水，再乘所有的小组的数目，用 $25 \times (5 \times 2)$ 。

师：同学们，我们发现两个小组都有不同的方式，这两个式子有什么样的共同特征呢？

师：请同学们再次展开讨论，说说你们的想法。

师：大家讨论的热火朝天，我们先请第三排右侧这位同学你说一说。

生：两个式子都是三个数字在相乘，第一个式子是先将前面两个数字相乘，再乘第三个数字，第二个式子是先将后面两个数字相乘，再和第一个数字进行相乘。

师：这位同学发现可真是准确，声音也非常的洪亮。那么，同学们还有谁想来补充一下？

生：这两个式子的结果是相等的。

师：你们同意他的说法吗？是的，我们发现这两个数字的结果都是相等的。

师：同学们，老师的问题来了，像这样前两个数字相乘，再乘第三个数字和后两个数字相乘，再乘第一个数字，他们的结果也是相等的，你们还能举出类似的算式吗，来，同学们尝试在自己的本子上写一些算式，看一看你会有哪些不同的例子。

师：嗯，我看很多同学已经抱臂坐端正了，那么老师，在刚才观察的过程中，发现同学们写出了各种各样的算式，并且老师还将大家写的算式呈现在了大屏幕上，请看大屏幕。

师：屏幕上的算式和黑板上的算式计算一样吗？

生：一样。

师:那么大家能否把这几个算式总结出它们的计算方法呢?来,同学们自己尝试着说一说。

师:很多同学有了自己的想法,那其实老师来告诉大家,像这样三个数相乘,前两个数先相乘,或者后两个数先相乘,最后的积不变,就满足我们今天所学习的乘法结合律。

师:同学们,来跟着老师,我们一起看一下屏幕上的乘法结合律,并且大声朗读一遍:三个数相乘,先乘前两个数,或者先乘后两个数,积不变。

师:同学们声音洪亮,热情饱满,那么这节课我们到现在已经知道了乘法结合律。

师:大家回想一下,之前我们还学习过加法交换律、加法结合律和乘法交换律呢?老师的问题又来了,你能利用我们的字母来表示出今天的乘法结合律吗?

师:请同学们自己在下面尝试着字母表示,老师在黑板上写,看看我们的答案是否一样。

师:好,我看同学们已经书写完毕了,那我们仔细观察黑板: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$,这个式子就是我们乘法结合律的字母表示了。

三、巩固运用,实践创新

师:同学们,我们的课程到这里啊,很多同学都已经收获了很多,那么接下来呢?老师想要出个题目考考大家。大家仔细观察屏幕上老师所出示的算式, $15 \times 7 \times 5$,那么这个算式利用乘法结合律能够计算吗?

生:可以,可以先利用15和7进行结合,还可以利用7和5进行结合。

师:那我们再来看第二题,如果老师利用 $3 \times 5 \times 4$,在这个算式中先计算 3×5 更加简便,还是先计算 5×4 更加简便呢?

生:先计算 5×4 更加简便。

师:看来我们的乘法结合律,不仅能用在羊村的植树问题上,还能用在我们日常解决数学算式的计算过程中。

四、总结体会,反思提升

师:同学们,这节课上到这里便马上接近了尾声,你都有哪些收获呢?

师:最后一排手举得高高的同学请你来为我们总结一下。

生:学会了什么是乘法结合律,还学会了利用乘法结合律来解释一些数学问题和生活问题。

师:看来他的收获是真是丰富。

五、课后作业,拓展延伸

师:同学们,课程到这里马上就要结束了,老师希望同学们能够利用自己善于发现的眼睛去观察一下日常生活中还有哪些用到的乘法结合律,我们下节课一起再来交流和分享。

师:好了,这节课就上到这里,同学们下课!

六、板书设计

乘法结合律

乘法结合律:

三个数相乘,先乘前两个数,或者先乘后两个数,积不变。

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$



【试题解析—答辩】

1. 如何使小学数学与生活相融?

【参考答案】

生活是数学的源泉,数学离不开生活。生活是丰富多彩、变化莫测的,而数学有着自己的严谨性和确定性。教学过程中,教师能按照感知、理解、巩固到应用的过程展开教学,让学生在不同的生活情景中不断经历“数学化”的过程。

比如认识小数这一节课,认识小数本是一堂十分单调与抽象的概念课,但是如果能深入钻研教材,准确理解教材编写意图,并能跳出教材,设计和组织符合本课数学知识特点和学生学习规律的教学过程,就会取得比较好的教学效果。比如利用学生在超市中经常见到价签上的小数这一已有经验来引出课题,就可以比较好地处理生活与数学的关系。

尽管我们的教材为学生提供了精心选择的课程资源,但课程不仅仅是指教材,学生的生活经验、教师的教学经验、学生的学习差异、师生的交流启发都是有效的课程资源。教师对教材作了二次加工,使教材成为“学材”:由“找身边的小数”入手,进而自然引出小数,体现了学生学习小数的需要,沟通了整数、分数、小数之间的内在联系,针对性很强,有利于学生形成结构化的知识。

2. 你的班级最差的同学乘法口诀仍背得不流利,而成绩较好的同学在市区数学竞赛获奖,你该如何教学?

【参考答案】

“消除两极分化,实施班级整体推进”是一个教学上的难题,但我相信,我们只要开动脑筋,积极探索,加强沟通,就一定能切实帮助学生走出学习困境,提高成绩,最大限度地缩小两极分化,促进班级的整体提高。对于这种情况关键在于转化学困生。在转化学困生方面:

首先,加强情感交流。

多与学生沟通,加强情感交流,可以准确把握学生的思想动向,从而及时对症下药。同时,情感交流还会拉近师生之间的关系,让学生欣然接受老师的教学,认真上好每一堂课,尽力完成老师布置的作业。思想问题解决了,师生关系融洽了,消除两极分化也就有了一个坚实的基础。

其次,实施分层教学,提高学困生的学习能力。

教学是一个教与学双边的活动过程,若对不同层次的学生采用同一个要求,同一种教法,必将打击差生的积极性和主动性,也不利于优生的发展;实施分层教学方式,尊重学生个体差异,使学生共同发展,是减少两极分化最好的做法。长期以来,教师在课堂教学的安排上,

再次,组建学习小组,以优带差。

一个老师的精力和时间都是有限的,把不同层次的学生组建成学习小组,通过小组合作,使学生互相取长补短。优等生良好的学习方法、学习习惯在潜移默化之间,感染着学困生,引领着他们前进的方向。实践证明,小组合作学习的教学效果是很有效的。

3. 本节课的教学目标和重难点是什么?

教学目标:

(1) 知识与技能目标:学会并掌握乘法结合律,可以用乘法结合律来解决数学问题。

(2) 过程与方法目标:通过学生独立思考、探究,培养学生的自学能力及探究意识。通过学生主动发言,训练学生的发散思维。

(3) 情感态度价值观目标: 引导学生养成细心的良好习惯, 产生对数学学习的兴趣, 更加喜欢数学。

教学重点:

学会并掌握乘法结合律, 培养学生的自学能力及探究意识。

教学难点:

引导学生养成细心的良好习惯, 更加喜欢数学。



《三角形的内角和》-图形与几何

1. 题目：四年级《三角形的内角和》片段教学

2. 内容：

三角形的内角和

6 画几个不同类型的三角形。量一量，算一算，三角形3个内角的和各是多少度。

我的这个直角三角形的内角和大约是 180° 。

我的是锐角三角形，也是……

你发现了什么？用实验来验证一下。

先把一个三角形的三个角剪下来，再拼一拼。看一看，拼成了一个什么角。

拼成了一个平角。

三角形的内角和是 180° 。

做一做

1. 在右图中， $\angle 1=140^\circ$ ， $\angle 3=25^\circ$ 。求 $\angle 2$ 的度数。

2. 把下面这个三角形沿虚线剪成两个小三角形，每个小三角形的内角和是多少度？

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 引导学生进行小组讨论；
- (3) 适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

知识与技能目标: 理解并掌握三角形内角和是 180 度。

过程与方法目标: 通过动手测量计算度数的过程, 学生培养其动手操作和计算能力。通过归纳总结一般三角形内角和度数, 学生培养其总结归纳能力。体会归纳的数学思想。

情感态度与价值观目标: 感受到图形与几何的奥妙, 提高学习数学的兴趣, 增加学习数学的主动性。

教学重点: 理解三角形内角和是 180 度。

教学难点: 得出三角形内角和是 180 度推导过程。

教学过程:**一、创设情境, 引入新课**

出示三位“老朋友”, 即三个不同的三角形在大屏幕上动态出现, 让学生依次说出分别是什么三角形? 然后课件分别闪烁其中一个三角形的三个内角, 并说明: 这三个角叫三角形的内角, 把这三个角的度数加起来就是三角形的内角和。内角和是多少度? 带着这个疑问进行今天的新课

二、合作探究, 学习新知**1. 探究特殊三角形内角和**

首先请同学们拿出自己手头的一副三角板, 同桌之间相互说一说各个角的度数。三角形内角和是多少度呢? 指名汇报: $90^\circ + 30^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ $45^\circ + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ 。从刚才两个三角形内角和的计算中, 你发现了什么?

师生共同得出: 这两个三角形内角和都是 180 度。

2. 探究一般三角形的内角和**环节一: 动手操作, 反馈展示**

每个学生先独立思考, 在本子上画出不同类型的三角形, 并用量角器分别去测量三角形的内角, 并计算内角和。

教师巡视, 了解情况。

请几位学生汇报自己的测量结果。教师引导学生认识到三角形的内角和是 180 度。

环节二: 小组交流, 验证新知。

将不同类型的三角形的剪纸, 以小组为单位发给学生, 提出问题“同学们, 你能不能用实验验证一下三角形的内角和是 180 度呢”。

教师引导学生先将一种类型的三角形的内角剪下来, 拼一拼。并提出问题“同学们, 你们发现了什么。”

小组交流合作, 进行验证。教师巡视, 了解情况, 并进行指导。

最后归纳小结, 通过动手操作, 教师引导学生认识到, 不论是钝角三角形、直角三角形还是锐角三角形, 其内角和都是 180 度。

三、巩固运用, 实践创新

1. 完成课后做一做第 1 题和第 2 题, 比一比, 看谁算得又快有准。

1. 在右图中, $\angle 1=140^\circ$, $\angle 3=25^\circ$ 。求 $\angle 2$ 的度数。



2. 把下面这个三角形沿虚线剪成两个小三角形, 每个小三角形的内角和是多少度?



四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获?

五、课后作业, 拓展延伸

完成课后练习第 1 题和第 3 题。

六、板书设计

三角形的内角和



$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

任意三角形的内角和是 180°

【试题解析—试讲稿】

一、图片导入，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。请大家一起和老师看向大屏幕，这是我们之前学过的什么图形啊？能仔细说一说他们的名字吗？

生：分别是锐角三角形，直角三角形和钝角三角形。

师：全部回答正确，看来同学们对三角形的知识掌握的还是很牢固的。那么既然是三角形，它的三个角大家应该都能找到的，那这三个角在三角形内部还是外部呢？

生：内部！

师：是的，都在三角形的内部，所以我们把它们叫做三角形的内角。既然是角就有度数，它们三个角的和就叫做三角形的内角和，那大家知道三角形的内角和是多少度吗？

生：不知道

师：现在不知道没关系，学完今天的课程就知道内角和是多少度了（板书课题）

二、合作探究，学习新知

师：首先请同学们拿出自己手头的一副三角板，动手测一测，同桌之间相互说一说各个角的度数以及三个角的内角和是多少度呢？左边举手最快的那位同学你说一下你的答案。

生： $90^{\circ} + 30^{\circ} + 60^{\circ} = 180^{\circ}$ $45^{\circ} + 45^{\circ} + 90^{\circ} = 180^{\circ}$ 。

师：其他小组也是这样的答案吗？很好，大家测量的都很准确，那么从刚才两个三角形内角和的计算中，都有什么发现呢？右边那位同学看你举手了，你说一下吧。

生：各角的角度不一样，三个角的和是一样的。

师：观察的很仔细啊，其他同学发现了这个结果没有？发现了啊，那都很不错。不过刚才咱们测量的都是直角三角形的，对应于锐角三角形和钝角三角形是否也成立呢？接下来请同学们自己动手随便画一个三角形，动手测一测量一量，看看内角和是不是180度。有没有谁愿意分享一下自己的结果。

生：我们测的锐角三角形，内角和是180度。

生：我测的是钝角三角形的，内角和也是180度。

师：看来大家测的结果都一样，内角和是180度，但是这样还不足以说明测量的结果是正确的，只是测量的结果而已，数学是一门比较严谨的科目，还需要具体的实验验证。接下来大家把自己画的三角形的三个角减下来，拼一拼看看是什么角。

生：平角！

师：大家的动作都很快啊，我们发现不管是钝角三角形、直角三角形还是锐角三角形，三个角拼在一起都会得到一个平角。也就是说三角形的内角和都是180度。

三、巩固运用，实践创新

师：三角形内角和大家都已经知道是180度了，那具体要怎么去使用呢？请同学们翻开课本后边的“做一做”练习一下吧。

师：有哪位同学愿意和大家分享一下你的答案是多少呢？右边那位手举得最快的同学你来说。

生： $\angle 2$ 是 15° ，而第二题剪成的两个三角形内角和也都是 180° 。

师：回答的都很准确，请坐。那大家和他的答案一样吗？

四、总结体会，反思提升

师：看来大家对知识点掌握的都很牢固，那么老师想问下同学们通过今天的学习都有什么收获呢？哪位同学可以来说一下？请第一小组代表起来说一下。

生：在学习了三角形的基础上知道三角形的内角和是 180 度以及根据三角形的内角和求三角形角的度数。

师：说的非常全面了，请坐。大家也都是这种收获嘛？看大家都点了点头，老师很欣慰。

五、课后作业，拓展延伸

师：欢乐的时光总是短暂的，马上就快下课了，那么大家今天回去后完成课本课后练习题。

六、板书设计

三角形的内角和



$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

任意三角形的内角和是 180°

【试题解析一答辩】

1. 在本节课中, 你是如何引导学生探究三角形内角和的?

【参考答案】

首先我通过创设情境, 引入新课, 出示三位“老朋友”, 即三个不同的三角形在大屏幕上呈现, 让学生依次说出分别是什么三角形? 以此来激发学生的学习兴趣; 其次我会让同学们探究特殊三角形内角和, 也就直角三角形的内角和是 180° , 然后由特殊到一般, 一起探究三角形的内角和是多少, 我会让同学动手操作、小组探究, 拼一拼, 剪一剪的方法, 和同学们一起得出一般三角形的内角和也是 180° , 为了能够让学生更好的巩固本节课的内容, 我会通过让学生练习课后习题加印象, 从而让学生掌握今天的内容。

2. 请你说一说求近似数的方法有哪些?

【参考答案】

求近似数的方法, 一般有以下三种:

(1) 四舍五入法。这是最常用的求近似数的方法。用这种方法求一个数的近似数, 主要是看它省略的尾数最高位上的数是小于还是等于或大于 5。如果省略的尾数最高位上的数是 4 或者小于 4, 就把尾数都舍去; 如果省略的尾数最高位上的数是 5 或者大于 5, 把尾数略去后, 要向它的前一位进 1。这种求近似数的方法叫四舍五入法。

(2) 进一法。在实际问题中, 有时把一个数的尾数省略后, 不管尾数最高位上的数是几, 都要向它的前一位进 1。例如, 把 400 千克粮食装进麻袋, 如果每条麻袋只能装 75 千克, 至少需要几条麻袋? 因为 $400 \div 75 = 5 \cdots 25$, 就是说, 400 千克粮食装 5 条麻袋还余 25 千克, 这 25 千克还需要用一条麻袋来装, 所以一共需要 6 条麻袋, 这种求近似数的方法, 叫做进一法。

(3) 去尾法。在实际问题中, 有时把一个数的尾数省略后, 不管尾数最高位上的数是几, 都不需要向它的前一位进 1。例如, 把 200 张纸订成每本 12 张的本子, 可以订成多少本? 因为 $200 \div 12 = 16 \cdots 8$, 就是说 200 张纸订成 16 本还余 8 张纸。根据题里的要求, 12 张纸才能订成一本, 余下的 8 张纸不能订成有 12 张纸的本子, 所以一共只能订成 16 本, 这种求近似数的方法, 叫做去尾法。

3. 如何引导学生在数学学习中改掉做题马虎的毛病?

【参考答案】

现在很多家长说自己的孩子很粗心, 容易出错, 特别是考试时简单的题目最容易出错, 复杂的题目又往往能做出来, 无数的家长感觉摸不着头脑, 我们应从多个角度去分析:

(1) 学习习惯不好。平时学习时, 没有好的学习习惯, 如做计算题时, 在草稿纸上乱写乱涂, 没有条理性, 最后计算出来的答案还找不到。这些也是造成考试粗心的重要因素。所以教师和家长应关注学生的学习习惯, 从小养成良好的学习习惯, 杜绝粗心的情况发生。

(2) 注意力不集中。注意力不集中, 就是容易分神, 学习起来就貌似专心, 实则走神, 注意力不集中的表现有: 对声音很敏感, 在家里写作业, 只要有声音就会望过去, 孩子在书房写作业, 客厅里只要有声音, 孩子就会有反应。做作业不连续, 写一下, 又玩一下, 或者孩子容易发呆, 脑瓜子东想西想。所以家长应该给孩子营造一个良好的氛围, 并能够从小帮孩子养成良好的习惯。

(3) 学习能力不强。在计算时, 容易把简单的数字看错, 这肯定是学习能力的不足, 如果偶尔看错, 那不是问题, 如果经常看错, 那就是能力不足。经常把数字和相似字看错, 是视觉能力不足。视觉能力包括视觉注意、视觉集中、视觉分辨、视觉记忆、视觉思维等, 其每一项都会影响到学习成绩。视觉注意能

力不足,将造成孩子无法有效地注意到重点内容,老师提示的内容无法关注到。视觉集中能力不强,则容易让孩子阅读时漏字、丢字。视觉分辨能力不佳,会导致孩子数字混淆相似的汉字分不清,在考试中,还容易把“38”写成“83”,把“69”写成“96”,或把“己”写成“已”。视觉记忆能力不足,也会让孩子阅读后,记不住,特别是短时记忆不佳。视觉思维不强,则会计算反应迟钝,答案容易出错。所以家长和老师应该通力配合,提高孩子的学习能力。

(4) 心理素质较差。心理素质不佳的孩子,遇到考试就容易紧张和激动,平时学得好,到了考试就考不好,这就是受心理的影响。所以作为家长应该从小就让孩子养成良好的心理素质,教师在学校也应该时刻关注学生的心理状况。




《小数的性质》-数与代数

1. 题目：四年级《小数的性质》片段教学


2. 内容：

小数的性质

在商店里，商品的标价经常写成这样：



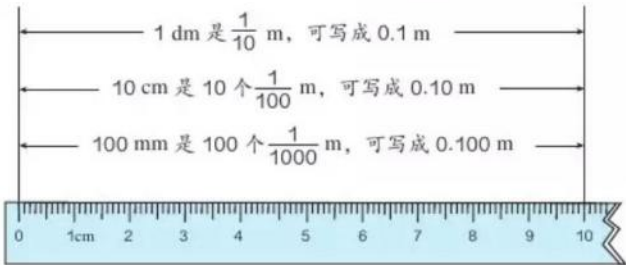
品名：中性笔
单价：2.50 元



品名：笔袋
单价：8.00 元

这里的 2.50 元和 8.00 元各表示多少钱呢？2.50 元和 2.5 元，8.00 元和 8 元有什么关系呢？

1 比较 0.1 m、0.10 m 和 0.100 m 的大小。




1 dm 是 $\frac{1}{10}$ m，可写成 0.1 m

10 cm 是 10 个 $\frac{1}{100}$ m，可写成 0.10 m


100 mm 是 100 个 $\frac{1}{1000}$ m，可写成 0.100 m

因为 1 dm = 10 cm = 100 mm
所以 0.1 m = 0.10 m = 0.100 m

2 比较 0.3 和 0.30 的大小。



0.3



0.30

想：0.3 是 3 个 $\frac{1}{10}$ ；0.30 是 30 个 $\frac{1}{100}$ ，也就是 3 个 $\frac{1}{10}$ 。

0.3 ○ 0.30

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟；
- (2) 引导学生进行小组讨论；
- (3) 结合教学内容，适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

知识与技能目标:理解并掌握小数的性质。

过程与方法目标:通过小组交流和观察思考的过程,学生培养其思维能力和观察总结能力。

情感态度与价值观目标:感受数学与生活的实际联系,了解到生活中处处有数学,提高学习数学的兴趣。

教学重点:

掌握小数的性质

教学难点:

理解是在小数的末尾添上或减去0。

教学过程:**一、创设情境,引入新课**

猜价格游戏,本子和笔的价格,猜对给奖励,然后呈现单价形式并提问:为什么2.50元和8.00添加零还是与2.5元以及8元一样的价钱的,那究竟可以添加几个零呢?今天我们就一起探究这方面的知识。(板书课题:小数的性质)

二、自主探究,学习新知

1. PPT出示问题,小组交流讨论:

- (1) 1、10、100三个数,你能想办法使它们相等吗。
- (2) 你能把1dm、10cm、100mm改写成以m作单位吗?
- (3) 改写成m作单位表示后,实际长度有没有什么变化?说明什么?
- (4) 观察“ $0.1\text{ m} = 0.10\text{ m} = 0.100\text{ m}$ ”等式,从左到右,小数点的末尾发生什么变化,大小变化了吗?

2. 根据学生的回答情况,并及时引导讲解。

3. 拓展练习,验证结论

- (1) 0.3和0.30是什么关系呢?(鼓励大家大胆猜测)

(2) 这个结论是不是正确呢?拿出课前给大家发的学具,请同学们想办法,怎样比较一下0.3和0.30的大小关系。办法越多越好。

(3) 多媒体呈现,两个涂了颜色的同样大小的正方形,图1,将正方形平均分成10份,涂色部分用分数表示是 $\frac{3}{10}$,用小数表示是0.3;图2,将正方形平均分成100份,涂色部分用分数表示是 $\frac{30}{100}$,用小数表示是0.30。

引导同学说出自己的发现与结论。

从0.3到0.30,小数单位变了,但是涂色部分大小不变,所以 $0.3 = 0.30$ 。

师生共同总结:小数的末尾添上“0”或去掉“0”,小数的大小不变。这就是小数的性质。

三、巩固运用,实践创新

出示教材做一做,化简小数,巩固新知。

四、总结体会,反思提升

通过本节课的学习,你有哪些收获?

师生共同总结:

小数的性质:小数的末尾添上“0”或去掉“0”,小数的大小不变。

五、课后作业,拓展延伸

寻找身边生活中还有哪些地方用到了小数的性质并记录,明天与大家一起分享。

六、板书设计

小数的性质

$$1\text{dm} = 10\text{cm} = 100\text{mm}$$

$$0.1\text{m} = 0.10\text{m} = 0.100\text{m}$$

$$0.3 = 0.30$$

小数的性质:

小数的末尾添上“0”或去掉“0”,小数的大小不变。



【试题解析—试讲稿】

一、谈话导入，引入新课

师：尊敬的各位老师，大家好，（鞠躬），我是小学数学第一号考生，我的试讲题目是小数的性质。（环视全场）上课，同学们好，请坐。在学习新的知识前呢，老师想问下大家，看看老师手上这支中性笔，猜一猜多少钱买的？谁猜对就奖励给谁。

生：3元，2.5元，4元。

师：没错，是2.5元。那这个本子多少钱呢？再猜一猜？同样谁猜对了就给谁。

生：5元，7元，8元。

师：是的，就是8元钱。中性笔2.5元，笔记本8元，但是我们来看看PPT上呈现出来的单价，咦，中性笔是2.50元，而本子是8.00元。为什么2.50元添加了一个零还是与2.5元是一样的价钱的，8.00元加两个00还是和8元价格一样呢？究竟可以添加几个零呢？今天就请大家和老师一起探究这方面的知识。（板书课题：小数的性质）

二、合作探究，学习新知

师：老师在给黑板上分别写三个数，1, 10, 100有没有什么办法可以让它们三个数字相等呢？大家集思广益想一下吧。请左边举手的那位同学你说

生：给他们加上单位就可以了，1dm=10cm=100mm。

师：思维很敏捷啊，其他同学反应过来没有？加上长度单位以后他们就相等了。大家也可以拿出自己的直尺观察一下。既然他们都是相等的，我们可不可以进一步把它们变成以m为单位的长度呢？

生：1dm=0.1m, 10cm=0.10m, 100mm=0.100m

师：那变化以后长度有没有发生改变？听大家都异口同声的是没有，也就意味着可以用等号把它们连在一起，0.1m=0.10m=0.100m，现在请同学们4人一小组，讨论五分钟，思考一下从左到右，小数点的末尾发生什么变化，大小变化了吗？请第三小组代表起来回答一下。

生：小数点的末尾数位不一样，但是大小是一样。

师：没错，讨论的结论很准确，虽然小数点末尾的数字不一样，但是小数的大小却是一样的。这是为什么呢？咱们接下来再看看这两数，0.3和0.30有什么关系呢？听到已经有同学说它们相等了，真的是这样嘛？拿出课前让大家准备的纸，想办法比较一下0.3和0.30的大小。

师：大家都有结果了吗？我们一起来看一下大屏幕。两个涂了颜色的同样大小的正方形，图1，将正方形平均分成10份，涂色部分用小数表示是0.3；图2，将正方形平均分成100份，涂色部分用小数表示是0.30。我们会发现它们的大小是？

生：一样的！

师：既然也是一样的，也就是说0.3=0.30。综合看看这两个式子，我们可以得出什么结论呢

师：小数的末尾添上“0”或去掉“0”，小数的大小不变。这就是小数的性质。

三、巩固运用，实践创新

师：对于小数的性质相信同学们都已经掌握的比较透彻了，接下来自己动手练习一下吧，写一下课本上的做一做。

师：看大家都坐的很端正了，应该都做完了，看看和老师的答案一样不？都一样啊，真不错。

四、总结体会，反思提升

师:看来大家对知识点掌握的都很牢固,老师想问下同学们通过今天的学习有什么收获呢?请第一小组代表起来说一下。

生:学会了小数的性质,知道了在小数的末尾增加或去掉0,小数的大小是不变的。

师:说的非常全面了,请坐。大家也都是这种收获嘛,看大家都点了点头,看来也都收获满满。

五、课后作业,拓展延伸

师:欢乐的时光总是短暂的,就快下课了,今天回去后寻找身边生活中还有哪些地方用到了小数的性质并记录,明天与大家一起分享。

六、板书设计

小数的性质

$$1\text{dm} = 10\text{cm} = 100\text{mm}$$

$$0.1\text{m} = 0.10\text{m} = 0.100\text{m}$$

$$0.3 = 0.30$$

小数的性质:

小数的末尾添上“0”或去掉“0”,小数的大小不变。

【试题解析—答辩】

1. 请你说一说小数的性质具体指什么?

【参考答案】

小数的性质是小数四则计算的基础。根据小数的性质,可以化简小数,也可以不改变小数的大小,并且小数的基本性质是在小数的末尾添上“0”或去掉“0”,小数的大小不变。写小数时,整数部分按照整数的写法来写,小数点写在个位的右下角,小数部分要依次写出每一个数位上的数字;读小数时,整数部分按照整数的读法去读,小数点读作“点”,小数部分要依次读出每一个数字。

2. 请你说一说对于恒等式和条件等式,具有什么基本性质?

【参考答案】

(1) 等式两边可以调换位置(对称性)。也就是说,如果 $A=B$ 那么 $B=A$ 。

(2) 等式中,相等的量可以传递(传递性)。也就是说,如果 $A=B$, $B=C$, 那么 $A=C$ 。

(3) 等式两边,加上(或减去)同一个数,等式仍然成立。也就是说,如果 $A=B$, 那么 $A \pm m = B \pm m$ 。

(4) 等式两边,乘同一个数,或除以同一个非零数,等式仍然成立。也就是说,如果 $A=B$, 那么 $Am=Bm$, 或, $(n \neq 0)$ 时 $A \div n = B \div n$ 。

3. 如何提高小学数学教研活动的实效?

【参考答案】

小学开展教研活动让老师的收获甚微,我觉得一是老师们都碍于面子,不好意思提太多的批评意见;其次主要是老师的评价标准不同,有的认为一堂课只要学生掌握了要学的知识就是好课,有的认为让学生参与了学习,知道了一些学习方法不一定要学生马上学会本节课的知识;这样意见不一,就很难改进。

要解决这些问题,提高教师教研活动的积极性与主动性,应从以下三个方面考虑:一是教师的观念;二是教师的动力;三是教师的能力。

转变观念是提高小学教师参与教研活动的实效性的重要前提。长期以来,小学教师一直没有使“教书匠”的教师角色发生真正的转换,他们习惯了由来已久的传统“职场”活动方式,将工作的重点定格在顺从的“执行”位置上。任何一种教育观念,只有内化成教师个人的信念和“个人知识”时,才能引起教师行为的变化,并最终转变成自觉的实践。要提高小学教师参与教研的有效性,就必须强化教师的教研意识,帮助教师尽快形成研究者的角色意识,将教研变成自己工作的一部分。

针对教师的动力问题:首先,应改变当前教研活动边缘化的现状,将教研活动与日常教学结合起来,这样,教师便会将这种负担转化为一项感兴趣的工作,久之会内化为教师个人的自然需求;其次,减少教师的行政负担,增加用于教和学的时间;再次,通过合理的考核和奖励制度,鼓励和支持教师参与教研活动。

对于教师的能力问题,理论学习很重要。在理论学习中,教研方法的指导尤其重要。小学数学教师教研的研究方法主要有叙事研究、案例研究、行动研究、实验研究等。要将教研与教师的日常教学工作结合在一起,最关键的是恰当、有效的研究方法的选择。除了具体的研究方法之外,教师还应该掌握必要的学术规范。教师应当学会选择研究课题、制订研究方案及收集、整理、分析和处理研究资料、撰写研究报告、推广研究成果等。学校应该结合教师的研究选题,通过聘请专家、组织经验交流等多种方式,有针对性地为教师提供研究方法方面的指导。

初中数学

《矩形》-图形与几何

1. 题目：八年级《矩形》片段教学

2. 内容：

18.2.1 矩形

我们先从角开始，如图 18.2-1，当平行四边形的一个角为直角时，这时的平行四边形是一个特殊的平行四边形。有一个角是直角的平行四边形叫做**矩形**（rectangle），也就是长方形。



图 18.2-1

矩形也是常见的图形。门窗框、书桌面、教科书封面、地砖等（图 18.2-2）都有矩形的形象。你还能举出一些例子吗？



图 18.2-2



思考

因为矩形是平行四边形，所以它具有平行四边形的所有性质。由于它有一个角为直角，它是否具有一般平行四边形不具有的一些特殊性质呢？

对于矩形，我们仍然从它的边、角和对角线等方面进行研究。可以发现并证明（请你自己完成证明），矩形还有以下性质：

矩形的四个角都是直角；

矩形的对角线相等。

3. 基本要求：

- （1）试讲约 10 分钟；
- （2）引导学生进行小组讨论；
- （3）结合教学内容，适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 知道矩形的概念, 掌握矩形特点。

2. 经历思考, 探究过程, 发展总结归纳能力, 体验数形之间联系, 逐步学会利用数形结合思想分析解决有关思想。

3. 积极参与数学活动, 对其产生好奇心和求知欲, 形成合作交流的学习习惯。

教学重点: 理解矩形的概念。

教学难点: 利用矩形的性质解决相关问题。

教学过程:

一、游戏活动, 引入新课

如图, 用 6 根火柴棒首尾相接摆成一个平行四边形。



思考: (1) 能摆成多少个不同的平行四边形? 它们有什么共同的特点? (2) 在这些平行四边形中, 有没有面积最大的一个平行四边形? 说出你的理由? (3) 这个面积最大的平行四边形的内角有什么特点? 量一量它的两条对角线的长度, 你有什么发现? 教师在学生回答的基础上, 引入新课题。

二、合作探究, 学习新知

1. 矩形的概念

在上面“活动导入”和小学的知识基础上, 引导学生归纳出矩形的概念:

有一角是直角的平行四边形是矩形;

让学生举出三个日常生活中的矩形的实例。

2. 矩形的性质

根据上面的定义提问:

(1) 矩形是不是平行四边形?

(2) 平行四边形是不是矩形?

(3) 平行四边形的性质矩形是不是也具备?

(4) 矩形有没有与平行四边形不同的性质?

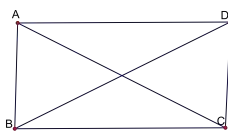
教师在学生回答的基础上, 引导学生得出: 矩形不但具备一般平行四边形的所有性质, 还具备一般平行四边形没有的特殊性质:

(1) 矩形的四个角都是直角;

(2) 矩形的对角线相等。

教师根据矩形的性质 2, 画出图形, 写出已知、求证, 让学生独立完成性质 2 的证明。

已知: 如图, AC 和 BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线;



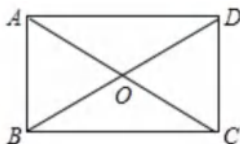
求证: $AC=BD$ 。

教师让学生独立完成证明过程, 让一位学生板演, 教师是学生完成证明过程后, 进行点评指正。

3. 讲解范例

已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中对角线 AC 、 BD 。

相交于点 O , $\angle AOD=120^\circ$, $AO=4\text{cm}$ 。



教师在学生回答后让学生独立完成解题过程, 让一位学生板演, 教师最后进行点评指正。

4. 矩形的对称性

教师根据例 1, 再通过作图的方式, 说明矩形既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 有两条对称轴。

三、巩固运用, 实践创新

学生独立完成课本第 96 页的“练习” 1、2 两题, 教师巡视指导, 最后进行点评指正。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获? 鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。学生总结为主, 引导学生从知识、方法、情感等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

1. 矩形不但具备一般平行四边形的所有性质, 还具备一般平行四边形没有的特殊性质是:

- (1) 矩形的四个角都是直角;
- (2) 矩形的对角线相等。

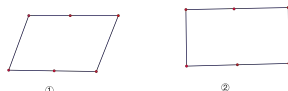
2. 矩形既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 有两条对称轴。

五、课后作业, 拓展延伸

1. 基础作业: 课后习题 1-2;
2. 开放性思考题: 你能找出生活中的矩形图形并说说相应的性质吗?

六、板书设计

矩形



矩形的四个角都是直角

矩形的对角线相等

【试题解析—试讲稿】

一、游戏活动，引入新课

师：上课！同学们好，请坐！

师：各位同学，在刚刚上课之时，老师走进教室，看到有几位同学在讨论一道题目，老师把这道题目板书在黑板上给大家来分享一下。

师：这个题目就是现在有 6 根火柴棒，那么它可以拼成多少种不同的平行四边形呢？



师：老师看到左边第二排的女生，你有想法！

生：嗯，请坐！她告诉老师，这 6 根火柴棒可以拼成任意多个平行四边形，因为平行四边形是具有不稳定性的，它可以进行任意的拉伸，那么这么多个平行四边形中，他们有什么共同点呢？诶，大家都告诉我了，说他们的底边相同，好，既然底边相同，老师就问大家了，这些平行四边形中，有没有哪个平行四边形面积是最大的？

师：好，老师看到右边这位男生，你来告诉老师。

师：嗯，思路很清晰，请坐！他说当这个平行四边形两条边，也就是两根火柴棒垂直的时候，它的面积是最大的，老师先把他的想法板书在黑板上。

师：大家看，为什么会觉得这两根火柴棒垂直的时候面积是最大的呀？噢，因为平行四边形的面积等于底乘高，刚刚在这么多个平行四边形中，由于底边是相等的，所以当这个火柴棒与底边垂直的时候，它的高度是最高的，因此面积也是最大的。

师：大家的反应都非常快，其实这一种特殊的平行四边形就是我们今天要学习的一矩形。

二、合作探究，学习新知

师：提到矩形，大家并不陌生，因为我们小学就已经学习过了长方形，那么现在大家结合我们以前所学习过的知识，和矩形的相关特点还有我们的教材，大家试着总结一下我们矩形的定义是什么，老师想找一个同学起来回答。

师：好！后排那位穿蓝衣服的男生，你说。

师：嗯，语言非常精炼，请坐！他说：“有一个角是直角的平行四边形叫矩形。”老师再给大家重复一遍，有一个角是直角的平行四边形叫矩形。

师：这就是关于我们矩形的定义，好，那既然知道了我们矩形的定义以后，老师就有问题想问大家了，那矩形，首先它是一个平行四边形吧，那么，它具不具备我们平行四边形的性质呢？嗯，大家都在点头，因为它既然是特殊的平行四边形，自然就具备我们平行四边形的性质对不对，那平行四边形的性质是什么呀？嗯，对边相等，平行，对角也是相等的，所以我们的矩形自然也具备这样的性质。那有没有是我们矩形具备而平行四边形不具备的性质呢？

师：我们可以来观察一下，我们刚刚说过了，矩形是有一个角是直角的平行四边形，既然有一个角是直角，老师问大家，由于平行四边形对角相等，那它相对的这个角是不是也是直角啊，好，既然相对的角度是直角，那么根据平行线的关系，所以它的同旁内角，嗯，也是直角，因为同旁内角是互补的，这就告诉

我们了,矩形的四个内角都是什么呀?嗯,都是直角。

师:好,接下来,老师又有下面一个问题了,现在大家在纸上画一个矩形,将矩形的两条对角线连接起来,大家试着自己证明一下,矩形的对角线又有什么关系呢,现在同桌之间2人为一小组,老师给大家5分钟的时间,开始。

师:好,老师看大家讨论的差不多了,有没有哪位同学可以告诉老师的,好,课代表,你来给老师说一下。

师:嗯,慢一点,老师根据你的思路一点点的来复述,很好,在三角形ABC和三角形BCD中,嗯,由于两条对边是相等的,一条公共边,还有两个角是直角,所以根据边角边,我们可以证明两个三角形是全等的,既然两个三角形全等,所以两条对角线是相等的,非常棒,请坐!

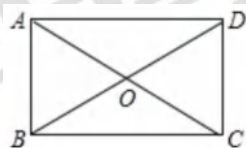
师:课代表的想法大家都同意吗?嗯,大家都同意,其实这就说明了我们矩形的第二个性质,也就是我们矩形的对角线是相等的。

三、巩固运用, 实践创新

师:好,这就是关于我们矩形的两条性质,大家都清楚了没有,那现在老师想考一考大家,大家看大屏幕,大屏幕上就是一个矩形,现在矩形ABCD,对角线AC、BD相交于点O,题目告诉我们 $\angle AOD=120^\circ$, $AO=4\text{cm}$,第一问问 $\triangle AOB$ 的形状,第二问对角线的长度是多少,大家先动手在纸上试一下。

已知:如图,在矩形ABCD中对角线AC、BD

相交于点O, $\angle AOD=120^\circ$, $AO=4\text{cm}$ 。



(1) 判断 $\triangle AOB$ 的形状;

(2) 求对角线的长。

师:好,老师看到班长举手最快你来告诉我们,嗯,慢一点,同样老师给你复述下,很好,由于平行四边形平行线的性质,我们首先可以证明 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$ 是全等的,所以两条对接线是互相平分的,又由于矩形的对角线又相等,所以 $AO=BO$,首先我们可以判断它是一个等腰三角形,嗯,另外 $\angle AOD=120^\circ$ 所以 $\angle AOB=60^\circ$ 那么有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形,很好哈,应用的非常不错。

师:那第二问呢,嗯,第二问就迎刃而解了,由于它是等边三角形,所以对角线的一半是4cm,对角线的长度自然就是8cm,非常棒。

四、总结体会, 反思提升

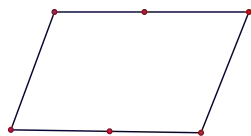
师:好,那说明大家掌握的都非常不错了,各位同学,我们来一起回顾一下,这节课我们学习了关于矩形的相关性质,它的四个角都是直角,两条对角线是相等的。

五、课后作业, 拓展延伸

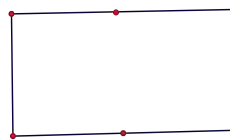
师:那么大家回去以后可以在生活中看一下有没有一些相关的矩形,大家可以动手画一下它的对角线,去验证一下,下节课来与老师一起分享。

六、板书设计

矩形



①



②

矩形的四个角都是直角

矩形的对角线相等



【试题解析—答辩】

1. 矩形的性质以及判定方法有哪些?

【参考答案】

矩形的性质如下:

(1) 矩形是特殊的平行四边形, 因此矩形也是中心对称图形。

(2) 矩形是轴对称图形, 它有两条对称轴。

(3) 矩形是特殊的平行四边形, 因此具备所有平行四边形所具备的性质, 可以把矩形的性质归结为如下三个方面: 从边看, 矩形对边平行且相等; 从角看, 矩形四个角都是直角; 从对角线看, 矩形的两条对角线相等且平分。

矩形的判定方法有如下几个方面:

(1) 有一个角是直角的平行四边形是矩形。

(2) 对角线相等的平行四边形是矩形。

(3) 有三个角是直角的四边形是矩形。

(4) 定理: 经过证明, 在一个平面内, 任意两角是直角, 任意一组对边相等的四边形是矩形。

(5) 对角线相等且互相平分的四边形是矩形。

2. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

矩形这节课, 是基于学生之前已经学习过了平行四边形的相关概念及性质继续学习的, 同时, 学完本节课以后, 也会后续学习正方形的相关概念及性质打下坚实的基础, 因此, 矩形这节课在平行四边形整个模块中起到了一个承上启下的过渡作用。因此对于本节课的教学, 我们需要继续渗透转化和推理的思维, 帮助学生结合之前学习过的平行四边形的相关概念及性质, 继续类比学习矩形的相关概念及性质, 同时本阶段的学生好奇心强, 初步具备了抽象逻辑思维, 但是抽象思维尚不具体, 也不足够, 这都是我们在教学中需要考虑的因素。基于此, 本节课的教学目标有如下三个方面:

(1) 知识与技能目标: 学生能初步理解矩形的概念, 掌握矩形的两个性质, 能应用矩形的性质解决生活中的简单问题

(2) 过程与方法目标: 学生经历动手操作、实践、证明等, 感悟数学渗透、转化、从特殊到一般的思想, 同时学生的组织能力、语言表达能力和动手操作能力得到培养。

(3) 情感态度与价值观目标: 学生能感受到数学来源于生活, 并服务于生活, 体验到成功的快乐。

3. 如何在数学教学中引入任务驱动教学?

【参考答案】

在课堂实施的开始阶段利用任务引入。在课堂的开始首先需要根据身边的环境创设一个合乎学生能力及认知的简单任务情境。对于这个情境的创设关键点在于这个情境是学生经常接触或无法接触但却有能力及条件解决相关任务的情境。建立这个情境的目的是吸引学生对任务的兴趣及思考。

在课堂实施的中期阶段利用质疑进行提升。当学生被教师设计的情境吸引进任务里以后, 接着要做的就是保持对任务的兴趣, 并不断地为解决任务而努力奔向教师所需要学生完成的学习目标任务。

在课堂实施的后期阶段进行概括总结。如果不进行归纳整理和进行最优化选择的话, 教学目的就无法实现。所以越精彩的教学, 越需要把握最后的关键时刻进行最优化选择, 即概括总结。

《公式法求解一元二次方程》-数与代数

1. 题目：九年级《公式法求解一元二次方程》片段教学

2. 内容：

21.2.2 公式法

探究

任何一个一元二次方程都可以写成一般形式 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$. (Ⅲ)

能否也用配方法得出(Ⅲ)的解呢?

我们可以根据用配方法解一元二次方程的经验来解决这个问题.

移项, 得 $ax^2+bx=-c$.

二次项系数化为1, 得 $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$.

配方, 得 $x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$,

即 $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$.

因为 $a \neq 0$, 所以 $4a^2 > 0$. 式子 b^2-4ac 的值有以下三种情况:

(1) $b^2-4ac > 0$

这时 $\frac{b^2-4ac}{4a^2} > 0$, 由①得 $x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

方程有两个不等的实数根 $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

(2) $b^2-4ac=0$

这时 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$, 由①可知, 方程有两个相等的实数根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.

(3) $b^2-4ac < 0$

这时 $\frac{b^2-4ac}{4a^2} < 0$, 由①可知 $(x+\frac{b}{2a})^2 < 0$, 而 x 取任何实数都不能使 $(x+\frac{b}{2a})^2 < 0$, 因此方程无实数根.

① 一般地, 式子 b^2-4ac 叫做一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根的**判别式**, 通常用希腊字母“ Δ ”表示它, 即 $\Delta=b^2-4ac$.

归纳

由上可知, 当 $\Delta > 0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 有两个不等的实数根; 当 $\Delta=0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 无实数根.

当 $\Delta \geq 0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的实数根可写为 $x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

的形式, 这个式子叫做一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的**求根公式**. 求根公式表达了用配方法解一般的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的结果. 解一个具体的一元二次方程时, 把各系数直接代入求根公式, 可以避免配方过程而直接得出根, 这种解一元二次方程的方法叫做**公式法**.

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 学生掌握公式法解一元二次方程;
- (3) 结合教学内容适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 理解一元二次方程求根公式的推导过程, 会用求根公式解简单系数的一元二次方程。
2. 学生经历探索求根公式的过程, 发展学生的推理能力, 提高学生的运算能力并养成良好的运算习惯。
3. 通过运用公式法解一元二次方程的训练, 学生在学习中获得成功的体验, 建立学好数学的自信心。

教学重点: 掌握一元二次方程的求根公式, 并能用它熟练地解一元二次方程。

教学难点: 求根公式的推导过程。

教学过程:**一、复习导入**

1. 用配方法解下列方程: (1) $x^2 + 15 = 10x$, (2) $3x^2 - 12x + \frac{1}{3} = 0$ 。
2. 用配方法解一元二次方程的步骤是什么?
3. 用直接开平方法和配方法解一元二次方程, 计算比较麻烦, 能否研究出更好的方法, 迅速求得一元二次方程的实数根呢?

二、探究新知

问题 1. 能否用配方法把一般形式的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 转化为 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$?

学生自己动手化简。

问题 2. 因为 $a \neq 0$, 所以 $4a^2 > 0$, 式子 $b^2 - 4ac$ 有几种情况, 结果分别是什么样的呢? 组织学生分组讨论。

生 1: 当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} > 0$, $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 解得 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$,
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$;

生 2: 当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$, $x = -\frac{b}{2a}$ 。

生 3: 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < 0$, 即 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 < 0$, 则方程无解。

提示: $b^2 - 4ac$ 称为一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的判别式, 通常用字母 Δ 表示。

问题 3: 怎样根据 Δ 来判断一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有几个根呢?

师生共同总结: $\Delta > 0$, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个不等的实数根, $\Delta = 0$, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个相等的实数根, $\Delta < 0$, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 无实数根。

问题 4: 那么 $\Delta > 0$, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式是什么呢?

学生思考得出: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。

师生共同总结公式法的定义。

三、巩固运用, 实践创新

做课后练习第 1, 2 题。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获? 鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。引导学生从知识、方法、数学思想等方面小结本节课所学内容。

五、课后作业, 拓展延伸

课后总结一元二次方程的解法并进行比较。

六、板书设计:

公式法求解一元二次方程

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

【试题解析一试讲稿】

一、复习导入

师：上课！同学们好，请坐！

师：同学们，根据上节课的学习，大家还记不记得我们如何用配方法求解一元二次方程？

师：好，中间第三排的同学，你来给老师分享一下。

师：很好，请坐！这位同学告诉我们，求解一元二次方程用配方法首先是将二次项的系数化为1，然后再进行移项、配方、开方、求解。

师：这边的同学补充到，我们最后还要进行验根。没错，在我们计算完方程的解之后我们还要验证一下，这个方程的解是否是正确的。

师：那么大家来看一下，一元二次方程利用配方法解题的过程，有的时候其实是比较复杂和麻烦的，那有没有一种比较简单、直接的方法帮助我们解一元二次方程呢？

师：那这节课，我们就一起来学习用《公式法求解一元二次方程》。

二、探究新知

师：好，同学们看到，对于一般的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，这样的一个一般的一元二次方程，大家能否先用配方法的思想来解这个方程。

师：大家先思考一下，同桌之间可以交流，老师等一会儿想请几位同学来进行分享。

师：嗯，左边第3排这位扎马尾的女生，你手举的最快，你来给老师说。

师：嗯，你的思路非常清晰，请坐！刚刚这位同学告诉老师，首先她先将方程的二次项系数化为1，然后通过移项、配方得到了 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

师：其他同学和她的想法是一样的吗？嗯，看来大家都得到了这个答案，那老师问大家一个问题，这个式子可以直接开平方吗？大家先不急着回答，老师先给大家几分钟的时间，现在前后四人为一小组。大家讨论一下，等一会儿老师再来看大家的方法，开始。

师：嗯，同学们其实讨论的都非常认真哈，好，声音逐渐小了下来，有没有哪位同学愿意给老师分享一下你们的想法，来，左边靠窗的这位同学，你来说一下。

师：嗯，声音非常洪亮！请坐。

生1：当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，被开方数是个正数 $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} > 0$ ， $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，那可以解得两个根

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

师：嗯，老师看到中间这个组的同学你有想补充的，。哦，你的想法也很好，请坐！

生2：当 $b^2 - 4ac = 0$ 时， $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$ ， $x = -\frac{b}{2a}$ 。

师：老师看到右边这个小组的同学你有想补充的，嗯，你补充的非常到位，请坐！

生 3: 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < 0$, 即 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 < 0$, 则方程无解。

师: 那大家想一下, 刚刚三组回答的答案中, 都提到了一个式子, 就是: $b^2 - 4ac$, 它其实就是一元二次方程的判别式, 在数学我们会给它一个符号, 读作 Δ 。

师: 好, 那有没有同学可以根据 Δ 的符号和一元二次方程根的关系给老师总结一下呢?

师: 后排哪位男生, 你手举的最快, 你老给老师说一下。

师: 嗯, 你的总结能力非常强! 请坐。他告诉老师, 当 $\Delta > 0$ 时, 一元二次方程有两个不等实根, 当 $\Delta = 0$ 时, 一元二次方程有两个相等实根, 当 $\Delta < 0$ 时, 一元二次方程无实根, 其他同学同意他的想法吗?

师: 好, 大家都同意, 那么既然 $\Delta > 0$ 有两个实根, 那这个根如何表示呢? 来, 根据刚刚的解法。

师: 嗯, 右边这位同学, 你说来。

生: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

师: 很好, 请坐! 他说当 $\Delta > 0$ 时, 我们的根就可以直接写成 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

师: 这个也就是我们今天用公式法求解一元二次方程的求根公式, 但是在这里老师要给大家强调一点, 就是对于我们公式中大家要将我们的 a 、 b 、 c 代入进去的时候, 注意我们各个系数的符号。那么大家都学会了吗?

三、巩固运用, 实践创新

师: 好, 看大家都点头了哈, 那么老师考一考大家, 大家请看一下大屏幕, 这两个一元二次方程, 大家快速的利用公式法给出它的解, 老师请同学来回答。

师: 好, 右边靠窗的同学, 你说来!

师: 嗯, 其他同学和他的答案一样吗?

师: 很棒啊, 请坐! 大家都露出了自信的笑容!

四、总结体会, 反思提升

师: 那相信啊这节课大家的收获也是非常的丰富的, 有没有同学给老师分享一下我们这节课学习了哪些内容呢?

师: 好, 我听到有同学说我们学习了用公式法来求解一元二次方程, 直接利用我们的求根公式就可以得到一元二次方程的解。

师: 嗯, 我听到左边有同学补充道哈, 我们在解的时候 a 、 b 、 c 系数的符号, 这一点大家不要忘记了。

五、课后作业, 拓展延伸

师: 好, 愉快的一节课到这就要接近尾声了, 老师呢, 给大家布置一些小小的任务, 大家请看大屏幕, 首先大家要完成我们大屏幕上的必做题, 学有余力的同学请完成上面的选做题, 下节课我们一起分享。

师: 同学们! 下课!

六、板书设计:

公式法求解一元二次方程

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



【试题解析一答辩】

1. 什么是方程?

【参考答案】

方程中文一词源自中国古代数学专著《九章算术》，第八卷即名“方程”。“方”意为并列，“程”意为用算筹表示竖式。在现代教科书中，方程指含有未知数的等式。是一种表示两个数学式子之间相等关系的等式，使等式成立的未知数的值，也称之为“解”或“根”。求解方程的过程，我们也称之为“解方程”。

求解方程时，可以避免逆向思考带来的不易，我们可以直接正向列出欲求解量的等式。方程也包括多种形式，如一元一次方程、二元一次方程、一元二次方程等等，也可以组成方程组求解多个未知数。

在数学中，一个方程表示一种由一个或多个变量组成的等式的语句。使等式成立应该包括两种形式：1. 使得变量的数值使得等式成立；2. 变量也称为未知数，满足相等性的未知数的值也称之为等式的解。

2. 本节课的教学重难点是什么，如何突破？

【参考答案】

本节课的教学重点：掌握一元二次方程的求根公式，并能用它熟练地解一元二次方程。

教学难点：求根公式的推导过程。

在学习本节课之前，学生已基本掌握了开平方法、配方法解一元二次方程，对于解方程的思路有了基本的了解。教师应该遵循学生的认知规律从简单的问题入手帮助学生发现规律，突出本节课的重点。在训练的方式上教师应该结合学生接受新旧知识的结合能力：一是以方法为主，采用层层递进的方式，二是以实际技能为主，通过各种方法的训练帮助学生突破本节课的难点。同时在解决一元二次方程的各种方法时，要采用不同问题具体分析，采用最佳方法来解决实际问题。教师应该抓住学生解题的症结所在，培养学生分析问题和解决问题的能力，提高解题技巧。

3. 教师如何进行有效教研？

【参考答案】

要进行有效教研，应注意以下几个方面：

第一，以问题为导向。只靠完成任务的方式达到量的积聚，却未必能实现质的晋升。只有教师去察看、调查，寻找在教学中存在比较普遍的真问题，并通过认真研讨，敏锐地发现问题的实质，从而确定一个明确的研讨主题，对症下药，变教研任务为老师的成长需求，才能真正实现有效教研。

第二，以教师为主体。教师是教研的主体。只有作为主体的教师处于自动的、能动的、积极的状况，才能实现有效教研。

第三，以效果为目标。有效教研的落脚点，要放在教师知识的增长、理念的晋升、行动的改变和能力的提高等方面，要经得起课堂教学实践的检验，要让教师实实在在感受到研之有用、研之有得、研之有效。

《关于原点对称的点坐标》-数与代数

1. 题目：九年级《关于原点对称的点坐标》片段教学

2. 内容：

探究

如图 23.2-11, 在直角坐标系中, 作出下列已知点关于原点 O 的对称点, 并写出它们的坐标. 这些坐标与已知点的坐标有什么关系?

$A(4, 0)$, $B(0, -3)$, $C(2, 1)$,
 $D(-1, 2)$, $E(-3, -4)$.

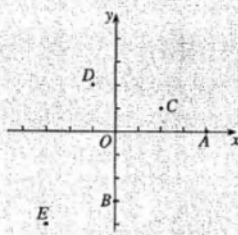


图 23.2-11

归纳

两个点关于原点对称时, 它们的坐标符号相反, 即点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$.

例 2 如图 23.2-12 所示, 利用关于原点对称的点的坐标的关系, 作出与 $\triangle ABC$ 关于原点对称的图形.

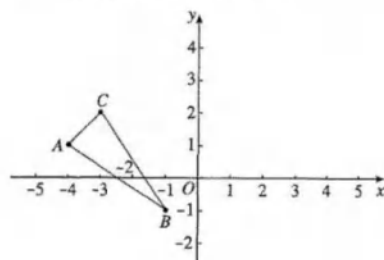


图 23.2-12

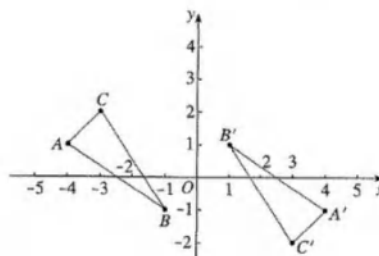


图 23.2-13

解：点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$, 因此 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-4, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(-3, 2)$ 关于原点的对称点分别为 $A'(4, -1)$, $B'(1, 1)$, $C'(3, -2)$, 依次连接 $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$, 就可得到与 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A'B'C'$ (图 23.2-13).

3. 基本要求：

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容, 适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 掌握在直角坐标系中关于原点对称的点的坐标的关系,能运用关于原点成中心对称的点的坐标间的关系进行中心对称图形的变换。
2. 在复习轴对称、旋转,尤其是中心对称的知识的过程中,知识迁移到关于原点对称的点的坐标的关系及其运用。
3. 培养学生自主探究的能力和归纳知识的能力,调动学生的学习兴趣。

教学重点: 两个点关于原点对称时,它们的坐标符号相反。

教学难点: 运用中心对称的知识导出关于原点对称的点的坐标的性质及运用它解决实际问题。

一、图片展示,引入新课

同学们,请看大屏幕上的几组图片,大家很快发现了图形的特点,是我们学过的中心对称图形。你们有没有想过,这些图形的对应点的坐标有什么样的规律呢?今天,我们就研究一组特殊的,关于原点对称的点坐标具有什么规律。(板书课题)

二、合作探究,学习新知

1. 小组动手实践,合作探究

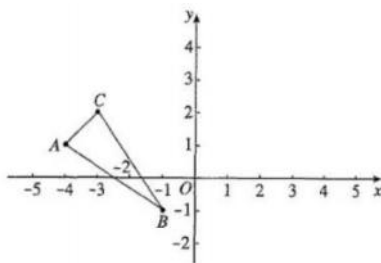
已知点 $A(4,0)$, $B(0,-3)$, $C(2,1)$, $D(-1,2)$, $E(-3,-4)$ 大家在坐标纸上,写出已知点关于原点 O 的对称点,观察,思考,交流讨论,这些坐标与已知点的坐标有什么关系。

师生共同归纳:

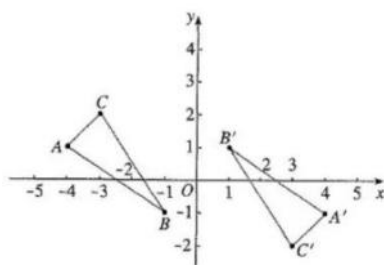
这两个点关于原点对称时,它们的坐标符号相反,即点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$ 。

2. 深入探究,关于原点对称的图形的规律

教师讲解例题(如图),利用关于原点对称的点的坐标的关系,作出与 $\triangle ABC$ 关于原点对称的图形。



解: 点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$, 因此 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-4, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(-3, 2)$ 关于原点的对称点分别为 $A'(4, -1)$, $B'(1, 1)$, $C'(3, -2)$, 依次连接 $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$, 就可以得到与 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A'B'C'$ 。如下图所示。



三、巩固运用，实践创新

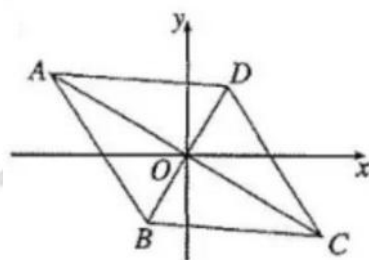
(1) 考考眼力

下列各点中哪两个点关于原点 O 对称？以小组形式进行。

$A(-5,0)$, $B(0,2)$, $C(2,-1)$, $D(2,0)$, $E(0,5)$, $F(-2,1)$, $G(-2,-1)$ 。

(2) 已知点 A 的坐标为 $(-2\sqrt{3}, 2)$ ，点 B 的坐标为 $(-1, -\sqrt{3})$ ，菱形 $ABCD$ 的对角线交于坐标原点 O 。

求 C , D 两点的坐标。



四、总结体会，反思提升

通过本节课的学习，你有哪些收获和感想？

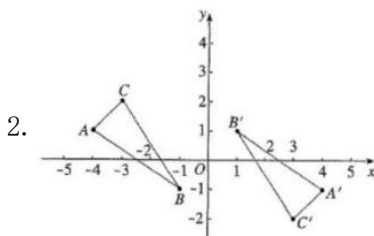
五、课后作业，拓展延伸

习题册的 A 组基础题 1-3 题作为必做题，B 组能力拓展第 1 题作为选做题。

六、板书设计

关于原点对称的点的坐标

1. 点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$



【试题解析—试讲稿】

一、图片展示，引入新课

师：同学们上课，请看大屏幕上的几组图片，大家发现了什么？

师：大家很快发现了图形的特点，是我们学过的中心对称图形。

师：你们有没有想过，这些图形的对应点的坐标有什么样的规律呢？今天，我们就研究一组特殊的，关于原点对称的点坐标具有什么规律。

二、合作探究，学习新知

1. 小组动手实践，合作探究

师：现在请大家拿出老师发给大家的任务单，在任务单的直角坐标系中，已知点 $A(4,0)$ ， $B(0,-3)$ ， $C(2,1)$ ， $D(-1,2)$ ， $E(-3,-4)$ ，请大家在坐标纸上，写出已知点关于原点 O 的对称点，观察，思考，交流讨论，这些坐标与已知点的坐标有什么关系。

师：老师巡视过程中发现，有的同学还没有思路，老师给大家一个小小的提示，大家可以利用老师课前发给大家的方格纸来进行，好了，我就提示这么多，你们继续吧！

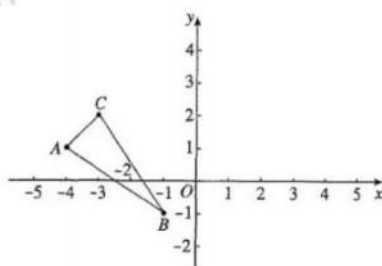
师：好，我看各位同学都讨论得差不多了，哪个小组来说说你们的结果？第一小组，你们来回答吧！

师：嗯，表达的很清晰。

师：两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反，即点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$ 。

2. 深入探究，关于原点对称的图形的规律

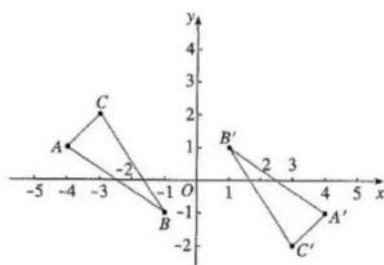
师：同学们，接下来我们来看一个例题（如图），利用关于原点对称的点的坐标的关系，作出与 $\triangle ABC$ 关于原点对称的图形。



师：大家小组讨论一下，应该如何解决呢？

师：好，第一小组，第三小组来说一下你们的思路吧。

师：思路非常清晰，我们一起来看一下。点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$ ，因此 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-4,1)$ ， $B(-1,-1)$ ， $C(-3,2)$ 关于原点的对称点分别为 $A'(4,-1)$ ， $B'(1,1)$ ， $C(3,-2)$ ，依次连接 $A'B'$ ， $B'C'$ ， $C'A'$ ，就可以得到与 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A'B'C'$ 。如下图所示。



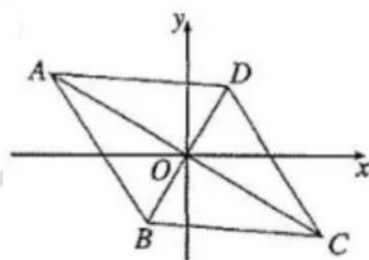
三、巩固运用，实践创新

师：考考眼力。下列各点中哪两个点关于原点 O 对称？看看哪个小组能够又快又准的发现。

$A(-5,0)$, $B(0,2)$, $C(2,-1)$, $D(2,0)$, $E(0,5)$, $F(-2,1)$, $G(-2,-1)$ 。

师：好的，接下里再考考大家，请同学们仔细读题，老师找一位同学上黑板上板演。

师：已知点 A 的坐标为 $(-2\sqrt{3}, 2)$ ，点 B 的坐标为 $(-1, -\sqrt{3})$ ，菱形 $ABCD$ 的对角线交于坐标原点 O 。求 C, D 两点的坐标。



四、总结体会，反思提升

师：通过本节课的学习，你有哪些收获和感想？

师：你来，你知道怎么求出关于原点对称点的坐标了。

师：你再来，在学习过程中要与同学合作探究。

师：你还有补充，在数学学习过程中要勤于动手，积极思考，才能真正学会知识。看来你们都收获颇丰！

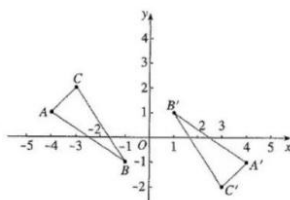
五、课后作业，拓展延伸

师：习题册的 A 组基础题 1-3 题作为必做题，B 组能力拓展第 1 题作为选做题。

六、板书设计

关于原点对称的点的坐标

点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$



【试题解析一答辨】

1. 什么是轴对称图形?

【参考答案】

如果一个图形绕某一点旋转 180 度, 旋转后的图形能和原图形完全重合, 那么这个图形叫做中心对称图形。而这个中心点, 叫做中心对称点。中心对称图形上每一对对称点所连成的线段都被对称中心平分。在平面内, 如果把一个图形绕某一点旋转 180 度, 旋转后的图形能和另一个图形完全重合, 那么就说这两个图形成中心对称。这个点叫做对称中心。常见的中心对称图形有矩形, 菱形, 正方形, 平行四边形, 圆, 某些不规则图形。正偶边形是中心对称图形, 正奇边形不是中心对称图形。如: 正三角形是轴对称图形, 但不是中心对称图形。补充: 等腰梯形不是中心对称图形, 但是轴对称图形。

2. 如何培养学生良好的数学学习习惯?

【参考答案】

叶圣陶先生说过: 凡是好的态度和好的方法, 都要使它化成习惯。学生数学学习习惯的养成, 是学生在长期性的数学学习过程中逐步形成的一时不易改变的行为, 是数学学习质量的重要条件之一。

经验告诉我: 但凡数学学习成绩好的学生, 他们都具有良好的学习习惯。在教学实践中我注重培养预习的习惯、认真听课的习惯、及时复习的习惯、独立完成作业的习惯等等。这些好的学习习惯, 不但提高了数学成绩, 而且也提高了学生学习数学的积极性, 反之没有良好的学习习惯, 就会影响学习效果, 从而降低学生的学习兴趣, 使学生失去学习的信心。所以, 培养学生从小养成良好的学习习惯具有十分重要的意义。

3. 对本节课的教材进行简单分析?

【参考答案】

《关于原点对称的点的坐标》是人教版九年级上册的内容。教材从观察和实验入手, 归纳得出坐标平面上一个点关于原点对称的点的坐标的对应关系, 并进一步探讨了如何利用这种关系在平面直角坐标系中作出一个图形关于原点对称的图形。本节课目的在于让学生感受图形中心对称变换之后的坐标的变化, 把“形”和“数”紧密的结合在一起, 把坐标思想和图形变换的思想联系起来。本节课是在中心对称、中心对称图形和它们的性质的学习之后, 并且在以往学习平移、轴对称在平面直角坐标系中坐标的特点的基础上, 进一步研究中心对称在直角坐标系中的坐标的特点, 并利用这一特点解决一些问题。掌握了这部分知识为以后平移、轴对称和中心对称在平面直角坐标系中的综合运用打下坚实的基础。

《三视图》-图形与几何

1. 题目: 九年级《三视图》片段教学

2. 内容:

如图 29.2-3(1), 我们用三个互相垂直的平面(例如墙角处的三面墙壁)作为投影面, 其中正对着我们的叫做正面, 正面前方的叫做水平面, 右边的叫做侧面。一个物体(例如一个长方体)在三个投影面内同时进行正投影, 在正面内得到的由前向后观察物体的视图, 叫做**主视图**; 在水平面内得到的由上向下观察物体的视图, 叫做**俯视图**; 在侧面内得到由左向右观察物体的视图, 叫做**左视图**。

如图 29.2-3(2), 将三个投影面展开在一个平面内, 得到这一物体的一张三视图(由主视图、俯视图和左视图组成)。三视图中的各视图, 分别从不同方面表示物体, 三者合起来就能够较全面地反映物体的形状。

三视图与以前我们学习的从三个方向看物体所得到的图像是一致的, 现在我们又从投影的角度来认识这个问题, 并且对三个方向作了更明确的规定。

三视图位置有规定。主视图要在左上边, 它下方应是俯视图, 左视图要在右边。

三视图中各视图的大小有什么关系?

三视图中, 主视图与俯视图表示同一物体的长, 主视图与左视图表示同一物体的高, 左视图与俯视图表示同一物体的宽, 因此三个视图的大小是互相联系的。画三视图时, 三个视图要放在正确的位置, 并且使主视图与俯视图的**长对正**, 主视图与左视图的**高平齐**, 左视图与俯视图的**宽相等**。

在实际生活中人们经常遇到各种物体, 这些物体的形状虽然经常各不相同, 但是它们一般是由一些基本几何体(柱体、锥体、球等)组合或切割而成的, 因此会画、会看基本几何体的视图是非常必要的。

图 29.2-3

3. 基本要求:

- (1) 试讲 10 分钟;
- (2) 引导学生理解三视图的特点;
- (3) 需要有师生互动;
- (4) 要有板书设计。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 学生借助实物理解视图的含义以及之间的关系, 并且会画几何体的三视图;
2. 通过对三视图的探究过程, 培养学生观察物体, 解决问题的能力;
3. 通过识图与画图, 提高学生学习几何的兴趣, 培养学生学数学, 用数学的意识。

教学重点: 对于简单几何体的三视图的画法。

教学难点: 理解三视图的含义及其内在联系。

教学过程:**一、诗词导入**

《题西林壁》

横看成岭侧成峰, 远近高低各不同。不识庐山真面目, 只缘身在此山中。

这首诗描述了从不同角度观察庐山, 看到的图形是不一样的? 在数学中又该如何描述这一现象呢? 今天一起来学习《三视图》。

二、探究新知

1. 引导学生自主观察手中的课本, 从不同的角度, 观察到的图形有什么不同?

2. 探究三视图及其关系

在 PPT 中展示几张“三视图”在生活中和工程设计中的应用的图片。

提问: 确定一个物体需要几个方向的视图?

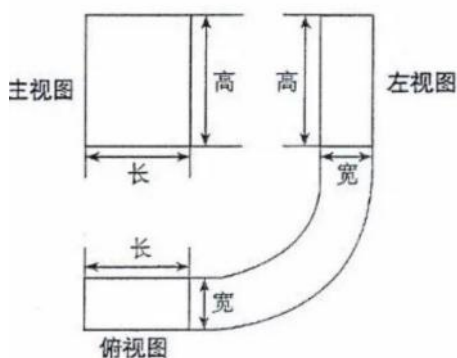
学生阅读教材, 并观看 PPT 动画。

学生小组讨论得出:

主视图: 从物体的前面向后面投射所得的视图称主视图, 反映物体的长和高;

俯视图: 从物体的上面向下面投射所得的视图称俯视图, 反映物体的长和宽;

左视图: 从物体的左面向右面投射所得的视图称左视图, 反映物体的宽和高。



关系: 长对正, 高平齐, 宽相等。

三、巩固运用

画出圆柱体和圆锥体的三视图。

四、总结体会, 反思提升

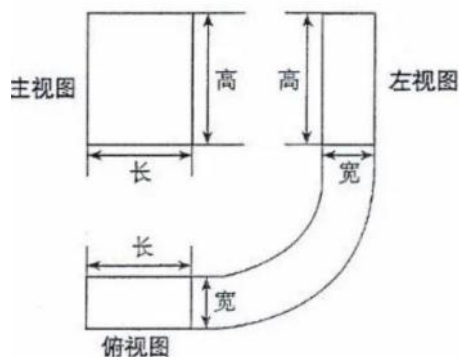
通过本节课的学习, 你有哪些收获? 引导学生总结, 教师进行查漏补缺。

五、课后作业，拓展延伸

课后寻找生活中哪里应用了三视图。

六、板书设计：

三视图



关系：长对正，高平齐，宽相等。

【试题解析—试讲稿】

一、诗词导入

师：同学们上课，老师给大家带来一首诗，大家仔细听哦。

《题西林壁》

横看成岭侧成峰，远近高低各不同。不识庐山真面目，只缘身在此山中。

这首诗描述了从不同角度观察庐山，看到的图形是不一样的，在数学中又该如何描述这一现象呢？

师：看大家面露疑惑。我们一起探究一下。

师：同学们，看，老师手里拿了一个立体图形，假设有一束平行光线从正面投射到这个物体上，你能想象出它在这束平行光线下的正投影吗？独立思考后同桌交流，你是如何画的？

师：大家都有自己想法，那到底谁的正确呢？这节课跟老师一起来学习新课，看看谁画对了呢？一起走入《视图》。

二、探究新知

师：下面我们观察这个正投影，只从这一个方向可以画出这个物体么？

师：大家的眼睛可真亮，不能，对的，由于正投影只是从一个方向，那还需要知道哪些投影呢？

师：第一排的男生，你觉得还要从上面和左面的投影。

师：你的想法启发了老师和同学们，我们需要从物体的正面、左面和上面三个不同方向上的正投影来刻画一个物体。

师：好了，同学们，现在想一想如果平行光线从左面投射到图中的物体上，情况如何？如果平行光线从上面投射到图中的物体上呢？

师：第三排的同学，你来说说看。

师：真不错，你发现从左面和上面投影分别都会得到不同的图形。

师：同学们，你们也发现了吗？

师：像这样，用正投影的方法绘制的物体在投影面上的图形，我们称为物体的视图。人们常常从正面、左面和上面三个不同方向观察一个物体，分别得到这个物体的三视图。这就是本节课我们要学的视图，刚刚你们画对了么？

师：这三个方向上的视图其实分别有自己的名称，接下来打开课本自学，一会儿我们进行交流汇报。

师：谁来讲讲分别叫什么？

师：最后一排的同学，你来。

师：对的，正面的叫做主视图，左面的叫做左视图，从上面得到的叫做俯视图。

师：你回答的清晰直观，总结全面具体，值得我们学习。

师：现在我们认识了三视图，你们想不想画一画啊？接下来独立思考后画出老师投影中展示物体的三视图，并四人为一小组进行讨论交流，你是如何画的呢？

师：讨论时间结束了，哪一组先来帮我们讲讲呢？

师：第二小组的代表，你来说说看。

师：哦，你们组是把这个物体投影时的平行线先描出了点，然后把点进行连线完成的。

师：你们组分工明确，参与的人数很多，很有质量。

师：那在画的过程中，对于三视图之间的关系，你们还有什么发现呢？

师:第五小组,你们派一个代表来说说看。

师:哦,你发现主视图与俯视图的长一样,还有么?嗯,你还发现主视图与左视图的高相同。

师:你的思维很独特。都同意么,哪一组还有补充?

师:第九小组的同学,你已经迫不及待了,你来。

师:很好,你还发现了俯视图与左视图的宽相等。你考虑的真全面。

师:大家都有自己的发现,现在我们就一起来画一个三视图吧,首先先画哪一个更容易呢?

师:大家异口同声的说主视图更简单些,对的,所以在画三视图时,我们可以先确定主视图的位置,画出主视图。

师:根据刚刚三视图的关系,然后怎么办呢?

师:不错,由于主视图与俯视图的关系,下面我们要画俯视图,我们可以在主视图的正下方画俯视图,注意与主视图“长对正”,最后画哪个呢?

师:你们很有主见,正如你们的发现,最后利用左视图与主视图和俯视图的关系,在主视图的右方画出左视图,画左视图注意与主视图“高平齐”与俯视图“宽相等”。

师:这样我们就画完了属于一个几何体的三视图,回顾刚刚画的过程,我们一共分了几步骤?

师:一起说,1主,2俯“长对正”,3.左“高平齐”,“宽相等”。同学们,你们都学会了么?

师:我们一起总结一下:主视图:从物体的前面向后面投射所得的视图称主视图,反映物体的长和高;

俯视图:从物体的上面向下面投射所得的视图称俯视图,反映物体的长和宽;

左视图:从物体的左面向右面投射所得的视图称左视图,反映物体的宽和高。

三、巩固运用

师:接下来,我们一起进入数学的解题广场试试来画出圆柱体和圆锥体的三视图。快快拿出练习本来完成吧。

师:和老师屏幕中画的一样的请坐好,同学们这么快就掌握了本节课所学的内容,老师真为你们感到骄傲和自豪。

四、总结体会,反思提升

师:愉快的时光总是短暂的,一节课马上就要结束了,你们都学到了哪些知识呢?

师:你已经跃跃欲试了,你来说说吧。

师:嗯,你知道了什么是三视图,并且知道了如何画,能具体的说说么?真不错,先画主视图,然后在主视图的下面画俯视图,注意与主视图“长对正”,最后在主视图的右方画出左视图,画左视图注意与主视图“高平齐”,与俯视图“宽相等”。

师:你知道的可真不少,谁还想再说说。

师:你一直也没有举手,你能来尝试着说说么?

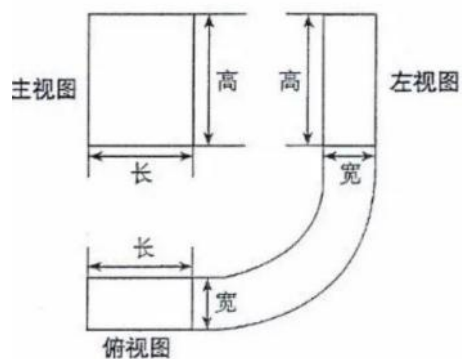
师:说的真好,三视图可以反映一个几何体的形状和大小,单独的一个视图不能表示的很清楚。老师期待你下一节课更精彩的表现。

五、课后作业,拓展延伸

师:课后寻找生活中哪里应用了三视图。下节课我们一起分享。

六、板书设计:

三视图



关系：长对正，高平齐，宽相等。



【试题解析—答辩】

1. 初中阶段三视图内容分析?

【参考答案】

初中阶段新课程“立体几何”部分新增了一些内容:平行投影、中心投影、三视图。这些内容与初中“空间与图形”中的“视图与投影”紧密衔接。增加这部分内容的主要目的是进一步认识空间图形,通过三视图以及空间几何体与其三视图的互相转化,对空间图形有比较完整的认识,培养和发展学生的几何直观能力和空间想象能力,更全面地把握空间几何体。三视图是空间几何体的一种表示形式,是立体几何的基础之一,必考的内容之一。考察根据三视图求体积和表面积。学好三视图为学习直观图奠定基础,同时有利于培养学生空间想象能力,几何直观能力,有利于培养学生学习立体几何的兴趣。

2. 如何培养学生的数学应用意识?

【参考答案】

(1) 充分利用教学内容自身的魅力,培养学生的数学应用意识。

概念的产生,计算的由来,几何形体的特征及有关公式,应用题的解题规律,无不渗透着数学在现代生产、生活和科技中的应用,使学生真正体会到“数学有用、要用数学”。

(2) 结合实际提供应用问题,增强学生的数学应用意识。

要结合教学的适当时机和学生的年龄特征,为他们提供一些简单的应用问题,启发、诱导学生去研究、发现问题的实质,增强学生的数学应用意识。

(3) 开展丰富多彩的数学实践活动、强化学生的数学应用意识。

通过“学”与“做”的活动激发学生学习的动机和兴趣,培养学生的注意力,意志力和认真求实、追求完美、讲求效率,联系实际的学习态度和学习习惯。

3. 如何画三视图?

【参考答案】

将人的视线规定为平行投影线,然后正对着物体看过去,将所见物体的轮廓用正投影法绘制出来的图形称为视图。从物体的前面向后面投射所得的视图称主视图(正视图)——能反映物体的前面形状,从物体的上面向下面投射所得的视图称俯视图——能反映物体的上面形状,从物体的左面向右面投射所得的视图称左视图(侧视图)——能反映物体的左面形状。

以画圆锥的三视图为例:首先画圆锥的主视图,是个三角形;然后在三角形的正下方画它的俯视图,会是一个圆形,圆形的直径与主视图三角形的底边长度相同;最后画左视图,在主视图的右面画,也是一个三角形,与主视图的三角形高度相同,底边长度与俯视图圆形的直径长度相同。

《正比例函数》-数与代数

1. 题目：八年级《正比例函数》片段教学

2. 内容：



思考

下列问题中，变量之间的对应关系是函数关系吗？如果是，请写出函数解析式。这些函数解析式有哪些共同特征？

(1) 圆的周长 l 随半径 r 的变化而变化。

(2) 铁的密度为 7.8 g/cm^3 ，铁块的质量 m (单位：g) 随它的体积 V (单位： cm^3) 的变化而变化。

(3) 每个练习本的厚度为 0.5 cm ，一些练习本摞在一起的总厚度 h (单位：cm) 随练习本的本数 n 的变化而变化。

(4) 冷冻一个 0°C 的物体，使它每分下降 2°C ，物体的温度 T (单位： $^\circ\text{C}$) 随冷冻时间 t (单位：min) 的变化而变化。

上面问题中，表示变量之间关系的函数解析式分别为：

$$(1) l = 2\pi r;$$

$$(2) m = 7.8V;$$

$$(3) h = 0.5n;$$

$$(4) T = -2t.$$

正如函数 $y = 300t$ 一样，上面这些函数都是常数与自变量的积的形式。

一般地，形如 $y = kx$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的函数，叫做**正比例函数** (proportional function)，其中 k 叫做比例系数。

3. 基本要求：

- (1) 试讲时间约 10 分钟；
- (2) 条理清晰，重点突出；
- (3) 结合教学内容适当板书；
- (4) 教学过程中要有互动。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 知道正比例函数的概念, 掌握正比例函数解析式特点, 根据正比例函数的意义, 判断两个相关联的量是不是成正比例。
2. 经历思考, 探究过程, 发展总结归纳能力, 体验数形之间联系, 逐步学会利用数形结合思想分析解决有关思想。
3. 积极参与数学活动, 对其产生好奇心和求知欲, 形成合作交流的学习习惯。

教学重点: 理解正比例函数的概念及形式。

教学难点: 利用正比例函数解决相关问题。

教学过程:**一、创设情境, 导入新课**

1. 播放一段高铁运行的视频, 视频播放完毕, 请学生思考, 在视频中可以提出怎样的数学问题, 在此之前学生已经学习了函数, 一定会提出 y 与 x 关系的问题, 并让大家列出解析式。
2. 再创设生活中与正比例函数有关的生活情境, 引导学生利用以前学过的函数知识写出表示 y 与 x 关系的函数解析式, 然后请学生思考生活中还有哪些类似的例子, 鼓励学生列出相应解析式, 选取部分解析式呈现在 PPT 上, 请学生观察解析式的特点, 进而引出课题正比例函数。

二、尝试探究, 理解掌握

1. 引导探究、形成概念
 - (1) 学生通过观察给出的几组函数特点, 得出这些函数都是常数 k 与自变量的积的形式;
 - (2) 师生共同总结归纳如 $y = kx$ 的函数叫做正比例函数。
2. 深入研究、求解函数
 - (1) 举例说明正比例函数, 加深对正比例函数的理解;
 - (2) 接着我会提问学生, 如果令 $k = 0$, 我们的函数还是正比例函数吗? 从而得到, 再次强调: 一般地, 形如 $y = kx$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$) 的函数, 叫正比例函数。当 $k = 0$ 时, $y = 0$, 没有一次项, 所以说不是正比例函数。
 - (3) 出示例题, 学生判断哪些是函数, 哪些是正比例函数, 加深学生对定义的理解。
 - (4) 举出非正比例函数的实例, 引导学生正反对比, 加深对于正比例函数的理解。同时, 初识分类讨论的思想方法。

三、解释应用, 巩固新知

已知 y 与 x 成正比例, 当 $x = 1$ 时, $y = 2$;

- (1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) y 与 x 之间是什么函数关系;
- (3) 求 $x = 2.5$ 时, y 的值。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获? 鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。学生总结为主, 引导学生从知识、

方法、数学思想等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

五、课后作业，拓展延伸

1. 基础作业：课后习题 1-2;
2. 开放性思考题：生活中还有哪些实例中可以用到正比例函数，试着举出例子。

板书设计：

正比例函数

定义：一般地，形如 $y = kx (k \neq 0)$ ，叫做正比例函数。



【试题解析—试讲稿】

一、创设情境，导入新课

师：上课！同学们好，请坐！

师：同学们，我们来看一下大屏幕上的一段视频，这是 2011 年运营的京沪高速铁路。它全长 1318 千米，平均速度为 300km/h，大家可以尝试一下用一个函数关系式来表示它的行程问题吗？

师：老师看大家都在思考，没关系，相信通过本节课的学习，同学们以后的解题速度一定和京沪高铁速度一样。今天我们就一起走进《正比例函数》。

二、尝试探究，理解掌握

师：好，老师把刚刚的问题给大家拆解一下，大家可以看到老师屏幕中的这两道题，大家先思考一下第一问，老师想请一位同学来回答一下。

师：好，第三排的女生，你来告诉老师。

师：嗯，京沪铁路如果从始发站到终到站，它所用的时间大概是多少小时。嗯，回答的很好，请坐！她说列式为： $1318 \div 300 \approx 4.4$ (h)。其他同学和这位同学的答案一样吗？

师：看来大家都非常棒，那老师再来看一下第二个问题，第二个问题说的是列车行驶的路程 y 与对应的时间 t 它呈现什么样的一个关系，有没有哪位同学可以告诉我。

师：好，第六排的同学，你来告诉老师。

师：嗯，思路非常清晰，请坐！她说路程 y 与对应的时间 t 的话，可以写成 $y=300t$ ，因为路程=速度 \times 时间，回答的很好。

师：老师看到右边这位同学手一直没有放下去，你有想补充的嘛？

师：补充的非常的到位，请坐！这位同学说，由于第一问我们已经求出来了，从始发站到终到站共用时是 4.4 小时，所以第二问的 t 我们有一个范围，也就是 $0 \leq t \leq 4.4$ 。那大家观察一下，这样的一个式子，这个式子它能否反映两个变量之间的某种函数关系式呢？

师：大家先不急着想回答这个问题，老师在这里又给大家举出来了 4 个例子，大家现在动手尝试在自己的草稿纸上，列出这 4 个问题的相互关系式，并发现它们之间有什么样的共同点，前后 4 人可以为一个小组，相互讨论一下，老师给大家 5 分钟的时间，开始。

师：好，老师看到每一个小组的同学讨论的都非常认真哈，应该有的小组已经有答案了，好，时间到，有没有哪位小组代表给老师分享的，嗯，第一组的小组，你来说。

师：哦，你发现第一个例子，圆的周长 L 随着半径 r 的变化而变化，列式可以列为 $L=2\pi r$ ，回答的非常棒，请坐。

师：还有没有其他的小组，来，中间这个小组，你来给老师分享一下。

师：嗯，你发现铁的密度是 7.8g/cm^3 ，因此铁球的质量 m 随它的体积 V 的变化而变化，列式可以列为 $m=7.8V$ ，嗯，你的思路也很清晰，请坐。

师：好，老师看到第四组的同学，你也有想说的啊，来。

师：嗯，看来集体的力量是伟大的，请坐，他回答的也很好啊，他发现第 3 个例子，练习本的厚度是 0.5cm，这样把若干本练习本摞在一起的厚度 h 与练习本的本数 n 的变化也会发生变化，列式可以列为 $h=0.5n$ 。

师：那第 4 个例子呢？来，后排那位男生，我看你手也举着的

师:很好,请坐!他说温度 T 随着时间的变化也会发生改变,列式可以列为 $T=-2t$ 。

师:好,那现在这 4 个例子和老师课堂之初举的这个行程问题放在这,大家观察一下,这些例子有没有关系啊,他们有没有共同点啊?

师:嗯,大家都发现了,这些关系式反映的都是一个常数和自变量乘积的形式。其实,对于这样的一种形如 $y=kx$ 的形式,我们就把它叫做正比例函数。

师:大家发现没有啊, $y=kx$ 这儿老师空了一个空,大家想为什么呀?或者老师再换一个问题,这里的 k 可以是任意的常数吗?嗯,大家都在摇头,能不能告诉老师原因?哦,因为如果 $k=0$ 的话,等号右边整体就为 0,这样就不能反映出两个变量相互之间的关系了。回答的非常好,换言之,我们要求这里的常数 $k \neq 0$ 。

师:现在大家已经清楚了正比例函数的定义了,老师举两个小例子考考大家,看大家判断一下它是不是正比例函数。 $y=x^2$

师:来,中间这位同学,不是,能告诉老师原因吗?哦,因为它的解析式并不是一个常数和自变量 x 的乘积形式,请坐,回答的非常对哈。好,大家看第二个, $y=4x$ 。

师:好,右边这位同学。是的,因为它就是 $y=kx$ 的形式,并且这里的常数 $k=4$,你回答也很准确。

三、解释应用,巩固新知

师:看大家都会判断了,那现在老师来给大家出一道题,来看一下大家真实的掌握情况。现在 y 与 x 成正比例,当 $x=1$ 时, $y=2$,大家能否尝试着列出 y 和 x 的函数关系式呢?

师:嗯,老师看到班长举手了,你来给我们全班分享一下。

师: $y=2x$,其他同学和班长的想法是一样的嘛,嗯,总结的能力非常强,请坐。

四、总结体会,反思提升

师:那学到这,相信大家对于这一节课正比例函数有了基本的了解了,有没有哪位同学给老师总结一下我们这节课学习了哪些知识?

师:哦,我们这节课学习了正比例函数的定义,形如 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$),叫做正比例函数,但是注意一点,啥啊, $k \neq 0$ 。

五、课后作业,拓展延伸

师:好,现在这节课就临近尾声了,课后老师给大家布置两个小任务

1. 完成课后习题 1-2;

2. 选做题:找一下我们生活中有哪些量是成正比例的,下节课和老师分享,下课!

板书设计:

正比例函数

定义:一般地,形如 $y=kx$ ($k \neq 0$),叫做正比例函数。

【试题解析—答辩】

1. 什么是函数，常见的函数有哪些？

【参考答案】

函数的定义通常可以分为传统定义和近代定义，两种定义的本质是相同的，只是叙述概念的出发点不同，传统定义是从运动的变化为出发点，近代定义则是以映射、集合为出发点。近代定义给出：对于一个非空数集 A ，假设 A 集合中的元素为 x ，对元素 x 施加某种对应法则 f ，记作 $f(x)$ ，得到一个非空数集 B ，假设 B 集合中的元素为 y ，则 y 与 x 的等量关系记作 $y=f(x)$ ，函数包含三要素：函数的定义域 A 、值域 B 以及对应法则 f 。其中最为核心的则是对应法则 f ，因为它直接反映了函数的本质关系。函数通常包括：常数函数、三角函数、幂函数、指数函数、对数函数、反三角函数等。

2. 正比例函数与正比例关系有什么联系？

【参考答案】

正比例：两种相关联的量，一种量变化，另外一种量也随着变化，则两个量对应的两个数之间的比值（也就是商）一定，我们就说这两个量是成正比例的量，这种关系也叫做成正比例关系。正比例关系中的两个成正比例的量相互之间的对应关系为如下：同时扩大，同时缩小，比值一定。例如：汽车行驶在公路上，速度一定，则行驶的路程与所对应的时间 t 之间的关系是否成正比例？

对于两个变量 y 和 x 之间的关系如果能够形成 $y=kx$ （其中 k 是常数， x 的次数为 1，且 $k \neq 0$ ）这样的形式，我们就称 y 是 x 的正比例函数。

正比例关系是说 y 与 x 的关系，而正比例函数是用来表示 y 和 x 之间的关系。前者是语言描述，后者是数学表示。

3. 数形结合怎么方便解题？

【参考答案】

我国著名数学家华罗庚曾说过：“数形结合百般好，隔裂分家万事休。”“数”与“形”反映了事物两个方面的属性。数形结合思想在数学学习中占有非常重要的地位，其“数”与“形”结合，相互渗透，把代数式的精确刻划与几何图形的直观描述相结合，使代数问题、几何问题相互转化，使抽象思维和形象思维有机结合。数形结合是把抽象的数学语言与直观的图形结合起来思考，使抽象思维和形象思维相结合，通过“以形助数”或“以数解形”可使复杂问题简单化，抽象问题具体化，从而达到简便解题的目的。在应用数形结合思想时，常常会借助数轴、函数图像、单位圆等，还可借助于几何轨迹所遵循的数量关系或运算结果与几何定理的结合。

《加权平均数》-数与代数

1. 题目: 八年级《加权平均数》片段教学

2. 内容:

在求 n 个数的平均数时, 如果 x_1 出现 f_1 次, x_2 出现 f_2 次, \dots , x_k 出现 f_k 次 (这里 $f_1 + f_2 + \dots + f_k = n$), 那么这 n 个数的平均数

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_k f_k}{n}$$

也叫做 x_1, x_2, \dots, x_k 这 k 个数的加权平均数, 其中 f_1, f_2, \dots, f_k 分别叫做 x_1, x_2, \dots, x_k 的权.

例 2 某跳水队为了解运动员的年龄情况, 作了一次年龄调查, 结果如下: 13 岁 8 人, 14 岁 16 人, 15 岁 24 人, 16 岁 2 人. 求这个跳水队运动员的平均年龄 (结果取整数).

解: 这个跳水队运动员的平均年龄为

$$\bar{x} = \frac{13 \times 8 + 14 \times 16 + 15 \times 24 + 16 \times 2}{8 + 16 + 24 + 2} \approx 14 (\text{岁}).$$

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容, 适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 知识与技能目标: 学生学会求加权平均数, 体会权的概念。
2. 过程与方法目标: 通过学习加权平均数, 培养学生的观察、比较、抽象和归纳概括的能力。
3. 情感态度与价值观目标: 通过对三角形的内角和, 学生能够能应用加权平均数解释现实生活中的一些简单现象, 并能用它解决一些实际问题, 培养学生对数学的学习兴趣。

教学重点:

学生学会求加权平均数。

教学难点:

能用加权平均数解决一些实际问题。

教学过程:**一、情境问题, 引入新课**

某市三个郊县的人数及人均耕地面积如下表:

郊县	人数/万	人均耕地面积/公顷
A	15	0.15
B	7	0.21
C	10	0.18

这个市郊县的人均耕地面积是多少?(精确到 0.01 公顷)

下述计算方法是否合理? 为什么?

$$\bar{x} = \frac{0.15+0.21+0.18}{3}$$

=0.18 (公顷)

大家在下面都很疑惑, 看来大家都不清楚。我相信学习了今天的内容, 大家一定会想到更好的解决方案。

二、合作探究, 学习新知**1. 引导提示, 分析原因**

教师展出上述, 组织学生讨论, 教师参与, 并适时指导。

在活动中, 教师应关注学生:

- (1) 对“平均数”和“人均耕地面积”的准确理解;
- (2) 三个郊县人数的多少对人均耕地面积有无影响, 分析小明同学的计算错误。

2. 再提问题, 引出概念

这个市的总耕地面积是多少? 总人口是多少? 你能算出这个市郊县的人均耕地面积是多少?

在讨论问题前一个的过程后, 教师适时提出第二个问题, 引导学生列出正确算式, 即这个市郊县的人均耕地面积为:

$$\frac{0.15 \times 15 + 0.21 \times 7 + 0.18 \times 10}{15 + 7 + 10}$$

≈0.17（公顷）

在活动中,教师重点关注学生列出正确算式。此时可以使用课件“加权平均数”进行多次计算以加深理解。

教师指出:上面的平均数 0.17 称为三个数 0.15、0.21、0.18 的加权平均数。三个郊县的人数(单位:万)15、7、10 分别为三个数据的权。

在活动中教师应重点关注学生对数据的权及加权平均数的理解。

3. 加深概念理解

n 个数的加权平均数

教师引导学生从三个数据的加权平均数的计算方法中,归纳得出 n 个数的加权平均数的计算公式。

三、巩固运用, 实践创新

课本上例题 2 进行巩固练习。

四、总结体会, 反思提升

今天你学会了加权平均数吗? 你有什么收获呢?

鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。学生总结为主, 引导学生从知识、方法、情感等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

五、课后作业, 拓展延伸

1. 基础作业: 课后习题 1-2;
2. 开放性思考题: 找身边的加权平均数在生活中的使用, 并用自己喜欢的方法计算出结果。

六、板书设计

加权平均数

郊县	人数/万	人均耕地面积/公顷
A	15	0.15
B	7	0.21
C	10	0.18

$$\frac{0.15 \times 15 + 0.21 \times 7 + 0.18 \times 10}{15 + 7 + 10}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_k f_k}{n}$$

【试题解析—试讲稿】

一、谈话复习，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。在开始新课之前呢，老师要先考考大家一个很简单的问题，平均数是怎么算的？

生：用总数除以总分数就可以得出平均数是多少。

师：反应很迅速哈，这确实是我们求平均数的公式。那接下来请同学们看一下这一组数据某市三个郊县的人数及人均耕地面积如下表：

郊县	人数/万	人均耕地面积/公顷
A	15	0.15
B	7	0.21
C	10	0.18

如果要算三个县人均耕地面积，用 $0.15+0.18+0.21$ 求和除以 3 所得结果是否正确？我听到有的同学说没错，有的同学说有问题不能这么算。那结果究竟如何呢？通过今天的学习大家应该都会知道正确与否了。今天我们就一起学习下《加权平均数》

二、合作探究，学习新知

1. 引导提示，分析原因

师：确实这个题需要咱们求的是平均数，但是现在请大家思考一个问题：三个郊县人数的多少对人均耕地面积有无影响？

生：有影响，因为人数的多少不同也会导致人均耕地面积出现差异。

师：思维很敏捷，请坐。我们一起观察一下这个表格，我们会发现是不是每个郊县的人数有明显的差异啊，那咱们问题问的三个县的人均耕地面积，结合之前学到平均数公式是不是需要用总面积除以总人数才行

2. 再提问题，引出概念

师：老师的问题又来了，这个市的总耕地面积是多少？总人口是多少？你能算出这个市郊县的人均耕地面积是多少？给大家 3 分钟的时间，小组讨论一下尝试着算一算吧。时间到，老师带着大家一起列式吧，总面积是不是用各地人数 \times 人均面积再相加啊，总人数其实就是各地的人数和吧，既然总数和总人数咱们

都知道了，大家列的算式和老师的一样不，
$$\frac{0.15 \times 15 + 0.21 \times 7 + 0.18 \times 10}{15 + 7 + 10} \approx 0.17 \text{（公顷）}$$
，都一样那就没错了，看来大家的思维都很清晰，那现在回顾一下一开始用那个式子计算错在哪里？

生：错在不是用总面积除以总人数。

师：没错，那样算就不对了，而咱们刚刚所列出的这种计算所得结果叫做“加权平均数”。也就是说上面的平均数 0.17 称为三个数 0.15、0.21、0.18 的加权平均数，对应的三个郊县的人数 15、7、10 分别为三个数据的权。如何理解这个“权”呢，这个权大家可以近似的理解为“权重”，每一部分所占的“权重”不一样，所以在计算时需要考虑的内容就不一样了。

师：刚才咱们只是简单的说了一下“加权平均数”，大家再思考一个问题，那如果要求 n 个数的平均

数呢,假设 x_1 出现了 f_1 次, x_2 出现了 f_2 次 $\cdots x_k$ 出现了 f_k ,这里的 $(f_1+f_2+\cdots+f_k)=n$,那这 n 个数的平均数是多少呢?同学们动手来列一下算式,老师也请一位同学到黑板上来写。好,那位同学你来写吧。

$$\text{生: } \bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k}{n}$$

师:其他同学都写完了吗?和黑板上这位同学写的一样吗?好,都一样。这就是我们加权平均数的计算公式,请同学们牢记,在计算时不要出错。

三、巩固运用, 实践创新

师:知识点已经给大家介绍完了,现在请大家自己计算一下例2,算一算跳水员的平均年龄是多少?有没有同学来告诉我你算的结果是多少呢?好,那位同学,你来说你的答案吧。

师:他说14岁。其他同学算的也是这个结果吗?没错,就是14岁,计算的很准确。

四、总结体会, 反思提升

师:看来大家对知识点掌握的都很牢固,老师想问下同学们通过今天的学习有什么收获呢?请第一小组代表来说一下吧。

生:学会了加权平均数的概念以及加权平均数的计算公式是什么。

师:说的非常全面,请坐。他们说学会了加权平均数的概念以及加权平均数的计算公式是什么。大家也都是这种收获嘛,看大家都点了点头,这也是我们这节课的重点内容,那以后计算可就不要算错喽。

五、课后作业, 拓展延伸

师:欢乐的时光总是短暂的,就快下课了,今天回去后有两个作业(1)完成课本课后练习题,(2)找一找生活中用加权平均数反应数据的例子并在下节课进行分享。

六、板书设计

加权平均数

在求 n 个数的平均数时,如果 x_1 出现 f_1 次, x_2 出现 f_2 次, \cdots , x_k 出现 f_k 次(这里 $f_1+f_2+\cdots+f_k=n$),那么这 n 个数的平均数

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k}{n}$$

也叫做 x_1, x_2, \cdots, x_k 这 k 个数的加权平均数,其中 f_1, f_2, \cdots, f_k 分别叫做 x_1, x_2, \cdots, x_k 的权。

【试题解析—答辩】

1. 教师如何进行有效教研?

【参考答案】

一提到教研,老师们谈得最多的是每周要听多少节课、写几篇教学反思,每学期要承担几节公开课、参加多少次集体备课等等。但是教师的专业成长并未收到预期的效果。要进行有效教研,应注意一下几个方面:

第一,以问题为导向。只靠下任务的方式达到量的积聚,却未必能实现质的晋升。只有教师去察看、调查,寻找在教学中存在比较普遍的真问题,并通过认真研讨,敏锐地发现问题的实质,从而确定一个明确的研讨主题,对症下药,变教研任务为老师的成长需求,才干真正实现有效教研。

第二,以教师为主体。教师是教研的主体。只有作为主体的教师处于自动的、能动的、积极的状况,才干实现有效教研。要确保教师在教研活动中的主体地位,应赋予教师三种权利。

主题确定的参与权。教研活动的主题应在教师的亲自参与下确定下来,应是教师从感到急切需要解决的教学实际问题中选择出来。活动内容的知情权。研讨主题确定之后,要让教师提前知道活动的时间、地点、内容和要求,以便教师做好前期的筹备工作,避免教师在活动时处于茫然状况或是随机式的即兴发言,使其表达有条有理有据有深度。观点表达的选择权。

在教研活动中,不是管理者或主持者去规定教师说什么、怎么说,而是由教师自己去确定应当展示什么、用什么方式展示,表达什么、用什么方式表达。让选择权控制在教师自己手中,教师就能够表现出一种积极的自动精力。

第三,以效果为目标。目前有些学校过于重视教研材料的积聚。不仅要求教师使用统一的笔记本、反思本、教案纸、活动记录表格等等,而且还让教师把随堂的听课记录、参加教研活动的记录事后再认真工整的誊写一遍,然后整顿存档,可谓高标准、严要求,但对教研的效果却很少问津。

教研是增进教师专业发展的情势,积聚材料只能代表开展了教研活动,不能反映教研的成效。有效教研的落脚点,要放在教师知识的增长、理念的晋升、行动的改变和能力的提高等方面,要经得起课堂教学实践的检验,要让教师实实在在的感受得到研之有用、研之有得、研之有效。

2. 请你说一说平方根和算术平方根的联系和区别。

【参考答案】

(1) 联系: ①具有包含关系; ②存在条件相同: 被开方数为非负数; ③0 的平方根和算术平方根都是 0。

(2) 区别:

区别	平方根	算术平方根
定义不同	如果一个数的平方等于 a, 这个数就叫做 a 的平方根	非负数 a 的非负平方根叫 a 的算术平方根
个数不同	正数有两个平方根	正数的算术平方根只有一个
表示方法不同	$\pm\sqrt{a}$	\sqrt{a}
取值范围不同	正数的平方根是一正一负, 互为相反数	正数的算术平方根只有一个

3. 请你说一说你是如何引导本节课的学习的。

我会情景导入提出问题,出示某市三个郊县的人数及人均耕地面积表格,吸引学生的注意力,其次我会让学生合作探究,探究新知,首先我会让同学们根据我的引导提示,分析小明同学的计算错误的原因,接着引出加权平均数的概念并且在活动中,我会重点关注学生列出正确算,此时可以使用课件“加权平均数”进行多次计算以加深理解,在同学们对加权平均数有了一定理解之后,接着我会以两个练习题,加以巩固,最后和同学们一起总结本节课的内容,加强对本节课的理解。我的答辩完毕,谢谢各位老师,老师们辛苦了!(鞠躬)



《中位数和众数》-数与代数

1. 题目：八年级《中位数和众数》片段教学

2. 内容：

20.1.2 中位数和众数

问题 2 表 20-5 是某公司员工月收入的资料.

表 20-5

月收入/元	45 000	18 000	10 000	5 500	5 000	3 400	3 000	1 000
人数	1	1	1	3	6	1	11	1

(1) 计算这个公司员工月收入的平均数;

(2) 若用 (1) 算得的平均数反映公司全体员工月收入水平, 你认为合适吗?

这个公司员工月收入的平均数为 6 276. 但在 25 名员工中, 仅有 3 名员工的收入在 6 276 元以上, 而另外 22 名员工的收入都在 6 276 元以下. 因此, 用月收入的平均数反映所有员工的月收入水平, 不太合适. 利用中位数可以更好地反映这组数据的集中趋势.

将一组数据按照由小到大 (或由大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则称处于中间位置的数为这组数据的**中位数** (median); 如果数据的个数是偶数, 则称中间两个数据的平均数为这组数据的中位数.

利用中位数分析数据可以获得一些信息. 例如, 上述问题中将公司 25 名员工月收入数据由小到大排列, 得到的中位数为 3 400, 这说明除去月收入为 3 400 元的员工, 一半员工收入高于 3 400 元, 另一半员工收入低于 3 400 元.

一组数据中出现次数最多的数据称为这组数据的**众数** (mode).

当一组数据有较多的重复数据时, 众数往往能更好地反映其集中趋势. 例如, 问题 2 中公司员工月收入的众数为 3 000, 这说明公司中月收入 3 000 元的员工人数最多. 如果应聘公司的普通员工一职, 这个众数能提供更为有用的信息.

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容, 适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

知识与技能目标: 掌握中位数和众数的概念并学会找中位数和众数。

过程与方法目标: 通过小组讨论和合作交流的过程, 学生培养其思维和发现能力。

情感态度与价值观目标: 感受数学与生活的密切联系, 体会数学的趣味性和乐趣。

教学重点: 掌握中位数和众数的概念与寻找办法。

教学难点: 了解偶数个数据中位数和多个数据出现相同次数时众数的寻找办法。

教学过程:**一、谈话复习, 引入新课**

前面已经和同学们研究过了平均数的这个数据代表。它在分析数据过程中担当了重要的角色, 今天我们来共同研究和认识数据代表中的新成员——中位数和众数, 看看它们在分析数据过程中又起到怎样的作用。

二、合作探究, 学习新知**自主探究:**

组织学生计算课本例题数据并进行思考过程, 平均数能否体现员工月收入?

学生得出无法正确反映。对学生的答案进行肯定性的评价。

小组合作:

进一步组织学生以小组为单位进行探究活动: 观察表中数据, 用什么数字可以尽可能的表示出员工的收入情况。

预设 1: 3400 作为最中间的数可以表示。

预设 2: 3000 作为出现次数最多的数可以表示。对学生的结论给予肯定性的评价并总结说明中位数和众数的概念。

寻找办法, 补充强调:

着重说明一下两点: ①对于偶数个数据找中位数时, 需先有序排列, 并且如果是偶数个数据, 中位数为中间两个数的平均数。②对于多个数据出现次数相同时, 均为这组数据的众数。

三、巩固运用, 实践创新

(1) 一组数据 23、27、20、18、X、12, 它的中位数是 21, 则 X 的值是?

(2) 数据 92、96、98、100、X 的众数是 96, 则其中位数和平均数分别是 ()。

A. 97、96 B. 96、96.4 C. 96、97 D. 98、97

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获?

鼓励学生畅所欲言, 各抒己见。学生总结为主, 引导学生从知识、思想方法、情感等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

五、课后作业, 拓展延伸

1. 基础作业: 课后习题 1-2;

2. 开放性思考题: 思考所学在生活中的应用。

六、板书设计

中位数和众数

- 1.中位数: 将一组数据按大小顺序排列, 把处在中间的一个数叫这组数据的中位数。
- 2.众数: 一组数据中出现次数的数据叫做这组数据的众数。



【试题解析—试讲稿】

一、谈话复习，引入新课

师：上课，同学们好，请坐，在上课之前老师先给大家举个小例子，思考一下：我有两个朋友年薪大概都是 10 万元，而他们老板的年薪大概 100 万元，我们三个的平均年薪是多少啊？

生：40 万元。

师：反应很快啊这位同学，没错，他们三个人的平均年薪是 40 万元，但是这个数据能反应我那俩朋友的真实工资吗？

生：不能。

师：老师听见大家都异口同声的说不能。没错，这种情况下就不能反应真实情况了，因为 40 万和 10 万差距确实很大。那么有没有哪种数据可以反应真实情况呢？大家想不想知道啊，今天就跟着老师一起来学习新的内容《中位数和众数》吧。

二、合作探究，学习新知**1. 中位数及意义**

师：请大家翻开课本看一下课本上的问题 2，也是一个工资情况对不对，现在请同学们自己动手算一算第一问，他们的平均工资又是多少呢？算完的同学举手示意一下，来，左边那位同学你的答案是多少？

生：我算出来是 6276 元。

师：计算的很迅速，平均数确实是 6276 元，如果有算错的，看看自己的计算过程哪里出了小问题，要仔细一点哈。既然大家都算出来了，就又回到最初的那个问题，这种平均工资反应公司全体职工的月收入合适不？

生：不合适

师：听到大家都异口同声的说不合适，的确，我们会发现是不是大多数人的收入都不到 6276 元啊，甚至都不到 6000 元，只有三个人的收入超过了 6276 元。既然平均数没办法反应真实情况，那么就需要用别的数据反应了，请大家一起观察一下这组数据，思考一下用什么数据表示比较好一些，给大家两分钟的时间进行小组讨论。时间到，有没有哪个小组愿意分享一下你们的讨论结果？请第三小组代表说一下你们的结论。

生：我们发现数据大概在 3400 左右均匀分布，所以可以用 3400 元反应员工的收入情况。

师：你们的结论很有道理，请坐。3400 确实是一个中间数，我们发现对这些数据进行有序的排序以后，3400 刚好在最中间，像 3400 这样的数我们就叫做中位数。那么在这里就需要给大家强调一下什么是中位数以及如何去找中位数，首先我们一定是要对一组数从小到大或者从大到小排列后，如果是奇数个数字，那么中间那个数就是中位数，如果是偶数个数字，同学们就一定要注意了，此时中位数就是中间那两个数字的平均数。而中位数也确实可以很好的反应一组数据的集中趋势，这组同学的发现很不错。还有没有别的小组的同学有其他不同结论的？手举得最快的那位同学你来说一下。

生：我们组发现大多数人的工资都是 3000 块，所以我们觉得也可以用 3000 元来反应员工的收入。

师：你们组的结论也非常精彩，有没有其他组合他们是一样的看法？也有啊，看来同学们都很善于观察。我们会发现工资是 3000 元的人最多，那么像这种在一组数据中出现次数最多的数据叫做众数。在一组数据中重复的数据比较多少的时候，众数也是可以很好的反应一组数据的集中趋势。因此在这个工作情况下，3000 也可以反应收入情况。同样，如果有两个或者多个数出现的次数一样，那众数怎么选呢？右边那

位同学你举手了你说。

生:那他们都是这组数据的众数。

师:没错,这也是大家需要注意的点呦,如果有两个或者多个数出现的次数一样,那他们都是这组数据的众数。中位数和众数的知识点都给大家介绍完了,光说不练假把式,一起看几道练习题吧。

三、巩固运用, 实践创新

师:一组数据 23、27、20、18、X、12, 它的中位数是 21, 则 X 的值是?

生: 22

师:数据 92、96、98、100、X 的众数是 96, 则其中位数是?

生: 96

四、总结体会, 反思提升

师:看来大家对知识点掌握的都很牢固, 老师想问下同学们通过今天的学习有什么收获呢? 请第一小组代表起来说一下。

生:通过今天的学习知道了中位数和众数的概念, 以及了解到它们各自反应数据的特点。以后不能只用平均数反应数据的情况了, 中位数或众数可以更好的反应数据的集中趋势。

师:说的非常全面了, 请坐。大家也都是这种收获嘛, 看大家都点了点头, 老师很欣慰。

五、课后作业, 拓展延伸

师:欢乐的时光总是短暂的, 就快下课了, 今天回去后有两个作业(1)完成课本课后练习题, (2)找一找生活中用中位数或者众数反应数据的例子并在下节课进行分享。

六、板书设计

中位数和众数

- 1.中位数: 将一组数据按大小顺序排列, 把处在中间的一个数叫这组数据的中位数。
- 2.众数: 一组数据中出现次数的数据叫做这组数据的众数。

【试题解析—答辩】

1. 怎样培养学生良好的空间观念?

【参考答案】

空间观念主要表现在:能由实物的形状想象出几何图形,由几何图形想象出实物的形状,进行几何体与其三视图、展开图之间的转化;能根据条件做出立体模型或画出图形;能从较复杂的图形中分解出基本图形,并能分析其中的基本元素及关系;能描述实物或几何图形的运动和变化;能采用适当的方式描述物体间的位置关系;能运用图形形象地描述问题,利用直观来进行思考。由此可以看出,培养学生的空间观念不是一个简单的问题,它涉及到上述的一些内容,我们在对教材相关内容进行教学时,应该了解这些内容对培养学生空间观念的重要性。具体做法主要还是借助实物,引导学生仔细观察和动手操作,并进行想象,多进行这样的活动,有利于帮助学生建立空间观念。

2. 请你说一说本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

教学目标:

- (1) 知识与技能目标:理解中位数和众数的意义并能够求一组数据中的中位数和众数。
- (2) 过程与方法目标:通过引导学生解决生活中的问题,培养学生创新意识和解决生活实际能的能力。
- (3) 情感态度与价值观目标:培养学生学习数学的兴趣并且在合作学习中学会交流,提高学生的合作意识。

3. 把信息技术和数学教学结合起来主要有哪些好处?

【参考答案】

教师运用现代多媒体信息技术对教学活动进行创造性设计,发挥计算机辅助教学的特有功能,把信息技术和数学教学的学科特点结合起来,可以使教学的表现形式更加形象化、多样化、视觉化,有利于充分揭示数学概念的形成与发展,数学思维的过程和实质,展示数学思维的形成过程,使数学课堂教学收到事半功倍的效果。

- (1) 有利于激发学生的学习积极性。

学生之所以觉得数学枯燥、无味、怕学,其原因之一是由于数学知识本身的抽象性和严谨性所决定的,再者就是受传统教学手段和方法的局限,不能有效激发学生的学习兴趣。在信息技术的教学环境下,教学信息的呈现方式是立体的、丰富的、生动有趣的。面对如此众多的信息呈现形式,学生一定会表现出强烈的好奇心理,而这种好奇心一旦发展为认知兴趣,将会表现出旺盛的求知欲,极大提高学生的参与度。

- (2) 有利于培养学生的探索能力。

数学教学过程,事实上就是学生在教师的引导下,对数学问题的解决方法进行研究、探索的过程,继而对其进行延拓、创新的过程。教师如何设计数学问题,选择数学问题就成为数学教学活动的关键。而问题又产生于情境,因此,教师在教学活动中创设情境就是组织课堂教学的核心。

- (3) 有利于帮助学生获取技能和经验。

数学是集严密性、逻辑性、精确性、创造性与想象力于一身的学科,数学教学则要求学生在教师设计的教学活动或提供的环境中通过积极的思考不断了解、理解和掌握这门科学,于是揭示思维过程、促进学生思考就成为数学教育的特殊要求。多媒体信息技术在数学教育中深藏潜力,在教学中指导学生利用多媒体信息技术学习,不仅可以帮助学生提高获取技能和经验的能力,帮助学生提高思维能力和理解能力,还

可以培养学生的主动性。

(4) 有助于减轻教师的教学工作量。

教师在备课的过程中,需要查阅大量的相关资料,庞大的书库也只有有限的资源,况且教师还一本一本地找,一页一页地翻,这个过程耗费了教师大量的时间。网络信息为教师提供了无穷无尽的教学资源,为广大教师开展教学活动开辟了一条捷径,只要在地址栏中输入网址,就可以在很短的时间内通过下载,获取自己所需要的资料,大大节省了教师备课的时间。

(5) 有助于提高教师的综合素质。

经常将多媒体信息技术用于课堂教学的教师,他的教学思想、教学理念、教学方法总是走在最前列的。教师在教学过程中应用多媒体信息技术和计算机辅助教学软件,就要求教师有相当的计算机使用技能,计算机使用技能的高低是新一代评价个人文化素质的标准。计算机信息技术的飞速发展对每个人提出了新的要求,作为教师,更应该积极地推动计算机信息技术的发展,将多媒体信息技术用于教学课堂,这样利人又利己。



《矩形性质的应用》-图形与几何

1. 题目: 八年级《矩形性质的应用》片段教学

2. 内容:



思考

如图 18.2-3, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O . 我们观察 $\text{Rt}\triangle ABC$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, BO 是斜边 AC 上的中线, BO 与 AC 有什么关系?

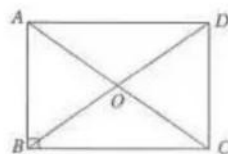


图 18.2-3

根据矩形的性质, 我们知道, $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC$. 由此, 我们得到直角三角形的一个性质:

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

例 1 如图 18.2-4, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 4$. 求矩形对角线的长.

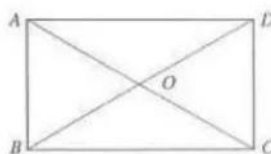


图 18.2-4

解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore AC$ 与 BD 相等且互相平分.
 $\therefore OA = OB$.
 又 $\angle AOB = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形.
 $\therefore OA = AB = 4$.
 $\therefore AC = BD = 2OA = 8$.

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容, 适当板书。

【试题解析—教案】

教学目标:

知识与技能目标: 掌握矩形的性质并学会应用。

过程与方法目标: 通过小组合作, 动手操作, 观察思考等活动, 学生培养其思维能力和观察能力, 体会数形结合的数学思想。

情感态度与价值观目标: 感受数学知识之间巧妙的关联性, 体会数形结合的美, 提高学生学习数学的兴趣。

教学重点: 掌握矩形的性质并学会应用。

教学难点: 得出三角形斜边上的中线是斜边的一半性质的推导过程。

教学过程:

一、图片展示, 引入新课

同学们, 请看大屏幕上的几组照片, 大家说一说它们是什么形状的, 有同学说是平行四边形, 也有同学说是长方形, 大家说的都对, 这是我们这节课的主角——矩形。我们把有一个角是直角的平行四边形叫做矩形, 也就是长方形, 今天我们一起研究一下, 矩形具有哪些性质和怎样的应用。(板书课题)

二、合作探究, 学习新知

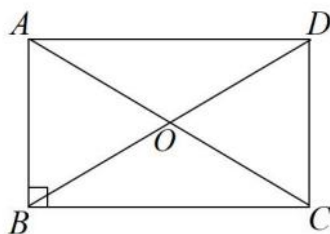
1. 小组合作, 证明性质

(1) 一般性质: 矩形具有平行四边形所有的性质。

(2) 特殊性质: 矩形的四个角都是直角; 矩形的对角线相等。

2. 师生共同推理

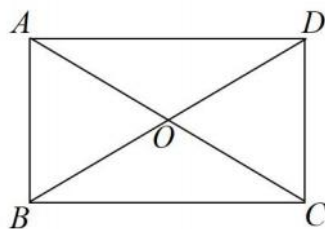
如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O 。我们观察 $\text{Rt}\triangle ABC$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, BO 是斜边的中线, BO 与 AC 有什么关系?



根据矩形的性质, 我们知道 $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC$, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

3. 利用性质, 讲解例题

课件出示例 1, 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 4$ 。求矩形对角线的长。



解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AC$ 与 BD 相等且互相平分, $\therefore OA = OB$, 又 $\angle AOB = 60^\circ$, $\therefore \triangle AOB$ 是等腰三角形, $\therefore OA = AB = 4$, $\therefore AC = BD = 2OA = 8$ 。

三、巩固运用, 实践创新

1. 如果矩形的一条对角线长为 8, 两条对角线的一个夹角为 120° 。求矩形的边长
学生独立完成, 教师巡回指导。集体共同订正。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获?

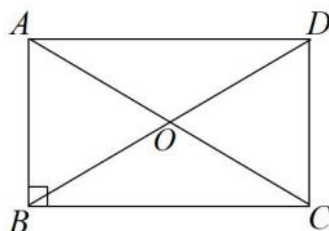
五、课后作业, 拓展延伸

习题册的 A 组基础题 1-3 题作为必做题, B 组能力拓展第 1 题作为选做题。

六、板书设计

矩形性质的应用

性质:



- ① 平行四边形的所有性质,
- ② 矩形的四个角都是直角;
- ③ 矩形的对角线相等

【试题解析—试讲稿】

一、谈话复习，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。请看大屏幕上老师给大家放的几组照片，大家说一说它们是什么形状的吗？

生：平行四边形，长方形

师：大家说的都没错，但是现在咱们已近初二了，我们把这种有一个角是直角的平行四边形叫做矩形，也就是以前的长方形有了新的名字。当然形状大家都知道，所以这节课我们不研究形状，一起来研究研究矩形都有哪些形状，以及根据性质所进行的应用是什么。

二、合作探究，学习新知

师：题目是矩形性质的应用，既然要应用，我们首先需要知道矩形都有哪些性质。再来看看咱们刚才呈现的图片，有的同学刚才说了它们都是平行四边形，那大家回顾一下，我们之前学习的平行四边形的性质什么？请左边那位手举得最快的同学你来说一下。

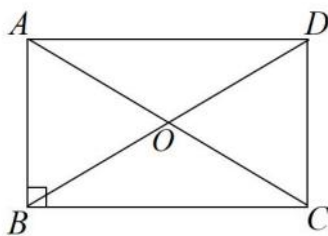
生：对边平行且相等，对角线相互平分。

师：回答很准确，看来对以前的知识掌握的还是比较牢固的，平行四边形有这样的性质，对应长方形是不是也具有这样的性质呀，因为咱们说长方形是特殊的平行四边形。也就说明长方形都具有平行四边形的性质，但是有什么性质是长方形有的而平行四边形没有的呢？右边那位同学我看你举手了，你来说吧。

生：长方形的四个角都是直角并且对角线相等。

师：说的没错，请坐，不过现在长方形已经改名叫矩形，虽然改了个名字，但是大家需要知道长方形和矩形其实是没有本质区别，也就是说矩形也具有这些性质。

师：这些性质都是我们以前学过的，所以今天我们不做主要研究，接下来大家看一下这个矩形图片，连接矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， BO 与 AC 有什么关系呢？



师：给大家三分钟的时间小组思考探究一下，时间到。第三小组代表来说一下你们组的探究结果是什么？

生：根据刚刚所回顾的矩形的性质，我们知道 $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC$ ，所以 BO 是 AC 长度的一半。

师：大家觉得他们组的结论对不对啊？没错这就是正确的，请坐。既然得到了这个结论，接下来我们在看这个图，在 $Rt\triangle ABC$ 中 AC 是它的斜边，而点 O 是什么点呢？

生：斜边 AC 的中点。

师：是的，大家观察的都很仔细，点 O 是斜边 AC 的中点，连接 BO ，说明 BO 是斜边的中线对不对，那再结合刚才咱们得到的结论，放在这个直角三角形当中怎么去形容呢？我们是不是可以说直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半啊。而这就是咱们结合矩形的性质得出的一条新的性质，并且这个性质大家在

后边解题的时候会经常用到。

师：知识点说完了，咱们的题目就完成一半了，还剩下半就行应用，同学们翻开课本看看例2，需要我们计算对角线的长度，接下来就跟着老师一起算一下。

解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ AC 与 BD 相等且互相平分，∴ $OA = OB$ ，又 $\angle AOB = 60^\circ$ ，∴ $\triangle AOB$ 是等腰三角形，∴ $OA = AB = 4$ ，∴ $AC = BD = 2OA = 8$ 。这就是此题的结果，大家都看懂了嘛。

三、巩固运用，实践创新

师：由矩形的性质延伸得到的直角三角形的性质以及应用相信大家已经明白了，但光说不练假把式，还是得自己动手算一算才能知道是否彻底掌握。大家翻开课本做一下课后的第一题，算完老师请一名同学说下答案是多少。手举得最快的那位同学你说说。

生：宽是4，长是 $4\sqrt{3}$ 。

师：大家算的和他一样吗？一样的那就没有错了，这就是正确答案。

四、总结体会，反思提升

师：看来大家对知识点掌握的都很牢固，老师想问下同学们通过今天的学习有什么收获呢？请第一小组代表起来说一下。

生：通过矩形的性质得出直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。并且能用这个性质进行应用和解题。

师：说的非常全面了，请坐。

五、课后作业，拓展延伸

师：欢乐的时光总是短暂的，就快下课了，今天回去后有两个作业（1）完成课本课后练习题，（2）找一找生活中还有哪些事物体现了矩形的性质或者直角三角形的性质，并在下节课进行分享。

六、板书设计

矩形性质的应用

性质：

- ① 平行四边形的所有性质，
- ② 矩形的四个角都是直角；
- ③ 矩形的对角线相等

【试题解析—答辩】

1. 请你简要说一说代入消元法的概念和用代入消元法解二元一次方程组的步骤。

【参考答案】

(1) 概念: 将方程组中一个方程的某个未知数用含有另一个未知数的代数式表示出来, 代入另一个方程中, 消去一个未知数, 得到一个一元一次方程, 最后求得方程组的解, 这种解方程组的方法叫做代入消元法, 简称代入法。

(2) 代入法解二元一次方程组的步骤

- ①选取一个系数较简单的二元一次方程变形, 用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数;
- ②将变形后的方程代入另一个方程中, 消去一个未知数, 得到一个一元一次方程 (在代入时, 要注意不能代入原方程, 只能代入另一个没有变形的方程中, 以达到消元的目的.);
- ③解这个一元一次方程, 求出未知数的值;
- ④将求得的未知数的值代入变形后的方程中, 求出另一个未知数的值;
- ⑤联立两个未知数的值, 最终所得结果就是方程组的解;
- ⑥最后代入原方程组中进行检验。

2. 请你说一说矩形的性质和判定方法。

【参考答案】

(1) 矩形的性质定理: ①矩形的对边平行且相等; ②矩形的四个角都是直角。

(2) 矩形的性质定理: ①矩形的对角线相等: 平行四边形 ABCD: $AC=BD$ ②矩形的对角线相互平分: 平行四边形 ABCD 是矩形: $OA=OC$, $OB=OD$, 矩形的对角线相等, 我们可以通过勾股定理证明。

(3) 矩形的判定:

判定定理 1: 有三个角是直角的四边形是矩形。

判定定理 2: 对角线相等的平行四边形是矩形。

我的答辩完毕, 谢谢各位老师, 老师辛苦了。

3. 为了使你的数学课效果更好, 你应注意哪些细节?

【参考答案】

(1) 真诚。记住每一个学生的名字。教师上课时能熟记并且随时叫出学生的名字, 学生就会感到获得了尊重, 自然对教师产生了信任感、亲切感, 这种情况下的教学效果往往会很好。

(2) 准备。课前要“胸有成竹”。教师唯有备课时的全面考虑与周密设计, 才会有课堂上的有效引导与动态生成, 才会有课堂中的游刃有余。

(3) 守时。提前三分钟进教室。老师提前进教室, 便于做好课前准备, 了解学生的情况, 稳定学生的情绪, 从而有效提高课堂效率。

(4) 课前引导。有效地用好上课的前三分钟, 使学生对本堂课所要学习的问题产生浓厚的兴趣, 将学习变成一种自我需要。

(5) 第一印象。教师的第一节课, 应该是拉近和学生的距离, 培养学生对这门学科的兴趣, 有了兴趣, 教师以后的教学就会顺畅。

(6) 投入。教师上课要充满激情, 富有激情的课堂能激起学生渴求知识、努力学习的激情, 从而有效调动学生探究问题的主动性和积极性。

(7) 真实。从教学的角度而言,真实更是必不可少的,很多优秀的教师都能很坦率地以真实的人的形象出现在学生面前,赢得了学生的尊重,学生也因此爱听他们的课。

(8) 换位思考。了解学生,体谅学生的苦衷,就会被学生从心底里接受。

(9) 尊重。给学生自由的空间。尊重孩子的个性、特长,就意味着为孩子提供了自由广阔的发展空间,也就意味着孩子的精神生命能够自由呼吸。

(10) 有序。课堂要立规矩。积极、向上、有序的课堂规则,会使师生之间目标一致,形成愉快和谐的课堂气氛,从而促进学生养成良好的课堂行为,激发学生的成就动机和进取心。



《一次函数与一元一次不等式的关系》-数与代数

1. 题目：八年级《一次函数与一元一次不等式的关系》片段教学

2. 内容：



思考

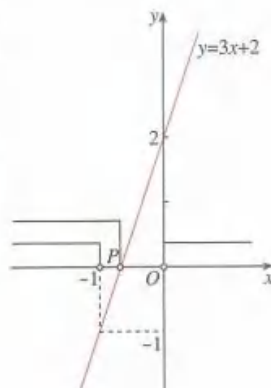
下面3个不等式有什么共同点和不同点？你能从函数的角度对解这3个不等式进行解释吗？

(1) $3x+2>2$; (2) $3x+2<0$; (3) $3x+2<-1$.

可以看出，这3个不等式的不等号左边都是 $3x+2$ ，而不等号及不等号右边却有不同。从函数的角度看，解这3个不等式相当于在一次函数 $y=3x+2$ 的函数值分别大于2、小于0、小于-1时，求自变量 x 的取值范围。或者说，

在直线 $y=3x+2$ 上取纵坐标分别满足大于2、小于0、小于-1的点，看它们的横坐标分别满足什么条件（图19.2-7）。

因为任何一个以 x 为未知数的一元一次不等式都可以变形为 $ax+b>0$ 或 $ax+b<0$ ($a\neq 0$) 的形式，所以解一元一次不等式相当于在某个一次函数 $y=ax+b$ 的函数值大于0或小于0时，求自变量 x 的取值范围。



3. 基本要求：

- (1) 试讲需在10分钟之内；
- (2) 掌握一次函数与一元一次不等式的关系；
- (3) 授课思路要具有条理性、并适时的与学生进行互动；
- (4) 按课题需要进行板书，板书要清晰，并与讲解相结合。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 能够从函数的角度来解一元一次不等式,并能利用这一关系来解不等式。
2. 经历探究一次函数与一元一次不等式之间的关系的过程,培养发现问题、分析问题以及解决问题的能力。
3. 体会数学知识之间的密切联系,提高学习数学的兴趣和积极性。

教学重点: 一次函数与一元一次不等式的关系。

教学难点: 运用一次函数与一元一次不等式的关系解决问题。

教学过程:**一、导入新课**

教师带领学生回顾一次函数与一元一次方程之间的关系,指出它们之间具有密切的联系,并提问:那么,一次函数与一元一次不等式之间又有什么关系呢?进而揭示课题:一次函数与一元一次不等式的关系。

三、探究新知

活动 1: 初步感知一次函数与一元一次不等式的关系

借助多媒体呈现思考中的问题,组织学生观察,并提问:下面 3 个不等式有什么共同点和不同点?你能从函数的角度对解这 3 个不等式进行解释吗?组织同学交流。

预设学生可以看出,这 3 个不等式的不等号左边都是 $3x+2$,而不等号右边却有不同。

师生共同总结:从函数的角度看,解这 3 个不等式相当于在一次函数 $y=3x+2$ 的函数值分别大于 2、小于 0、小于 -1 时,求自变量 x 的取值范围。

活动 2: 深入探究一次函数与一元一次不等式的关系

引导学生画出一元一次函数 $y=3x+2$ 的函数图象,组织学生小组讨论交流,在直线 $y=3x+2$ 上取纵坐标分别满足大于 2、小于 0、小于 -1 的点,结合图象观察它们的横坐标分别满足什么条件。

师生共同总结:因为任何一个以 x 为未知数的一元一次不等式都可以变形为 $ax+b>0$ 或 $ax+b<0$ ($a\neq 0$) 的形式,所以解一元一次不等式,相当于在某个一次函数 $y=ax+b$ 的函数值大于 0 或小于 0 时,求自变量 x 的取值范围。从图象的角度看,就是确定直线 $y=ax+b$ 在 x 轴上(或下)方部分所有的点的横坐标所组成的集合。

三、巩固提高

PPT 呈现题目。

学生的学习是一个循序渐进的过程,练习环节引导学生完成课后练习第 1 小题。

四、课堂小结

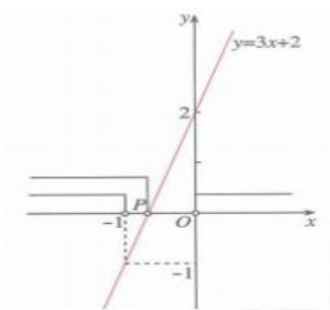
知识的学习在于交流和分享,小结环节教师提问:本节课你有什么收获?学生自由交流讨论,回答后教师补充完善。

五、布置作业

1. 完成练习册对应题目。
2. 尝试把今天所学运用到实际生活中。

六、板书设计:

一次函数与一元一次不等式的关系



$$3x + 2 > 2$$

$$3x + 2 < 0$$

$$3x + 2 < -1$$

$$y = 3x + 2$$



【试题解析—试讲稿】

一、导入新课

师:上课!同学们好,同学们请坐!

师:同学们,我们之前从函数的角度来解释了一元一次方程。哪位同学能帮我们回忆一下一元一次方程和一次函数的联系呢?

师:请靠窗边这位男生,请你来。

师:看来你对之前的知识掌握的不错,请坐。他说从函数的角度来看,解一元一次方程就相当于在某一个一次函数 $y = ax + b$ 的函数值为 0 时,求自变量 x 的值。

师:同桌还想说,同桌再来补充一下。

师:同桌说因为任何一个以 x 为未知数的一元一次方程都可以转化为 $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) 的形式。而且从图形上来看,方程的解就相当于已知直线 $y = ax + b$ 与 x 轴交点的横坐标的值。

师:你补充的真的是太全面了。是的,一次函数和一元一次方程之间存在着密切的联系,那么,从函数的角度来看,一次函数与一元一次不等式之间具有什么样的关系呢?这节课咱们就一起来寻找答案,一起走进今天的课堂——一次函数与一元一次不等式的关系。

二、探究新知

师:接下来,请大家看一下大屏幕上的这三个不等式,(1) $3x + 2 > 2$ (2) $3x + 2 < 0$ (3) $3x + 2 < -1$ 。这三个不等式有什么共同点和不同点呢?

师:看来这个问题很简单,大家一下子就看出来了,这 3 个不等式的不等号左边都是 $3x + 2$ 。

师:那不同点呢?

师:你们观察的可真仔细,是的,这三个不等式不等号右边却有不同。那么,同学们你们能从函数的角度对解这 3 个不等式进行解释吗?现在,请同学们先独立思考,然后同学之间相互交流一下,说一说你们的发现,开始吧。

师:我看同学们交流的声音越来越小了,想必已经有答案了,哪位同学愿意跟大家分享一下你的发现呢?请最后排那位女生吧。

师:你不仅说的清晰,而且表达也很规范呢,请坐。刚才这位同学说,从函数的角度看,解这 3 个不等式相当于在一次函数 $y = 3x + 2$ 的函数值分别大于 2、小于 0、小于 -1 时,求自变量 x 的取值范围。

师:老师看到还有的同学想要来补充,请第三排的男生,你来说吧。

师:你说还可以画图来解释。看来你能想到上节课咱们研究函数和方程之间的关系时借助到的数形结合的思想,你灵活运用知识的能力可真强、请坐。

师:下面请同学们先独立画出一个函数 $y = 3x + 2$ 的图象,并尝试着结合图象来解释你们的发现。然后可以前后桌四人小组合作探究。5 分钟时间,现在开始。

师:在进行作图的时候,一定要严格规范。

师:可以从函数值的角度来考虑,也可以从函数图象的角度来看,数形结合可以更直观。

师:我看同学们都停止讨论了,谁来说一说你们交流的结果呢?第一小组已经举手了,你们组派个代表来说下吧。

师:你们认为结合图象,可以在直线 $y = 3x + 2$ 上取纵坐标分别满足大于 2、小于 0、小于 -1 的点,观察它们的横坐标分别满足什么条件,也就是相对应的不等式的解集。

师：你们小组结合图象给出了两者之间的关系，你们小组真厉害！

师：那么哪个小组能来总结一下为什么呢，第三小组，你们的小组代表来说说。

师：你们小组认为，类比一元一次方程和一次函数的关系，那么任何一个以 x 为未知数的一元一次不等式都可以变形为 $ax+b>0$ 或 $ax+b<0$ ($a\neq 0$) 的形式，所以解一元一次不等式，相当于在某个一次函数 $y=ax+b$ 的函数值大于 0 或小于 0 时，求自变量 x 的取值范围。从图象的角度看，就是确定直线 $y=ax+b$ 在 x 轴上(或下)方部分所有的点的横坐标所组成的集合。

师：思路严谨，表达清晰有条理，真棒。我们给他们小组鼓个掌吧！

三、巩固提高

师：那么接下来咱们趁热打铁，请同学们根据刚才学过的知识来解决一下大屏幕上习题，并通过画出图象来进行解释。

师：看着同学们自信的眼神，相信这道题目也难不倒你们，看来是都做对了。

四、课堂小结

师：愉快的一节课马上就要结束了，谁能来给大家分享今天的学习成果？

师：你不仅知道了一次函数和一元一次不等式之间的关系，而且还能运用这一关系来解不等式。

师：你还知道了数形结合更直观。

师：看来同学们的收获真不少呢！

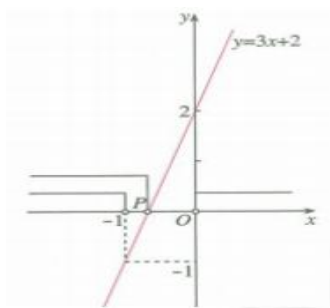
五、布置作业

师：数学的学习不仅局限于课堂，课下老师给同学们布置两个小任务。

1. 完成练习册对应题目。
2. 尝试把今天所学运用到实际生活中。

六、板书设计：

一次函数与一元一次不等式的关系



$$3x+2>2$$

$$3x+2<0$$

$$3x+2<-1$$

$$y=3x+2$$

【试题解析一答辨】

1. 一次函数与二元一次方程的关系是什么?

【参考答案】

一次函数可以看成二元一次方程,两者图形一样,但意义不同。二元一次方程的图形表示的是点的运动轨迹。而一次函数图像表示的是 x , y 通过图像的依赖关系。二元一次方程中, x , y 是平等的两个未知数,而一次函数中 y 是依赖于 x 的。

一次函数是函数中的一种,一般形如 $y=kx+b(k \neq 0)$,其中 x 是自变量, y 是因变量。特别地,当 $b=0$ 时, $y=kx(k \neq 0)$, y 叫做 x 的正比例函数。

适合一个二元一次方程的每一对未知数的值,叫做这个二元一次方程的一个解。每个二元一次方程都有无数对方程的解,由二元一次方程组成的二元一次方程组才可能有唯一解,二元一次方程组常用加减消元法或代入消元法转换为一元一次方程进行求解。

2. 为了使你的数学课效果更好,你应注意哪些细节?

【参考答案】

(1) 真诚。记住每一个学生的名字。教师上课时能熟记并且随时叫出学生的名字,学生就会感到获得了尊重,自然对教师产生了信任感、亲切感,这种情况下的教学效果往往会很好。

(2) 准备。课前要“胸有成竹”。教师唯有备课时的全面考虑与周密设计,才会有课堂上的有效引导与动态生成,才会有课堂中的游刃有余。

(3) 守时。提前三分钟进教室。老师提前进教室,便于做好课前准备,了解学生的情况,稳定学生的情绪,从而有效提高课堂效率。

(4) 课前引导。有效地用好上课的前三分钟,使学生对本堂课所要学习的问题产生浓厚的兴趣,将学习变成一种自我需要。

(5) 第一印象。教师的第一节课,应该是拉近和学生的距离,培养学生对这门学科的兴趣,有了兴趣,教师以后的教学就会顺畅。

(6) 投入。教师上课要充满激情,富有激情的课堂能激起学生渴求知识、努力学习的激情,从而有效调动学生探究问题的主动性和积极性。

(7) 真实。从教学的角度而言,真实更是必不可少的,很多优秀的教师都能很坦率地以真实的人的形象出现在学生面前,赢得了学生的尊重,学生也因此爱听他们的课。

(8) 换位思考。了解学生,体谅学生的苦衷,就会被学生从心底里接受。

(9) 尊重。给学生自由的空间。尊重孩子的个性、特长,就意味着为孩子提供了自由广阔的发展空间,也就意味着孩子的精神生命能够自由呼吸。

(10) 有序。课堂要立规矩。积极、向上、有序的课堂规则,会使师生之间目标一致,形成愉快和谐的课堂气氛,从而促进学生养成良好的课堂行为,激发学生的成就动机和进取心。

3. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

函数、方程、不等式都是刻画现实世界中量与量之间变化规律的重要模型。本节内容是在学生学习一次函数、一元一次不等式后,再从函数的角度对一元一次不等式和一次方程重新进行了分析,渗透三者间的内在联系,利用函数与不等式的结合,培养学生“数形结合”的思想,提高应用函数知识分析、解决实际

数学问题的能力。它不是简单的回顾复习,而是居高临下的进行动态分析,帮助学生从整体上认识不等式。

基于此,确定如下教学目标:

1. 能够从函数的角度来解一元一次不等式,并能利用这一关系来解不等式。
2. 经历探究一次函数与一元一次不等式之间的关系的过程,培养发现问题、分析问题以及解决问题的能力。
3. 体会数学知识之间的密切联系,提高学习数学的兴趣和积极性。



《直角三角形的中线性质的性质》-图形与几何

1. 题目：八年级《直角三角形的中线性质的性质》片段教学

2. 内容：



思考

如图 18.2-3，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O 。我们观察 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， BO 是斜边 AC 上的中线， BO 与 AC 有什么关系？

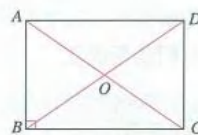


图 18.2-3

根据矩形的性质，我们知道， $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC$ 。由此，我们得到直角三角形的一个性质：

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

例 1 如图 18.2-4，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $AB = 4$ 。求矩形对角线的长。

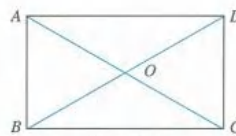


图 18.2-4

解： \because 四边形 $ABCD$ 是矩形，
 $\therefore AC$ 与 BD 相等且互相平分。
 $\therefore OA = OB$ 。
 又 $\angle AOB = 60^\circ$ ，
 $\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形。
 $\therefore OA = AB = 4$ 。
 $\therefore AC = BD = 2OA = 8$ 。

练习

1. 求证：矩形的对角线相等。
2. 一个矩形的一条对角线长为 8，两条对角线的一个交角为 120° 。求这个矩形的边长（结果保留小数点后两位）。
3. 矩形是轴对称图形吗？如果是，它有几条对称轴？

3. 基本要求：

- (1) 试讲需在 10 分钟之内；
- (2) 掌握直角三角形的中线性质的性质；
- (3) 授课思路要具有条理性、并适时的与学生进行互动；
- (4) 按课题需要进行板书，板书要清晰，并与讲解相结合。

【试题解析—教案】

教学目标:

1. 掌握直角三角形的中线性质的性质, 知道直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。
2. 学生经历合作探究以及推理过程中, 提高逻辑思维能力。
3. 在性质应用过程中培养独立思考的习惯, 在数学活动中获得成功的体验, 提高克服困难的勇气和信心。

教学重点: 直角三角形斜边中线的性质。

教学难点: 直角三角形斜边中线性质的灵活应用。

教学过程:**一、导入新课**

通过 PPT 出示矩形 ABCD, 提问学生: 我们之前学习过有关平行四边形和矩形的相关性质, 大家还记得吗?

预设学生可以回答: 平行四边形对边相等, 对角相等, 对角线互相平分, 矩形四个角都是直角, 矩形的对角线相等。根据学生的回答引出可以利用矩形的性质研究直角三角形的一个性质。引出今天的新课。

二、探究新知

活动 1: 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

出示图片 18.2-3, 矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 观察 Rt△ABC, 在 Rt△ABC 中, BO 是斜边 AC 上的中线, BO 与 AC 有什么关系? 请学生猜想。

学生初步猜想 BO 是 AC 的一半。然后组织学生小组间交流讨论, 学生讨论结束后, 请学生汇报讨论成果。

学生会得到 $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC$, 请学生进一步说明原因, 学生根据矩形是特殊的平行四边形, 对角线互相平分得到 $BO = \frac{1}{2}BD$, 又通过矩形的对角线相等性质得到 $BD=AC$, 由此得到 $BO = \frac{1}{2}AC$ 。

师生共同总结: 通过平行四边形性质和矩形性质得到直角三角形的一个性质, 即直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

活动 2: 直角三角形斜边中线性质的应用

出示图 18.2-4, 矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相较于点 O, $\angle AOB=60^\circ$, $AB=4$, 求矩形对角线的长。请学生独立思考写出证明过程。

学生根据 $\angle AOB=60^\circ$, 矩形对角线平分且相等得到△AOB 是等边三角形, $OA=AB$ 。通过直角三角形斜边上的中线的性质得到矩形对角线的长度 $AC=BD=8$ 。并在 PPT 中展示证明过程。

∵ 四边形 ABCD 是矩形

∴ AC 与 BD 相等且互相平分。

∴ $OA=OB$

又 $\angle AOB = 60^\circ$

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形

$\therefore OA = AB = 4$

$\therefore AC = BD = 2OA = 8$

三、巩固提高

PPT 呈现题目。

学生的学习是一个循序渐进的过程，练习环节引导学生完成课后练习第 1 小题。

四、课堂小结

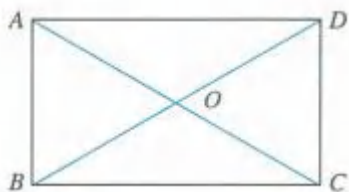
知识的学习在于交流和分享，小结环节教师提问：本节课你有什么收获？学生自由交流讨论，回答后教师补充完善。

五、布置作业

1. 完成练习册对应题目。
2. 尝试把今天所学运用到实际生活中。

六、板书设计：

直角三角形的中线性质



$$BO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} AC$$

【试题解析—试讲稿】

一、导入新课

师:同学们准备好了吗?上课!同学们好!请坐!

师:最近我们在学习平行四边形和矩形的性质,大家能不能一起来回顾一下他们的性质呢?

师:这位靠窗的同学来说一下平行四边形的性质有哪些?

师:刚才这位同学说,平行四边形对边相等,对角相等,对角线互相平分。回顾得非常全面,从角、边、对角线说了平行四边形的性质。还有同学能不能帮我们回顾一下矩形的性质呢?

师:最后一排的同学说矩形的四个角都是直角,矩形的对角线相等。

师:看来大家对之前掌握的知识非常牢固,上节课我们运用平行四边形的判定和性质研究了三角形的中位线,那今天这节课我们看一看用矩形的性质还可以研究三角形的什么性质呢?

二、探究新知

师:大家请看大屏幕上图片 18.2-3,矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O,观察 Rt△ABC,在 Rt△ABC 中,BO

是斜边 AC 上的中线,BO 与 AC 有什么关系呢?

师:有同学猜想说 BO 应该是 AC 的一半,我们数学不仅要大胆猜测,而要有有理有据的说明才行。接下来先独立思考,然后小组之间讨论交流证明一下我们的猜想。开始吧!

师:时间到,刚才老师在巡视的时候发现大家讨论的非常激烈,证明过程也非常规范。哪位同学可以代表你们小组分享一下思路呢?第二小组的同学来说一下吧!

师:这位同学说在矩形 ABCD 中两条对角线 $BD=AC$,又因为矩形是特殊的平行四边形,所以对角线互相平分 $AO=OC$, $BO=OD$,所以 $BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}AC$,BO 是 AC 的一半。

师:这位同学思路清晰,逻辑严谨。接下来,请几个小组的同学上黑板板书一下证明过程。这几位同学的证明过程都很规范,书写仔细工整。大家经过小组合作证明了自己的猜想,同时我们也得到了有关直角三角形的一个性质:那就是直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。大家一起回顾一下,我们主要借助什么来证明的呢?

师:对,通过矩形对角线平分且相等的性质来证明的。

师:我们利用直角三角形斜边中线的性质可以解决很多问题,我们先来看这样的一道题目,看大屏幕中的图片,矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle AOB=60^\circ$, $AB=4$,求矩形对角线的长。这道题看起来不是很简单,哪位同学可以说一下思路呢?

师:这位同学说先罗列已知条件,才能去推导出未知。已知条件有矩形 ABCD,可以想矩形的相关性质,AC 和 BD 相等, $\angle AOB=60^\circ$ 说明三角形 OAB 是等边三角形。可以得到 $OA=OB=AB=4$,再根据直角三角形斜边中线的性质就可以得到矩形对角线的性质了。

师:这位同学思维敏捷,给我们提供了很好的思路,大家独立完成推导过程。注意过程要规范。

师:请一位同学分享一下推导过程。这位穿白衣服的同学。

师:刚这位同学说先写解,

解: \because 四边形 ABCD 是矩形

\therefore AC 与 BD 相等且互相平分。

\therefore OA=OB

又 $\angle AOB=60^\circ$

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形

\therefore OA=AB=4

\therefore AC=BD=2OA=8

师: 这位同学的推导过程非常详细。我们可以看出利用直角三角形斜边上中线的性质可以利用在矩形等的知识证明过程中。

三、巩固提高

师: 我们来看一下练习题中, 怎样运用直角三角形斜边上中线的性质去解决一些问题。来看这样的一道题目, \square ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle AOB=60^\circ$, AB=4, 求 \square ABCD 的面积。

师: 已经有同学算出来了, 你来说一下你的答案。

师: 这位同学说根据直角三角形斜边上中线的性质求出对角线的长度, 再根据勾股定理求出边长, 后计算出面积是 $8\sqrt{3}$, 其他同学赞同这位同学的答案吗?

师: 大家都赞同, 说明大家知识掌握非常灵活。

四、课堂小结

师: 我们今天的数学课堂就要接近尾声了, 大家又学到了新的知识, 谁能给大家来回顾一下本节课的主要内容?

师: 这位靠窗的同学说我们根据矩形的性质, 推导出直角三角形的一个性质就是直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。还有同学有补充吗?

师: 这位同学说在推导过程中逻辑要严谨, 直角三角形斜边上的性质不仅可以在直角三角形中应用, 还可以应用到其他几何图形中。

师: 看来大家已经学会了融会贯通, 老师为大家感到高兴。

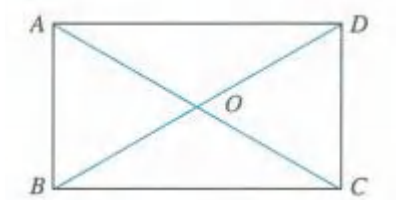
五、布置作业

师: 课堂的时间总是有限的, 课下里同学们仍需努力, 布置两个任务:

1. 完成练习册对应题目。
2. 尝试把今天所学运用到实际生活中。

六、板书设计:

直角三角形的中线性质的性质



$$BO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} AC$$



【试题解析一答辩】

1. 三角形的重心、内心和外心分别是什么？

【参考答案】

①三角形的三条边的中线交于一点，该点叫做三角形的重心，重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1；重心和三角形任意两个顶点组成的 3 个三角形面积相等。

②三角形内切圆的圆心叫做三角形的内心，内心的性质：三角形的三条内角平分线交于一点，该点即为三角形的内心；直角三角形的内心到边的距离等于两直角边的和减去斜边的差的二分之一。

③三角形外接圆的圆心叫做三角形的外心，外心的性质：三角形的三条边的垂直平分线交于一点，该点即为该三角形外心；当三角形为锐角三角形时，外心在三角形内部，当三角形为钝角三角形时，外心在三角形外部，当三角形为直角三角形时，外心在斜边上。

2. 在数学的世界里，如何理解“授之以鱼不如授之以渔”？

【参考答案】

“授之以鱼不如授之以渔”，传统的教育注重数学知识的传授而忽略了对数学思想和方法教学。数学思想方法是数学的灵魂，对学生数学能力的形成和发展具有十分重要的作用，学生只有在掌握了思想方法才能触类旁通，而这正是学生需要的“渔”。小学是学生学习数学知识的启蒙时期，这一阶段注意给学生渗透基本的数学思想方法尤为重要。因此在数学教学中，教师应在传授知识的同时，注重数学思想方法的渗透，才能拓宽、深化学生的思维。这对于培养学生数学学习能力，提高学生素质具有十分重要的意义。

3. 本节课的教学目标是什么？

【参考答案】

本节课是在学生学完了三角形，平行四边形内容之后作为三角形和四边形知识的应用和深化。三角形中位线定理的推证是以平行四边形的有关定理为依据的，是平行四边形知识的综合应用。本节内容不是本章的重点和难点，但，是三角形的一个重要性质定理，在证明两直线平行和论证线段倍分关系时常常要用到，也为下一节梯形中位线定理的证明作好充分理论上的准备。因此，本节课内容对知识起到了承前启后的作用。

基于此，确定如下教学目标：

(1) 掌握直角三角形的中线性质的性质，知道直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

(2) 学生经历合作探究以及推理过程中，提高逻辑思维能力。

(3) 在性质应用过程中培养独立思考的习惯，在数学活动中获得成功的体验，提高克服困难的勇气和信心。

高中数学

《三角函数的周期性》-数与代数

1. 题目:《三角函数的周期性》

2. 内容:

1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质

探究

根据正弦函数和余弦函数的图象,你能说出它们具有哪些性质?

下面我们研究正弦函数、余弦函数的主要性质.

(1) 周期性

从前面的学习中我们已经看到,正弦函数值具有“周而复始”的变化规律,这一点可以从正弦线的变化规律中看出,还可以从诱导公式

$$\sin(x+2k\pi) = \sin x \quad (k \in \mathbb{Z})$$

中得到反映,即当自变量 x 的值增加 2π 的整数倍时,函数值重复出现.数学上,用周期性这个概念来定量地刻画这种“周而复始”的变化规律.

对于函数 $f(x)$,如果存在一个非零常数 T ,使得当 x 取定义域内的每一个值时,都有

$$f(x+T) = f(x),$$

那么函数 $f(x)$ 就叫做**周期函数** (periodic function),非零常数 T 叫做这个函数的**周期** (period).

周期函数的周期不止一个,例如, $2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ 以及 $-2\pi, -4\pi, -6\pi, \dots$ 都是正弦函数的周期.事实上,任何一个常数 $2k\pi (k \in \mathbb{Z} \text{ 且 } k \neq 0)$ 都是它的周期.

如果在周期函数 $f(x)$ 的所有周期中存在一个最小的正数,那么这个最小正数就叫做 $f(x)$ 的**最小正周期** (minimal positive period).例如,正弦函数的最小正周期是 2π .

根据上述定义,我们有:

正弦函数是周期函数, $2k\pi (k \in \mathbb{Z} \text{ 且 } k \neq 0)$ 都是它的周期,最小正周期是 2π .

类似地,请同学们自己探索一下余弦函数的周期性,并将得到的结果填在横线上:

例2 求下列函数的周期:

(1) $y = 3\cos x, x \in \mathbb{R};$

(2) $y = \sin 2x, x \in \mathbb{R};$

(3) $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right), x \in \mathbb{R}.$

解: (1) 因为

$$3\cos(x+2\pi) = 3\cos x,$$

所以由周期函数的定义可知,原函数的周期为 2π .

(2) 因为

$$\sin 2(x+\pi) = \sin(2x+2\pi) = \sin 2x,$$

所以由周期函数的定义可知,原函数的周期为 π .

(3) 因为

$$2\sin\left[\frac{1}{2}(x+4\pi) - \frac{\pi}{6}\right] = 2\sin\left[\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi\right] = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right),$$

所以由周期函数的定义可知,原函数的周期为 4π .

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容, 适当板书。



【试题解析—教案】

核心素养:

1. 理解周期函数的概念, 并会判断一些简单的、常见的函数的周期性, 会求一些简单三角函数的周期。
2. 通过从生活实际问题出发逐步抽象出函数周期性的定义, 增强分析问题、解决问题的能力。
3. 培养数学来源于生活的思维方式, 理解未知转化已知的数学方法, 激发数学学习兴趣, 培养对数学的亲近感。

教学重点: 理解周期函数的概念并会求一些简单三角函数的周期。

教学难点: 运用周期函数解决实际问题。

教学过程:**一、创设情境, 引入新课**

问题情境: 现实生活中有许多周而复始的现象: 如“日出日落”, “月亮的阴晴圆缺”等, 数学中也有很多这样的例子, 如: 1. 今天是周二, 7 天后呢? 14 天后呢? 2. 观察摩天轮的转动; 3. 观察大屏幕上一个周期函数的函数图象……。

问题 1: 上面的几个例子有什么共同特征呢? 通过前面三角函数线的学习, 我们知道每当角增加或减少 2π 时, 所得角的终边与原来角的终边相同, 因而两角的正弦函数值也相同, 正弦函数的这种性质叫周期性。不但正弦函数具有这种性质, 其它的三角函数和很多的非三角函数也都具有这样的性质, 这就是今天研究的课题: 三角函数的周期性。

二、合作探究, 学习新知**1. 归纳周期函数定义:**

对于函数 $f(x)$, 如果存在一个非零常数 T , 使得当 x 取定义域内的每一个值时, 都有 $f(x+T)=f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做周期函数。非零常数 T 叫做这个函数的周期。

引导学生思考: 周期函数只有一个周期吗?

从而得到结论: 周期函数的周期不止一个。例如 $2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ 和 $-2\pi, -4\pi, -6\pi, \dots$ 都是正弦函数的周期。

提问: 周期函数有没有最小的一个周期呢?

学生独立思考, 教师指名回答。得到函数是有最小周期的, 进而得出最小正周期的概念: 如果再周期函数 $f(x)$ 的所有周期中存在一个最小的正数, 那么这个最小正数就叫做函数 $f(x)$ 的最小正周期。

所以对于正弦函数我们就可以说: 正弦函数是周期函数。 $2k\pi (k \in \mathbf{Z} \text{ 且 } k \neq 0)$ 都是它的周期, 最小正周期是 2π 。

2. 例题讲解

求下列函数的周期性

(1) $y = 3\cos x, x \in \mathbf{R};$

(2) $y = \sin 2x, x \in \mathbf{R};$

$$(3) y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right), x \in \mathbf{R}$$

解析: (1) 因为 $3\cos(x+2\pi) = 3\cos x$, 所以由函数周期性的定义可知, 原函数的周期为 2π 。

(2) 因为 $\sin 2(x+\pi) = \sin(2x+2\pi) = \sin 2x$, 所以由函数周期性的定义可知, 原函数的周期为 π 。

(3) 因为 $2\sin\left[\frac{1}{2}(x+4\pi) - \frac{\pi}{6}\right] = 2\sin\left[\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi\right] = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$, 所以由函数周期性的定义可知,

原函数的周期为 4π 。

三、巩固运用, 实践创新

出示教材练习题第 2 题, 课堂上先完成前 2 个。

2. 求下列函数的周期:

$$(1) y = \sin \frac{3}{4}x, x \in \mathbf{R};$$

$$(2) y = \cos 4x, x \in \mathbf{R};$$

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获?

师生共同总结: ①对于函数 $f(x)$, 如果存在一个非零常数 T , 使得当 x 取定义域内的每一个值时, 都有 $f(x+T) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做周期函数。非零常数 T 叫做这个函数的周期。②正弦函数是周期函数。 $2k\pi (k \in \mathbf{Z} \text{ 且 } k \neq 0)$ 都是它的周期, 最小正周期是 2π 。

五、课后作业, 拓展延伸

完成课后练习第 1 题和第 3 题。

六、板书设计

三角函数的周期性

1. 周期函数: $f(x+T) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做周期函数。非零常数 T 叫做这个函数的周期。

2. 正弦函数是周期函数。 $2k\pi (k \in \mathbf{Z} \text{ 且 } k \neq 0)$ 都是它的周期, 最小正周期是 2π 。

【试题解析—试讲稿】

一、创设情境，引入新课

师：上课！同学们好，请坐！

师：各位同学，在我们生活中其实有很多周而复始的现象：例如太阳的“日出日落”，“月亮的阴晴圆缺”，它们都存在着这样的周而复始的变化，那同学们，你们能不能举出一些例子，在我们数学中有没有一些周而复始的变化呢？

师：哦，我听到左边有同学说，今天是周二，7天以后是周二，14天以后也是周二，你的想法很独特，非常好啊！

师：嗯，老师听到这边的同学也说，摩天轮的转动也是周而复始的。

师：刚刚各位同学的发现其实都是非常棒的，大家看一下老师在屏幕上展示的这样一个函数图像，在之前我们学习三角函数线的时候，我们就已经知道对于我们正弦函数、余弦函数而言，每增加或减少 2π 时，最终角的终边与原来角的终边是重合的，这说明对于我们的三角函数也是有周期性的，其实不仅仅是三角函数，一些非三角函数也都存在着类似的性质，因此我们这节课一起来研究：三角函数的周期性。

二、合作探究，学习新知

师：好，首先请同学们自主阅读课本，我们教材上有关于周期函数的概念，等一会老师和大家一起来总结一下。

师：好，老师看大家已经读的差不多了，我们来说一下，什么是周期函数，其实周期函数说的就是对于函数 $f(x)$ ，如果存在一个非零常数 T ，使得函数的定义域内的每一个 x 的取值，都满足 $f(x+T)=f(x)$ ，我们就把函数 $f(x)$ 就叫做周期函数。非零常数 T 叫做函数 $f(x)$ 的周期。

师：好，大家知道了关于我们周期函数的定义，老师有一个问题想问大家，周期函数只有一个周期吗？

师：大家都在摇头啊，周期函数不止一个周期，为什么呀？噢，我听到有同学说，例如我们的正弦函数，它的 $2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots -2\pi, -4\pi, -6\pi, \dots$ 都可以叫做它的周期。

师：同学们非常聪明啊，那既然周期函数有这么多的周期，有没有一个最小的周期呢？好，老师想请第三排的同学说。

生：函数是有最小周期的。

师：嗯，你说有最小周期，好，请坐！这位同学其实已经说出来了，在我们这么多形形色色的周期中，我们确实存在一个最小的正周期，对于我们函数 $f(x)$ 的周期 T 而言，如果存在一个最小的正数满足我们的周期，我们就把这个周期叫做最小正周期。大家想一下，对于我们正弦函数 $\sin x$ 而言，它的最小正周期是多少啊，嗯。全班同学都告诉我了，是 2π ，那余弦函数呢？哦，余弦函数是一样的，因为他们都是一样的，增加或减少 2π ，它的终边始终保持不变对不对。

师：好，这就是关于最小正周期的一个概念，那现在啊，老师出几道题考一考大家，看一看大家是不是真正掌握了周期函数的定义，大家看到屏幕上的3道题：

求下列函数的周期性

(1) $y = 3\cos x, x \in \mathbf{R};$

(2) $y = \sin 2x, x \in \mathbf{R};$

(3) $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right), x \in \mathbf{R}$

师:老师等一会想请3位同学来回答一下。

师:好,右边这位靠窗的同学,你手举的最快,你来告诉老师。

师:第一题,因为 $3\cos(x+2\pi)=3\cos x$,所以原函数的最小正周期是 2π 。

师:你回答的非常好啊,请坐!中间这位同学,你有想法。

师:噢,你说第二题 $\sin 2(x+\pi)=\sin(2x+2\pi)=\sin 2x$,因此原来这个函数的最小正周期为 π

师:来左边这位同学你也不甘示弱,你来告诉老师。

师:噢,第三题,你在括号内对 x 加上了一个 4π ,最后还原以后和原式是一样的,所以第3题的最小正周期应该是 4π 。嗯,你回答的也很棒。

师:那既然这个样子,说明大家对于我们周期函数的定义已经掌握的是非常好,那对于我们而言,其实不仅要掌握周期函数的定义,我们也要掌握关于三角函数的一些周期性的定义,我们刚刚其实已经说过,正弦函数它就是一个周期函数,并且是一个最小正周期为 2π 的函数,对不对,这一点大家一定要记住。

三、巩固运用, 实践创新

师:好,那既然这样的话,教材上也有两道题,老师希望大家能够快速给出我答案。

2. 求下列函数的周期:

(1) $y = \sin \frac{3}{4}x, x \in \mathbf{R};$

(2) $y = \cos 4x, x \in \mathbf{R};$

师:好,课代表,你来告诉老师。

师:嗯,你的想法非常好啊,请坐!其他同学在教材上得到的答案和课代表是一样的吗?嗯,都是一样的,那证明这节课大家对于周期性的学习时非常棒的。

四、总结体会, 反思提升

师:那我们就一起来看一下,这节课其实我们学习了关于周期函数的相关定义,也知道了对于我们的正弦函数而言,它是一个周期函数。 $2k\pi(k \in \mathbf{Z} \text{ 且 } k \neq 0)$ 都是它的周期,最小正周期是 2π 。

五、课后作业, 拓展延伸

师:那课后老师希望大家能够完成我们课后练习第1题和第3题,下节课来和老师一起分享,本次课到此结束,下课!

六、板书设计

三角函数的周期性

1. 周期函数: $f(x+T)=f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做周期函数。非零常数 T 叫做这个函数的周期。
2. 正弦函数是周期函数。 $2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$ 且 $k \neq 0$) 都是它的周期, 最小正周期是 2π 。



【试题解析—答辩】

1. 为什么要学习《函数单调性与导数》?

【参考答案】

函数的单调性也称函数的增减性,它可以定性地描述一个函数在在给定区间内,函数值变化与自变量变化的关系。在一个给定区间内, $f(x)$ 随着自变量的增大(或减小)时,函数值也随着增大(或减小),我们就称 $f(x)$ 在这个区间内具有单调性(单调递增或单调递减)。导数描述的是函数的局部性质。一个函数在某一点的导数可以描述成在这一点附近的变化率。单调性与导数应该是属于导数的应用这一节课的教学,它是基于学生已经学习过了导数的定义、计算几何意义的基础上进行的。在此之前,学生已经掌握了如何用定义法来求解指定区间内 $f(x)$ 的单调性,因此,在学习完本课之后,学生应该是可以体会到,用导数法来解决函数的单调性,它更容易得多,充分体现了导数应用的优越性。

2. 周期函数的性质有哪些?

【参考答案】

结合周期函数的定义:如果存在一个非零常数 T ,对于函数 $f(x)$ 而言, x 取得区间上任意一个值时,都有 $f(x+T)=f(x)$,我们则称 $f(x)$ 是周期函数。非零常数 T 是 $f(x)$ 的周期。

因此,周期函数应该具备如下性质:(1)若 $T(\neq 0)$ 是 $f(x)$ 的周期,则 $-T$ 也是 $f(x)$ 的周期。(2)若 $T(\neq 0)$ 是 $f(x)$ 的周期,则 nT (n 为任意非零整数)也是 $f(x)$ 的周期。(3)若 T_1 与 T_2 都是 $f(x)$ 的周期,则 $T_1 \pm T_2$ 也是 $f(x)$ 的周期。(4)若 T^* 是 $f(x)$ 的最小正周期,则 $f(x)$ 的正周期数应该都是 T^* 的正整数倍。(5)若 T_1 与 T_2 都是 $f(x)$ 的两个周期,且 T_1/T_2 是无理数,则 $f(x)$ 不存在最小正周期。(6)对于周期函数的定义域 M 来说,它至少有一方是无界的集合。

3. 把信息技术和数学教学结合起来主要有哪些好处?

【参考答案】

教师运用现代多媒体信息技术对教学活动进行创造性设计,有利于激发学生的学习积极性,有利于培养学生的探索能力,有利于帮助学生获取技能和经验,有助于减轻教师的教学工作量,有助于提高教师的综合素质。把信息技术和数学教学的学科特点结合起来,可以使教学的表现形式更加形象化、多样化、视觉化,有利于充分揭示数学概念的形成与发展,数学思维的过程和实质,展示数学思维的形成过程,使数学课堂教学收到事半功倍的效果。在信息技术的教学环境下,教学信息的呈现方式是立体的、丰富的、生动有趣的。面对如此众多的信息呈现形式,学生一定会表现出强烈的好奇心理,而这种好奇心一旦发展为认知兴趣,将会表现出旺盛的求知欲,极大提高学生的参与度。

《对数运算的性质》-数与代数

1. 题目:《对数运算的性质》

2. 内容:

对数的运算

探究

从指数与对数的关系以及指数运算性质,你能得出相应的对数运算性质吗?

由于 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$,

设 $M = a^m, N = a^n$,

于是 $MN = a^{m+n}$.

由对数的定义得到

$$\log_a M = m, \log_a N = n,$$

$$\log_a (M \cdot N) = m + n.$$

这样,我们就得到对数的一个运算性质:

$$\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N.$$

同样地,同学们可以仿照上述过程,由 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 和 $(a^m)^n = a^{mn}$,得出对数运算的其他性质.

于是,我们得到如下的对数运算性质:

如果 $a > 0$, 且 $a \neq 1, M > 0, N > 0$, 那么:

(1) $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$;

(2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$;

(3) $\log_a M^n = n \log_a M \quad (n \in \mathbf{R})$.

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 讲解条理清楚、重点突出;
- (3) 需要适当板书;
- (4) 渗透数学思想方法。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 通过归纳与类比, 理解对数概念与指数概念的相互关系, 能进行对数式与指数式的互化。
2. 通过类比发现与归纳发现, 让学生体验探究问题, 提高学生运用“类比”和“归纳”方法的意识。
3. 体会数学内在的逻辑性, 发现数学美, 提高学生学习数学的热情。

教学重点: 掌握对数运算性质。

教学难点: 灵活运用对数运算性质。

教学过程:

一、温故复习, 悬疑导入

1. 三连问: 对数的定义是什么, 怎样用字母表示? 常用对数是什么, 怎样用字母表示? 请举个例子自然对数是什么, 怎样用字母表示? 请举个例子。复习已学知识。

2. 类比指数的运算性质, 提问: 对数有没有运算性质, 它有哪些运算性质, 这些性质是如何得来的? 在提问中引出课题——对数的运算性质。

二、尝试探究, 理解掌握

1. 初步探究、获得猜想

活动 1: 试一试, 计算下列对数的值:

$$\begin{array}{lll} \log_2 2 = & \log_2 4 = & \log_2 8 = \\ \log_2 16 = & \log_2 32 = & \log_2 64 = \end{array}$$

活动 2: 上题中各个对数之间的关系, 大胆猜想。

活动 3: 反思猜想的合理性。

2. 深入研究、得出性质

活动 1: 如何验证自己的猜想, 引导学生认识到对数和指数之间的关系, 用指数运算性质来推导对数运算性质。

活动 2: 将具体的运算抽象, 由特殊到一般, 思考: $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$? 为什么?

活动 3: 验证推导其他性质: 引导小组学习, 发现新的性质, 并证明。

3. 师生总结:

(1) 对数运算的性质公式

对数运算的减法法则: 两个同底对数相减, 底不变, 真数相除。根据上述运算法则, 多个同底对数相加, 底不变, 真数相乘, 对数的乘法法则: M 的 n 次方的对数会等于 M 的对数的 n 倍。

(2) 对数性质和指数性质的关系 $\log_a N = n \Leftrightarrow a^n = N$ 。

三、解释应用, 巩固新知

大屏幕的两道题, 巩固一下所学知识。

1. $\log_2(2^5 \times 4^7)$; 2. $\lg 100^{\frac{1}{5}}$

5 分钟时间, 大家在下面做, 我请一位同学上台来完成。其他同学在草稿本上完成。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习,你有哪些收获?鼓励学生畅所欲言,各抒己见。学生总结为主,引导学生从知识、方法、数学思想等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

五、课后作业,拓展延伸

1. 基础作业:课后习题 1-2;
2. 开放性思考题:对数运算可以解决哪些实际应用题,试着去找找并用对数解决。

六、板书设计

对数运算的性质

积、商、幂的对数运算法则:

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \quad (1)$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N \quad (2)$$

$$\log_a M^n = n \log_a M (n \in \mathbb{R}) \quad (3)$$

【试题解析—试讲稿】

一、温故复习，悬疑导入

师：上课！同学们好，请坐！

师：各位同学，在上节课我们已经学习过了关于对数的相关概念，有没有哪位同学可以帮助老师回顾一下，对数的定义是什么，用字母应该如何表示呢？好，最后一排靠窗的男生，你来说。

师：嗯，你说如果 a 的 x 次方等于 N （其中 $a>0$ ，且 $a\neq 1$ ），我们就把 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x=\log_a N$ 。其中， a 叫做对数的底数， N 叫做真数。

师：很棒啊，那老师想再考考你，常用对数是什么，用字母应该如何表示呢？

师：很好，说明对上节课的知识掌握的非常牢固，请坐！他说常用对数其实就是以10为底的对数。正数 N 的常用对数直接写成 $\lg N$ 。

师：非常好啊，那其实在我们之前的学习中，我们已经学习过了关于指数运算的相关性质，对数运算有哪些相关性质呢？这节课我们就一起来研究一下。

二、尝试探究，理解掌握

1. 初步探究、获得猜想

师：好，各位同学，大家看到老师的大屏幕上给大家呈现了6组式子，分别是：

$$\log_2 2 = \quad \log_2 4 = \quad \log_2 8 =$$

$$\log_2 16 = \quad \log_2 32 = \quad \log_2 64 =$$

师：首先老师想请同学们告诉我，这6组式子的结果是多少啊，给大家提示一下，大家可以想一想指数，用逆向思维的方法来求解。

师：好，左边第三排的同学，你来告诉老师。

师：很好，你的思路非常清晰，请坐！这位同学告诉我们说，由于2的1次方等于2，2的平方等于4，2的3次方等于8，一直到2的6次方等于64。因此刚刚的6组式子的结果分别为1、2、3、4、5、6，大家和他的想法是一样的嘛？

师：嗯，是一样的，那大家观察一下老师写的这6组式子啊，大家能不能发现其中的一些规律呢？

师：噢，我听见有同学说 $\log_2 2 + \log_2 4 = \log_2 8$ ，还有同学说 $\log_2 4 + \log_2 8 = \log_2 32$

师：其实啊，在我们数学中，同底的两个对数相加，底数不变，真数相乘即可，这是我们今天学习所学习的对数运算的第一个性质。有没有同学可以用数学表达式给老师说一下啊？

师：来，右边这位穿红衣服的同学，你来说。

师：很好，你的表达能力非常强，请坐！他说 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ ，老师把他的想法板书在黑板上。

师：好，那接下来老师又有其他的问题了，同底的两个真数相减，以及以 a 为底 M 的 n 次方的对数又该如何计算呢。现在前后4人为一小组，老师给大家5分钟的时间可以讨论交流一下，等一会老师想请同学们来表达，现在开始。

师：好，老师看同学们讨论的声音逐渐小了起来，有没有哪位同学可以告诉老师结果的。

师：第一小组代表，你来告诉老师。

师：嗯，你说：同底的两个对数相减，底数不变，真数相除。

师：那用符号表达式如何写呢？

师：非常棒，你的表达和组织能力也是非常强，请坐！他说 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

师：好，老师看到右边的小组，你们有想补充的。

师：嗯，你们发现了以 a 为底 M 的 n 次方的对数可以等于以 a 为底 M 的对数的 n 倍。同样的话，用数学表达式怎么写啊？

师：很好， $\log_a M^n = n \log_a M$ ，请坐！

师：好，这就是我们今天所学习关于对数运算的积、商、幂的对数运算法则。

三、解释应用，巩固新知

师：现在老师想考一考各位同学，大家看到老师 PPT 上的两组式子。

$$(1) \log_2(2^5 \times 4^7); \quad (2) \lg 100^{\frac{1}{5}}.$$

大家在纸上动手试着算一算。

师：好，课代表，老师看你先举手了，你来告诉我们答案。

师：请坐，其他同学和课代表的答案是一样的嘛？都一样，那说明各位同学对于这节课的结果和知识掌握的都是非常好的。

四、总结体会，反思提升

师：那接下来，老师就像请几位同学分享一下了，这节课我们学习了那些知识点啊？嗯，班长也不甘示弱，你来给我们总结一下。

师：嗯，老师复述一下你的话，你说这节课我们学习了关于对数运算的一些性质，包括对数的积、商、幂的运算法则，非常棒，请坐！老师要给大家补充一点，大家结合之前我们学习过指数和对数的相关知识，大家要记住，如果说 $\log_a N = n \Leftrightarrow a^n = N$ 这其实就是关于指数和对数相互之间的关系。

五、课后作业，拓展延伸

师：那么愉快的一节课到这里就接近尾声了，老师在课后给大家留一些小任务，大家回家以后完成课后习题 1-2，同时，去生活中找一下，有没有哪些实际应用问题运用到了关于今天我们讲的对数运算的相关性质，各位同学，本节课到此结束，下课！

六、板书设计

对数运算的性质

积、商、幂的对数运算法则：

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \quad (1)$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N \quad (2)$$

$$\log_a M^n = n \log_a M (n \in \mathbb{R}) \quad (3)$$

【试题解析—答辩】

1. 什么是连续函数?

【参考答案】

关于函数的连续性,在自然界中有很多诸多的类似现象,例如气温的变化,植物的生长等都是连续变化着的。这种现象反映在函数的关系上,其实就是函数的连续性。连续函数是指 $y=f(x)$ 当自变量 x 发生很小的变化时,因变量 y 也随之发生很小的变化。例如,气温随时间的变化,当时间改变很小时,气温的变化也是很小的;再如,物体发生自由落体运动时,位移随时间的变化,只要时间足够短,物体的位移也是很小的。这种现象,反映的其实就是因变量随着自变量的改变是连续的,连续函数反映在直角坐标系上,它的图像是一条没有断裂的连续曲线。由极限的性质可知,一个函数在某点处连续的充要条件要求在该点左右都连续。

2. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

《对数运算的性质》是基于学生在之前已经学习过了指数、指数函数及其性质之后进行学习的,根据指数函数的单调性,对于给定指数函数的任一函数值,都有唯一的自变量与之对应。对于特殊的函数值,也能求出相应的自变量。因此在教学时教师应该基于指数函数和对数函数之间的联系引出对数函数的概念,进行操作、猜想和验证,学生也需要基于之前所学的知识来进行学习。

基于此和对教材的分析,本节课的教学目标如下:

1. 通过归纳和类比,学生能初步理解对数概念和指数概念的联系,掌握指对互化。
2. 通过归纳发现和类比发现,体验探究问题,学生的归纳意识和类比意识得到提高。
3. 体会数学的内在逻辑美,感受数学来源于生活,并应用于生活,感受数学的乐趣。

3. 学生不做作业怎么办?

【参考答案】

当遇到学生不做作业时,我应冷静地处理这个问题,不能一味的批评和处罚。首先,应了解学生不做作业的原因,是因为作业太多、太难,家里有事,还是由于自控能力差、贪玩等没有完成作业。其次,针对不同的原因采取相应的措施 1. 合理布置作业,控制作业量和难度。应根据学生的接受度,适度适量布置作业。2. 了解学生不做作业的客观原因,与其家长做好沟通,排除这些客观干扰因素,争取为学生的学习创造一个好的外部环境。3. 增强自控能力,让其意识到学习的重要性;4. 构建家校联络网,与父母形成合力,对学生的学习进行适当的监督和督促 5. 此外也可用一些行为技术,如强化法、代币奖励法、惩罚法等。

《交集与并集》-数与代数

1. 题目:《交集与并集》

2. 内容:

实例分析

对于集合 $A = \{6, 8, 10, 12\}$, 集合 $B = \{3, 6, 9, 12\}$, 容易看出, 集合 $C = \{6, 12\}$ 由集合 A 与 B 的所有公共元素组成(如图 1-10); 集合 $D = \{3, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成(如图 1-11).

对于集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 集合 $B = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, 则集合 $C = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 由集合 A 与 B 的所有公共元素组成; 集合 $D = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$ 由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成(如图 1-12).

抽象概括

一般地, 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合, 叫作 A 与 B 的交集(如图 1-13), 记作 $A \cap B$ (读作“ A 交 B ”), 即

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合, 叫作 A 与 B 的并集(如图 1-14), 记作 $A \cup B$ (读作“ A 并 B ”), 即

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

根据交集定义, 容易知道, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cap B = B \cap A, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B;$$

特别地, $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$

根据并集定义, 容易知道, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cup B = B \cup A, A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B;$$

特别地, $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A.$

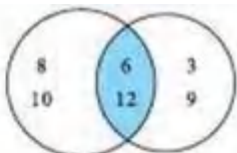


图 1-10

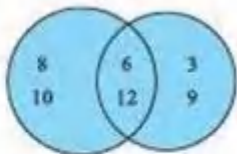


图 1-11

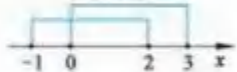


图 1-12

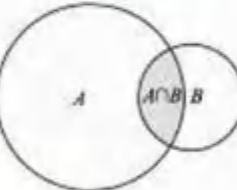



图 1-13

① 求集合的交集、并集是集合的基本运算. 两个集合经过运算仍是一个集合.



3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 讲解条理清楚、重点突出;
- (3) 需要适当板书;
- (4) 渗透数学思想方法。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 理解交集、并集的概念。掌握有关集合的术语和符号, 会用它们正确的表示一些简单的集合。
2. 经历探索集合的交与并的过程, 学会用集合的术语和符号, 求两个集合的交集、并集。
3. 激发学生的学习兴趣, 感受数学与生活的密切联系。在探索归纳的过程中, 认识由具体到抽象的思维过程。

教学重点: 理解交集与并集的概念。

教学难点: 会求集合的交集和并集。

教学过程:

一、创设情境, 悬疑导入

1. 情境: 数学老师整理了中考数学成绩在 90 分以上的学生, 化学老师整理了中考化学成绩在 90 分以上的学生, 两个成绩都在 90 分以上的学生顺利成为科学兴趣小组的成员。
2. 结合上述情境复习集合与元素的关系的知识。
3. 引出新问题: 若数学老师整理的学生名单为集合 A , 化学老师整理的学生名单为集合 B , 则科学兴趣小组的成员组成的集合是什么? 该如何表示呢? 引出课题。

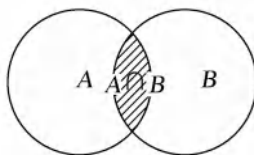
二、尝试探究, 理解掌握

1. 引导探究、形成概念

(1) 交集的定义

概念中的“且”即“同时”的意思。

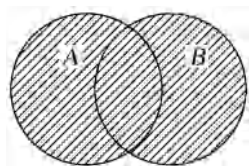
- ①自然语言: 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集。
- ②符号语言: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。
- ③图形语言: 如图所示。



(2) 并集的定义

并集学习概念时要注意“三种语言”之间的转化。

- ①自然语言: 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与 B 的并集。
- ②符号语言: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$ 。
- ③图形语言: 如图所示。



2. 深入研究、研究运算

(1) 交集运算的四类关系。集合 A 与 B 之间的这四种关系，它们的交集分别是？

用韦恩图直观解释。

(2) 交集运算性质

① $A \cap B = B \cap A$; ② $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$; ③ $A \cap \emptyset = \emptyset$; ④ $A \cap A = A$ 。

(3) 并集运算性质

结合韦恩图阐述并集运算性质: $A \cup B = B \cup A, A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B, A \cup A = A, A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$ 。如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$, 反之也成立。

三、解释应用，巩固新知

大屏幕的练习题，巩固一下所学知识。

求下列集合的交集和并集，

(1) 设集合 $A = \{4, 5, 6, 8\}, B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;

(2) 设集合 $A = \{x | -4 \leq x < 2\}, B = \{x | -1 < x \leq 3\}$ 。

5 分钟时间，大家在下面做，我请一位同学上台来完成。其他同学在草稿本上完成。

四、总结体会，反思提升

通过本节课的学习，你有哪些收获？鼓励学生畅所欲言，各抒己见。学生总结为主，引导学生从知识、方法、数学思想等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

五、课后作业，拓展延伸

1. 基础作业：课后习题 1-2;

2. 开放性思考题：结合除了交集和并集的运算之外，还会有什么运算呢？他们之间的混合运算该如何运算呢？我们下节课来分享。

六、板书设计

交集与并集

一、 A, B 的交集: 记作 $A \cap B$ (读作 "A 交 B"),
即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$.

二、 A, B 的并集: $A \cup B$ (读作 "A 并 B"),
即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$.

三、运算性质

交集: ① $A \cap B = B \cap A$; ② $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$;

③ $A \cap \emptyset = \emptyset$; ④ $A \cap A = A$ 。

并集: ① $A \cup B = B \cup A$, ② $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$,

③ $A \cup A = A$, ④ $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$ 。

【试题解析—试讲稿】

一、创设情境，悬疑导入

师：上课！同学们好，请坐，各位同学我们班即将成立科学兴趣小组，老师整理了一下中考数学成绩在 90 分以上的同学，以及中考化学成绩在 90 分以上的同学，这两科成绩同时在 90 分以上的同学将加入到我们班的科学兴趣小组。老师先提前恭喜下述同学。

师：那其实刚刚老师说的这句话里边，蕴含了一些数学知识。不知道有没有同学发现？

师：嗯，老师听到有同学说蕴含了我们上节课所学习的集合与元素的知识，看来同学们对于上节课的知识掌握的是非常牢固的。

师：那老师就有问题了，如果我们把数学成绩在 90 分以上的同学看作集合 A ，把化学成绩在 90 分以上的同学看作集合 B ，那么科学兴趣小组的同学应该如何用集合来表示呢？好，老师看大家都在思考啊，其实这就是我们这节课所学习的交集与并集。

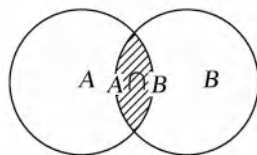
二、尝试探究，理解掌握

1. 引导探究、形成概念

师：那什么是交集，什么是并集，我们先来试想一下，科学兴趣小组的同学是不是既在集合 A 中，也在集合 B 中啊。嗯，没错，其实啊，在我们数学中，既在集合 A 中，也在集合 B 中的元素构成的集合，我们把它称之为两个集合的交集。我们把这样的交集给它一个符号，记作 $A \cap B$ ，读作 A 交 B 。

师：这是刚刚老师给大家描述的自然语言，那我们数学自然也有符号语言， $A \cap B$ 我们用符号语言怎么来描述呢？大家注意这个且字，且代表同时满足的意思，所以用符号语言来描述也就是 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。

师：同样的，大家可以看到老师的大屏幕，大屏幕上老师给大家展示了两个集合交集的部分，既然是既满足 A ，也满足 B ，代表的是不是它们的公共部分啊，也就是我们图阴影部分的区域，这就是我们的图像语言。



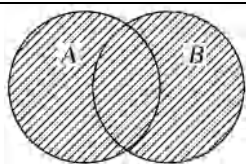
师：好，现在大家已经知道了什么是交集，那老师问大家什么是并集呢？大家可以类比的和交集进行思考，现在前后四人为一小组，老师给大家几分钟时间讨论一下，同样按照老师的 3 种语言去描述一下，现在开始。

师：好，老师看到同学们讨论的声音慢慢小了下来，有没有给老师分享的，来，左边这个小组。

师：嗯，所有满足集合 A 或满足集合 B 的元素构成的集合称为 A 和 B 的并集，非常棒，请坐！

师：老师同样给出它符号语言表示： $A \cup B$ ，读作 A 并 B 。好，第二小组的同学，你有想说的。

师：嗯，如果用集合来表示的话 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$ 。非常棒。同样的，大家可以看到老师黑板上 $A \cup B$ 的图像表示，大家注意，这个并代表的是合并的意思，所以你看，代表的是不是就是 A 集合和 B 集合这两个形成的整体啊。非常棒啊，所以这其实就是交集和并集的意思。



2. 深入研究、研究运算

师：那学到这，我们也要给大家介绍一下交集和并集的一些运算性质，大家可以看到老师的 PPT，交集，刚刚顾名思义，其实就是两个集合的公共部分，公共区域，所以大家可以看到，① $A \cap B = B \cap A$ ，本质上它们是相等的，因为它们就是表示两个集合公共部分，对不对，那大家看，既然是两者的公共部分，它们一定是既含于 A 也含于 B 的，这两个性质是毫无疑问的，（② $A \cap B \subseteq A$ ， $A \cap B \subseteq B$ ）。那我们再来看 A 集合如果和空集相交呢，空集是没有元素的，所以公共区域是不是还是空集啊，然后 A 集合和它本身相交呢，依然是它的本身③ $A \cap \emptyset = \emptyset$ ；④ $A \cap A = A$ ，所以这几个交集的性质大家一定要记住。

师：类似的，大家可以看到我们并集的运算性质： $A \cup B = B \cup A$ ；并且两个集合的并集表示它们的整体，所以这两个集合一定是含于 $A \cup B$ 里面的， $A \subseteq A \cup B$ ， $B \subseteq A \cup B$ ；最后再来看，A 集合和它本身相并，依然是 A 集合，A 集合如果和空集相并，依然是 A 集合，因为空集和 A 集合相并还是 A 集合本身对不对： $A \cup A = A$ ， $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$ 。

师：这就是关于我们交集和并集相关的运算性质。

三、解释应用，巩固新知

师：那现在同学们看到老师屏幕上的这两个集合，现在大家求出这两个集合的交集和并集。

1. 设集合 $A = \{4, 5, 6, 8\}$ ， $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ；

2. 设集合 $A = \{x | -4 \leq x < 2\}$ ， $B = \{x | -1 < x \leq 3\}$ 。

师：好，左边这位同学。

师：答案非常准确，请坐！其他同学和他的答案一样吗，看来大家啊今天对于交集和并集的概念学的都非常的好。

四、总结体会，反思提升

师：那现在老师带着大家一起来回顾一下，这节课我们学习了关于交集和并集的相关概念，包括它们的记法、读法，符号语言，图像语言，也学习了我们关于交集和并集的运算性质。

五、课后作业，拓展延伸

师：课后啊，老师给大家布置一个小小的任务，大家完成课后习题 1-2，同时想一下除了交集和并集的运算之外，还会有什么运算呢？各位同学，下课！

六、板书设计

交集与并集

一、A、B 的交集：记作 $A \cap B$ （读作“ A 交 B ”），
即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$ 。

二、A,B的并集: $A \cup B$ (读作 "A并B"),

即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$.

三、运算性质

交集: ① $A \cap B = B \cap A$; ② $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$;

③ $A \cap \emptyset = \emptyset$; ④ $A \cap A = A$.

并集: ① $A \cup B = B \cup A$, ② $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$,

③ $A \cup A = A$, ④ $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$.



【试题解析—答辩】

1. 集合、函数、方程之间是怎么联系的？

【参考答案】

集合是一些元素组成的总体。对于给定的集合而言，任何一个元素都是确定的，该元素要么在这个集合中，要么不在这个集合中。集合的元素类型可以是任意的，可以是数字、可以是汉字、可以是具体实物、也可以是集合。函数可以看作是两个实数集合之间的映射关系，也就是自变量集合和函数值集合，这两个集合之间的对应关系也不是任意的，每个自变量都对应唯一的函数值（也就是说，当自变量确定的时候，函数值也确定，并且唯一）。当函数值确定的时候，自变量的值却不一定唯一。函数可以看作是一类方程，确定函数值的过程，也就是解方程的过程，方程的解不一定唯一，这里方程的解对应的则是自变量集合中对应的元素。

2. 什么是集合？

【参考答案】

集合是指具有某种特定性质的具体的或抽象的对象集合而成的集体。集合中这些研究的对象也称之为集合中的元素。具有如下特点，确定性，对于给定的集合，其中的每一个元素，或者属于或者不属于这个集合，不允许出现模棱两可的情况，二者必居其一；互异性，对于给定的集合，任何两个元素都是不相同的，也就是说每个元素只允许出现一次。有时需要对同一元素出现多次的情形进行刻画，可以使用多重集，允许元素出现多次；无序性，对于一个给定的集合，集合中的每个元素的地位都是相同的，元素之间无序。集合上可以定义序关系，如果定义了序关系，集合中的元素可以按照序关系排序。但就集合本身的特性而言，元素之间没有必然的序。

3. 在数学的世界里，如何理解“授之以鱼不如授之以渔”？

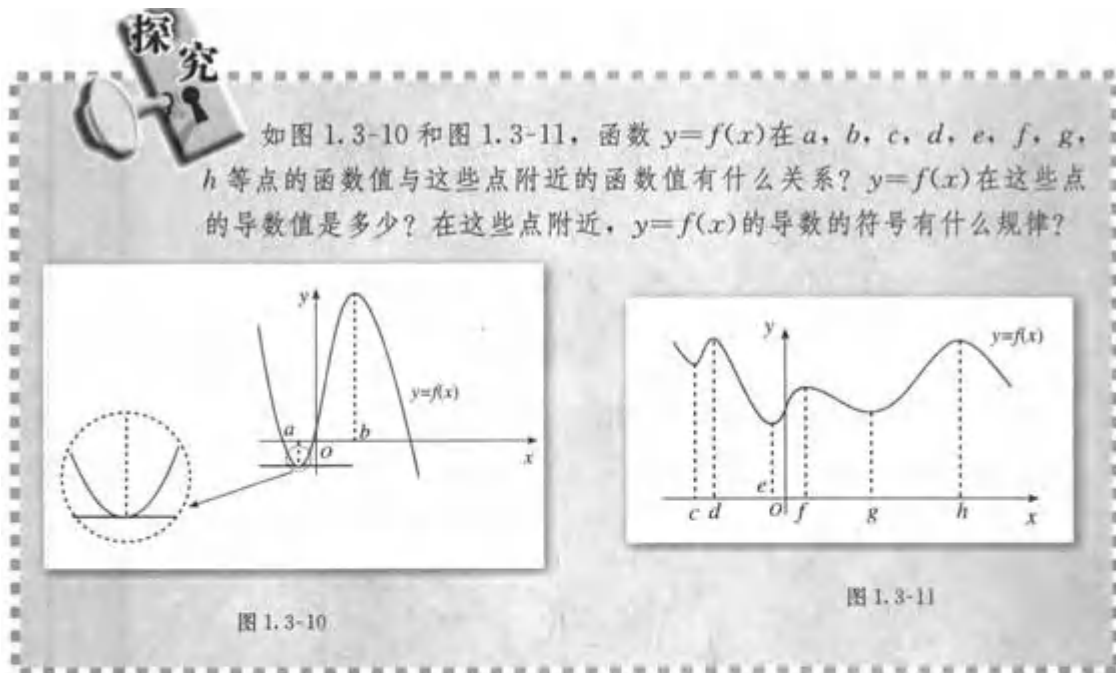
【参考答案】

授之以鱼不如授之以渔是一句文言文名言，出自原文：“授人以鱼，不如授之以渔，授人以鱼只救一时之急，授人以渔则可解一生之需。”传统的教育注重数学知识的传授而忽略了对数学思想和方法教学。数学思想方法是数学的灵魂，对学生数学能力的形成和发展具有十分重要的作用，学生只有在掌握了思想方法才能触类旁通，而这正是学生需要的“渔”。小学是学生学习数学知识的启蒙时期，这一阶段注意给学生渗透基本的数学思想方法尤为重要。因此在数学教学中，教师应在传授知识的同时，注重数学思想方法的渗透，才能拓宽、深化学生的思维。这对于培养学生数学学习能力，提高学生素质具有十分重要的意义。

《极值的概念》-数与代数

1. 题目:《极值的概念》

2. 内容:



以 a, b 两点为例, 我们可以发现, 函数 $y=f(x)$ 在点 $x=a$ 的函数值 $f(a)$ 比它在点 $x=a$ 附近其他点的函数值都小, $f'(a)=0$; 而且在点 $x=a$ 附近的左侧 $f'(x)<0$, 右侧 $f'(x)>0$. 类似地, 函数 $y=f(x)$ 在点 $x=b$ 的函数值 $f(b)$ 比它在点 $x=b$ 附近其他点的函数值都大, $f'(b)=0$; 而且在点 $x=b$ 附近的左侧 $f'(x)>0$, 右侧 $f'(x)<0$.

我们把点 a 叫做函数 $y=f(x)$ 的极小值点, $f(a)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的极小值; 点 b 叫做函数 $y=f(x)$ 的极大值点, $f(b)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的极大值. 极小值点、极大值点统称为极值点, 极大值和极小值统称为极值 (extreme value).

极值反映了函数在某一点附近的大小情况, 刻画的是函数的局部性质.

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 讲解条理清楚、重点突出;
- (3) 需要适当板书;
- (4) 渗透数学思想方法.

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 理解周期函数的概念, 并会判断一些简单的、常见的函数的周期性, 会求一些简单三角函数的周期。
2. 通过从生活实际问题出发逐步抽象出函数周期性的定义, 增强分析问题、解决问题的能力。
3. 培养数学来源于生活的思维方式, 理解未知转化已知的数学方法, 激发数学学习兴趣, 培养对数学的亲近感。

教学重点: 理解周期函数的概念并会求一些简单三角函数的周期。

教学难点: 运用周期函数解决实际问题。

教学过程:

一、温故复习, 悬疑导入

1. 提问: 通过上节课的学习, 导数和函数单调性的关系是什么?

函数单调性与导数的关系: 一般地, 设函数 $y = f(x)$ 在某个区间 (a, b) 内有导数, 如果在这个区间内 $f'(x) > 0$, 那么函数 $y = f(x)$ 为这个区间内的增函数; 如果在这个区间内 $f'(x) < 0$, 那么函数 $y = f(x)$ 为这个区间内的减函数。

2. 求函数单调性的一般步骤: 一看域, 二求导, 三解式。

①求函数的定义域;

②求函数的导函数;

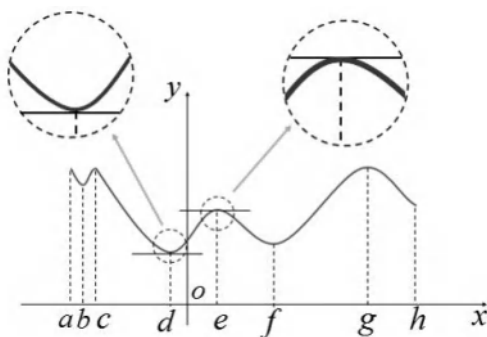
③解不等式得的单调递增区间; 解不等式, 得的单调递减区间。

3. 让学生欣赏华山连绵起伏的图片, 接下来将华山的部分轮廓图抽象成曲线, 观察图示, 点 d 、 e 处的函数值与它们附近点的函数值有什么样的大小关系? 以问题为导向引出课题——极值的概念。

二、尝试探究, 理解掌握

1. 引导探究、形成概念

(1) 将华山的部分轮廓图抽象成曲线放入平面直角坐标系中。



- (2) 探究活动

问题 1: 函数 $y = f(x)$ 在 a, b, c, d, e, f, g, h 点的函数值与这些点附近的函数值有什么大小关系?

问题 2: 在这些点附近, $y = f(x)$ 的单调性如何? 导数的符号有什么规律?

(3) 以小组为单位展开讨论, 派代表回答, 总结后给出函数极小值的定义, 并用 PPT 演示极小值的定义, 并要求学生类比极小值给出极大值的定义。

(4) 结论

函数在 $x=a$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都小, 我们把 a 叫做函数的极小值点, $f(a)$ 叫做函数的一个极小值; 函数在 $x=b$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都大, 我们把 b 叫做函数的极大值点, $f(b)$ 叫做函数的一个极大值. 极大值点、极小值点统称为极值点, 极大值和极小值统称为极值。

2. 深入研究、寻找方法

(1) 图中有哪些极值点? 极值点唯一吗? 极大值一定比极小值大么? 引导学生得出: 函数极值是在某一点附近的小区间内定义的, 是局部性质。因此一个函数在其整个定义区间上可能有多个极大值或极小值, 并对同一个函数来说, 在某一极值的极大值也可能小于另一极值的极小值。

(2) 函数 $y=f(x)$ 在极值点的导数值为多少? 极值点两侧导数符号有何规律? 结论: 极值点处导数值为 0。通过以上观察图象并类比于函数的单调性与导数关系的研究方法, 看极值与导数之间有什么关系? 请模仿第一个表格把第二个表格填写完整。

x	x_0 左侧	x_0	x_0 右侧
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	$f'(x) = 0$	$f'(x) < 0$
$f(x)$	递增	极大值	递减

(3) 请问如何判断 $f(x_0)$ 是极大值或是极小值? 在横坐标 x_0 也就是极值点的两侧, 导数 $f'(x)$ 的纵坐标左正右负为极大值, 左负右正为极小值。

(4) 总结求解极值的步骤: 确定函数 $f(x)$ 的定义域, 求导数 $f'(x)$; 求方程 $f'(x)=0$ 的全部实根, $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, 顺次将定义域分成若干小区间, 并列表: x 变化时, $f'(x)$ 和 $f(x)$ 值的变化情况:

x	$(-\infty, x_1)$	x_1	(x_1, x_2)	\dots	x_n	$(x_n, +\infty)$
$f'(x)$	正负	0	正负	\dots	0	正负
$f(x)$	单调性	极值	单调性	\dots	极值	单调性

检查的符号 $f'(x)$ 并由表格判断。方法一: 从单调性分析。从左到右, 先增后减的分界点的纵坐标即为极大值和先减后增的分界点的纵坐标即为极小值; 方法二: 从导数正负性分析。左正右负为极大, 右正左负为极小。最后求解极值。

三、解释应用, 巩固新知

大屏幕的练习题，巩固一下所学知识。

求 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 的极值。

5 分钟时间，大家在下面做，我请一位同学上台来完成。其他同学在草稿本上完成。

四、总结体会，反思提升

通过本节课的学习，你有哪些收获？鼓励学生畅所欲言，各抒己见。学生总结为主，引导学生从知识、方法、数学思想等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

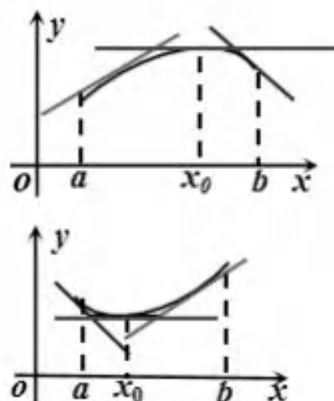
五、课后作业，拓展延伸

1. 基础作业：课后习题 1-2；
2. 开放性思考题：导数值为 0 的点一定是该点为极值点？

六、板书设计

极值的概念

1. 极值定义
2. 极大值
3. 极小值



【试题解析—试讲稿】

一、温故复习，悬疑导入

师：同学们，上课，首先老师检验一下上节课的学习成果，大家还记得导数和函数单调性的关系是什么？最后一排靠窗的男生，你说来。

生：函数单调性与导数的关系：一般地，设函数 $y=f(x)$ 在某个区间 (a, b) 内有导数，如果在这个区间内 $f'(x)>0$ ，那么函数 $y=f(x)$ 为这个区间内的增函数；如果在这个区间内 $f'(x)<0$ ，那么函数 $y=f(x)$ 为这个区间内的减函数。

师：嗯，掌握的非常牢固。

师：那大家还记得求函数单调性的一般步骤吗？

生：1. 求函数的定义域；2. 求函数的导函数；3. 解不等式得的单调递增区间；解不等式，得到单调递减区间。

师：回答的非常全面，有没有哪位同学尝试总结一下，以便于我们记忆呢。好，你说来。

生：求函数单调性的一般步骤：一看域，二求导，三解式。

师：概括的非常简练。

师：请同学们抬头看大屏幕上的这幅图片，你们看到了什么？

生：连绵起伏的山。

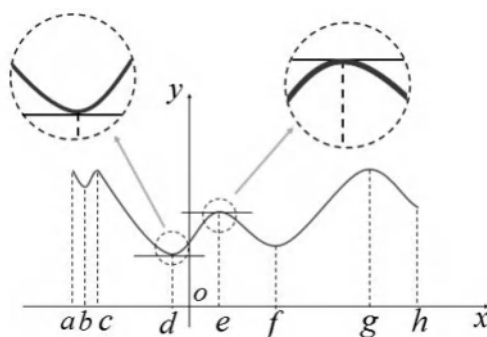
师：嗯，是的，其实就是我们的五岳中的华山。

师：同学们，如果将华山的部分轮廓图抽象成曲线，观察图示，点 d 、 e 处的函数值与它们附近点的函数值有什么样的大小关系？

师：看大家很有疑惑，其实这就是我们这节课的内容——极值。

二、尝试探究，理解掌握

师：将华山的部分轮廓图抽象成曲线放入平面直角坐标系中。



师：接下来我们以小组为单位，仔细观察该图，并讨论以下问题：

问题 1：函数 $y=f(x)$ 在 a, b, c, d, e, f, g, h 点的函数值与这些点附近的函数值有什么大小关系？

问题 2：在这些点附近， $y=f(x)$ 的单调性如何？导数的符号有什么规律？

师：看大家已经讨论完了，第一小组，你们派代表说一下。

师：哦，你们发现函数在 $x = a$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都小。

师：老师提示一下，函数在 $x = a$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都小，我们把 a 叫做函数的极小值点， $f(a)$ 叫做函数的一个极小值。

师：有没有别的小组有其他的发现。第三组，你们派代表说一下。

师：哦，你们说函数在 $x = b$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都大，我们把 b 叫做函数的极大值点， $f(b)$ 叫做函数的一个极大值。

师：非常准确，大家真的是慧眼如炬啊。老师强调一下，极大值点、极小值点统称为极值点，极大值和极小值统称为极值。

师：现在增加一点难度，接下来，大家再观察思考一下，图中有哪些极值点？极值点唯一吗？极大值一定比极小值大么？

师：倒数第二排靠窗的女生，你说。

师：回答的条理清晰。函数极值是在某一点附近的小区间内定义的，是局部性质。因此一个函数在其整个定义区间上可能有多个极大值或极小值，并对同一个函数来说，在某一点的极大值也可能小于另一点的极小值。

师：老师又有问题了，函数 $y = f(x)$ 在极值点的导数值为多少？极值点两侧导数符号有何规律？

师：是的，极值点处导数值为 0。

师：我们不妨类比于函数的单调性与导数关系的研究方法，看极值与导数之间有什么关系？并完成以下表格，一会儿老师找一位同学上台补充。

x	x_0 左侧	x_0	x_0 右侧
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	$f'(x) = 0$	$f'(x) < 0$
$f(x)$	递增	极大值	递减

师：大家对照一下，和台上的这位同学的结果一样吗？

师：由此，我们也可以得出，在横坐标 x_0 也就是极值点的两侧，导数 $f'(x)$ 的纵坐标左正右负为极大值，左负右正为极小值。

师：我们一起总结一下求解极值的步骤。确定函数 $f(x)$ 的定义域，求导数 $f'(x)$ ；求方程 $f'(x) = 0$ 的全部实根， $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ ，顺次将定义域分成若干个小区间，并列表： x 变化时， $f'(x)$ 和 $f(x)$ 值的变化情况：

x	$(-\infty, x_1)$	x_1	(x_1, x_2)	\cdots	x_n	$(x_n, +\infty)$
$f'(x)$	正负	0	正负	\cdots	0	正负
$f(x)$	单调性	极值	单调性	\cdots	极值	单调性

检查的符号 $f'(x)$ 并由表格判断。方法一：从单调性分析。从左到右，先增后减的分界点的纵坐标即为极大值和先减后增的分界点的纵坐标即为极小值；方法二：从导数正负性分析。左正右负为极大，右正左负为极小。最后求解极值。

三、解释应用，巩固新知

师：请看大屏幕的练习题，求 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 的极值。

5 分钟时间，大家在下面做，我请一位同学上台来完成。其他同学在草稿本上完成。

师：现在我们以一起看黑板，大家说他计算的对不对啊？

师：好，完全正确，这位同学解题思路严谨，过程完整，结果准确，值得大家去学习！在巡视的过程中大家的答案都完全正确，掌握了今天的知识。

四、总结体会，反思提升

师：通过本节课的学习，你们收获了什么？

生 1：知道了极大值和极小值的概念。

生 2：明确了求极值的步骤。

师：看来大家都收获颇丰。

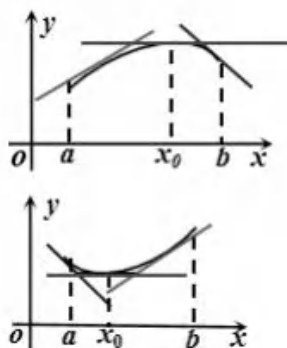
五、课后作业，拓展延伸

师：请同学们课后完成习题 1-2 并且想一想导数值为 0 的点一定是该点为极值点？

六、板书设计

极值的概念

1. 极值定义
2. 极大值
3. 极小值



 **华图教师**
SINCE 2001 HTEACHER.NET

【试题解析—答辩】

1. 简单说一下函数的单调性。

【参考答案】

函数的单调性也叫函数的增减性,可以定性描述在一个指定区间内,函数值变化与自变量变化的关系。当函数的自变量在其定义区间内增大(或减小)时,函数值也随着增大(或减小),则称该函数为在该区间上具有单调性(单调递增或单调递减)。在集合论中,在有序集合之间的函数,如果它们保持给定的次序,是具有单调性的。

有些函数在整个定义域内是单调的;有些函数在定义域内的部分区间上是增函数,在部分区间上是减函数;有些函数是非单调函数,如常数函数。

在利用导数讨论函数的单调区间时,首先要确定函数的定义域,解决问题的过程中只能在定义域内,通过讨论导数的符号来判断函数的单调区间。

2. 你给学生讲了好多遍的知识点,他还是不会。你怎么办?

【参考答案】

当学生出现这样的情况,首先,作为教师,我要沉着冷静,不能因为学生不会而影响我的上课情绪。课上,我会以不影响正常上课秩序为原则,告诉学生课下可以单独找老师进行个别辅导。然后,课下,我会认真分析原因。反思自己的教学方法和教学模式,是不是出现问题,不利于学生的学习和接受。并找学生代表谈话,倾听他们的意见。如果存在普通听不懂的情况,我会向其他老师请教,改进自己的教学方法,方便学生的接受,另外也可以通过网络等途径多学习,不断提升自身的专业教学能力。如果是个别同学听不懂的情况,我会多跟学生沟通交流,仔细分析学生听不懂的原因,并耐心辅导。作为一名新教师,在提升自身专业能力的基础上,也要多观察学生,多从学生的角度思考问题,为了每一个学生的成长。

3. 极值与导数有什么关系?

【参考答案】

极值是一个函数的极大值或极小值。如果一个函数在一点的一个邻域内处处都有确定的值,而以该点处的值为最大(小),这函数在该点处的值就是一个极大(小)值。如果它比邻域内其他各点处的函数值都大(小),它就是一个严格极大(小)。该点就相应地称为一个极值点或严格极值点。

极大值和极小值统称极值点。极值点只能是不可导点或导数为0的点。当然不可导点或导数为0的点,不一定是极值点。通过导数求得定义域内的不可导点和导数为0的点后。在根据该点左右附近的导数符号确定是否为极值点。如果该点左右附近导数符号相同,则不是极值点。如果该点左边导数为负,右边导数为正,则为极小值点。如果该点左边导数为正,右边导数为负,则为极大值点。

《概率的基本性质》-概率

1. 题目:《概率的基本性质》

2. 内容:

2. 概率的几个基本性质

(1) 由于事件的频数总是小于或等于试验的次数, 所以频率在 $0 \sim 1$ 之间, 从而任何事件的概率在 $0 \sim 1$ 之间, 即

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

(2) 在每次试验中, 必然事件一定发生, 因此它的频率为 1, 从而必然事件的概率为 1. 例如, 在掷骰子试验中, 由于出现的点数最大是 6, 因此 $P(E)=1$.

(3) 在每次试验中, 不可能事件一定不出现, 因此它的频率为 0, 从而不可能事件的概率为 0. 例如, 在掷骰子试验中, $P(F)=0$.

(4) 当事件 A 与事件 B 互斥时, $A \cup B$ 发生的频数等于 A 发生的频数与 B 发生的频数之和, 从而 $A \cup B$ 的频率 $f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$.

由此得到**概率的加法公式**:

$$\begin{aligned} &\text{如果事件 } A \text{ 与事件 } B \text{ 互斥, 则} \\ &P(A \cup B) = P(A) + P(B). \end{aligned}$$

例如, 在掷骰子时, 由于在一次试验中事件 C_1 与事件 C_2 不会同时发生, 因此, $C_1 \cup C_2$ 发生的频数等于 C_1 发生的频数与 C_2 发生的频数之和, $P(C_1 \cup C_2) = P(C_1) + P(C_2)$.

(5) 特别地, 若事件 B 与事件 A 互为对立事件, 则 $A \cup B$ 为必然事件, $P(A \cup B) = 1$. 再由加法公式得 $P(A) = 1 - P(B)$. 例如, 在掷骰子试验中, G 与 H 互为对立事件, 因此 $P(G) = 1 - P(H)$.

利用上述概率性质, 可以简化概率的计算.

例 如果从不包括大小王的 52 张扑克牌中随机抽取一张,

那么取到红心 (事件 A) 的概率是 $\frac{1}{4}$, 取到方片 (事件 B) 的概率是 $\frac{1}{4}$. 问:

- (1) 取到红色牌 (事件 C) 的概率是多少?
- (2) 取到黑色牌 (事件 D) 的概率是多少?

解: (1) 因为 $C = A \cup B$, 且 A 与 B 不会同时发生, 所以 A 与 B 是互斥事件. 根据概率的加法公式, 得

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2}.$$

(2) C 与 D 也是互斥事件, 又由于 $C \cup D$ 为必然事件, 所以 C 与 D 互为对立事件, 所以

$$P(D) = 1 - P(C) = \frac{1}{2}.$$



3. 基本要求:

- (1) 试讲时间 10 分钟左右;
- (2) 讲解要目的明确、条理清楚、重点突出;
- (3) 根据讲解的需要适当板书和作图;
- (4) 讲清概率的几个基本性质并能简单应用.

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 了解概率的取值范围, 必然事件、不可能事件的概率, 掌握事件互斥、对立事件概率的计算公式。
2. 通过学生探究思考, 锻炼数形结合、转化与化归的数学思想, 提高数据处理能力、逻辑推理能力、分析问题与解决问题的能力。
3. 通过数学活动, 了解教学与实际生活的密切联系, 感受数学知识在现实世界的巧妙应用, 提升数学学习的兴趣。

教学重点: 概率的加法公式及其应用, 事件的关系与运算。

教学难点: 概率的加法公式及其应用, 事件的关系与运算, 概率的几个基本性质。

教学过程:**一、导入新课**

复习内容, 学生教师共同回顾集合、随机事件等内容, 集合中有交并运算, 那么概率中是否也有类似的内容, 概率还有哪些基本性质是我们不知道的呢? 由此引入今天的课题——概率的基本性质。

二、探究新知**1. 提问问题**

给出骰子试验中, 定义如下事件, 例如: $G_1 = \{\text{出现1点}\}$, $G_2 = \{\text{出现2点}\}$, $G_3 = \{\text{出现3点}\}$,

$G_4 = \{\text{出现4点}\}$, $G_5 = \{\text{出现5点}\}$, $G_6 = \{\text{出现6点}\}$, $D_1 = \{\text{出现的点数不大于1}\}$, $D_2 = \{\text{出现的点数不大于3}\}$,

$D_3 = \{\text{出现的点数不小于5}\}$, $E = \{\text{出现的点数小于7}\}$, $F = \{\text{出现的点数大于6}\}$, $G = \{\text{出现的点数为偶数}\}$,

$H = \{\text{出现的点数为奇数}\}$, 为下面学习概率的几个基本性质做准备。

2. 探究性质

通过数中骰子实验, 对每一个事件进行分析, 师生共同总结, 从而得到概率的几个基本性质。

在骰子实验中, 发现每一个事件发生的概率都是大于 0 且不超过 1, 所以对于一般的事件 A, 其发生的概率是: $0 \leq P(A) \leq 1$ 。

对于事件 $E = \{\text{出现的点数小于7}\}$, 在骰子试验中, 由于出现的点数最大是 6, 所以这个事件一定发生, 称为必然事件。在每次试验中, 必然事件一定发生, 因此它的频率为 1, 从而必然事件的概率为 1。

对于事件 $F = \{\text{出现的点数大于6}\}$, 骰子的点数是 1-6, 不可能大于 6, 对于该事件, 称为不可能事件, 因此它的频率为 0, 对于不可能事件, 其发生的概率为 0。

当两个事件不可能同时发生时, 我们称事件 A 与事件 B 互斥时, $A \cup B$ 发生的频数等于 A 发生的频数与 B 发生的频数之和, 从而 $A \cup B$ 的频率, $f_w(A \cup B) = f_w(A) + f_w(B)$, 由此得到概率的加法公式: 如果事件 A 与事件 B 互斥, 则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

如果两个事件,其中一个不发生,另外一个事件必然发生,称事件 B 与事件 A 互为对立事件,则 $A \cup B$ 为必然事件。 $P(A \cup B) = 1$,再由加法公式得 $P(A) = 1 - P(B)$,例如,在投骰子试验中 G 与 H 互为对立事件,因此 $P(G) = 1 - P(H)$ 。

通过师生分析骰子实验,得到概率的五个基本性质。

三、巩固练习

提问:骰子实验中,点数小于 3 的概率和点数大于等于 3 的概率之和是多少。

明确:两个事件为对立事件,概率之和为 1。

通过习题练习,让学生强化本节课学习到的知识。

四、课堂小结

学生总结概率中五条基本性质,教师予以补充。

五、布置作业

1. 查阅资料,了解数学家雅各布·伯努利对概率发展的贡献。
2. 完成书课本中的课后习题。

六、板书设计

概率的基本性质

事件 A 概率的取值范围: $0 \leq P(A) \leq 1$

如果事件 A 为必然事件: $P(A) = 1$

事件 A 为不可能事件,不可能事件: $P(A) = 0$

如果 A 、 B 事件互斥: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

如果 A 、 B 事件对立: $P(A) = 1 - P(B)$

【试题解析—试讲稿】

一、导入新课

师：上课，同学们好，请坐。我们前面学习了集合，在集合中有哪些运算方法。

师：这位白色衣服的女同学，你来说说你的答案。

师：她说，集合中有交、并、补运算。

师：没错，对于集合来说我们有交、并、补运算，其实在概率中也有相似的计算方法，那就是概率性质中的互斥、对立事件计算公式，它与我们集合的有关运算十分相似。

师：今天这节课，我们就来学习一下概率的基本性质。

二、探究新知

师：首先我们来看一个骰子，骰子在投掷时可能会出现的点数可能是 1、2、3、4、5、6 其中的一个，现在我们来定义一下这些事件， $G_1 = \{\text{出现1点}\}$ ， $G_2 = \{\text{出现2点}\}$ ， $G_3 = \{\text{出现3点}\}$ ， $G_4 = \{\text{出现4点}\}$ ， $G_5 = \{\text{出现5点}\}$ ， $G_6 = \{\text{出现6点}\}$ ， $D_1 = \{\text{出现的点数不大于1}\}$ ， $D_2 = \{\text{出现的点数不大于3}\}$ ， $D_3 = \{\text{出现的点数不小于5}\}$ ， $E = \{\text{出现的点数小于7}\}$ ， $F = \{\text{出现的点数大于6}\}$ ， $G = \{\text{出现的点数为偶数}\}$ ， $H = \{\text{出现的点数为奇数}\}$

师：请同学们前后四个人为一组进行讨论，对于以上的事件出现的概率为多少？时间 3 分钟，讨论过程中有问题的同学可以举手示意，我会来帮助你。结束之后，请小组代表进行回答。

师：第一小组，你们组来说一下前六个事件的发生概率。

师：嗯，对于前六个事件，骰子一共 6 个面，出现其中一个点数是其中一个面，所以出现某一点数的概率都是 $\frac{1}{6}$ 。

师：这位同学的思路很清晰，能够把问题转化为已经学过的知识进行解决。

师：第二小组，你们组来说 $P(D_1) = \frac{1}{6}$ ， $P(D_2) = \frac{1}{2}$ ， $P(D_3) = \frac{1}{3}$ 。对于 $D_1 = \{\text{出现的点数不大于1}\}$ ，因为骰子的点数是 1-6，所以骰子不大于的情况只有点数为 1，所以这事件出现的概率是 $\frac{1}{6}$ 。对于 $D_2 = \{\text{出现的点数不大于3}\}$ ，不大于 3 的点数是 1、2 和 3，所以出现点数不大于 3 的概率是 $\frac{1}{2}$ 。对于 $D_3 = \{\text{出现的点数不小于5}\}$ ，不小于 5 的点数是 5，6，所以出现的点数不小于 5 的概率是 $\frac{1}{3}$ 。

师： $E = \{\text{出现的点数小于7}\}$ ，骰子的点数是恒小于 7 的，所以随便掷骰子点数一定小于 7，出现的概率为 1。

师： $F = \{\text{出现的点数大于6}\}$ ，骰子的点数只有 1、2、3、4、5、6，不可能出现 7，所以出现点数为 7 的概率是 0。

师: $G = \{\text{出现的点数为偶数}\}$, $H = \{\text{出现的点数为奇数}\}$, 骰子中奇数点有 1, 3, 5, 偶数点有 2, 4,

6。所以奇数和偶数点各占一半, 事件 G、F 发生的概率都是 $\frac{1}{2}$ 。

师: 非常好, 知识掌握的很牢固, 看来同学们对于概率计算这个知识点掌握的很牢固, 那同学们观察一下, 这些事件的概率有什么样的特点呢?

师: 戴眼镜的男同学, 你来说一下。

师: 嗯, 他说, 这里面每一个事件发生的概率都是大于等于 0 且不超过 1, 对于一般的事件 A, 它发生的概率取值范围 $0 \leq P(A) \leq 1$ 。

师: 她说, 她发现, 对于事件 E 和事件 F, 这两个事件概率一个是 1, 另外一个为 0, 对于概率为 1 的事件我们称为必然事件, 对于概率为 0 的事件, 我们称为不可能事件。

师: 分析的很透彻, 请坐! 其他同学还有补充吗?

师: 嗯, 第二小组代表, 你来说一下。

师: 嗯, 她说, 发现 G 与 H 这两个事件是相互对立的, 如果 G 不发生, H 一定发生, G 发生, H 一定不发生。

师: 其实这样的事件我们称为, 对立事件, 两个事件 $A \cup B$ 是必然事件, $P(A \cup B) = 1$, 再由加法公式得 $P(A) = 1 - P(B)$ 。

师: 概率的性质还有许多, 下节课我们将继续学习概率的另一个内容。

三、巩固练习

师: 同学们, 咱们今天的重点内容都已经完成了, 我来检测一下大家能否熟练掌握概率的基本性质。请同学们再来看几道题, 骰子实验中, 点数小于 3 的概率和点数大于等于 3 的概率之和是多少?

师: 好, 我看大家都已经完成了, 后边这位同学你来说说, 这道题目的结果是多少?

师: 哦, 他说, 因为这两个事件是对立事件, 所以, 它发生的概率是 1。很棒, 这个答案是完全正确的。

四、课堂小结

师: 我们这节课就要接近尾声了, 哪位同学来分享一下本节课的收获和体会呢?

师: 好, 最后一排这位同学你来。

师: 你说你学习了概率的基本性质, 知道了概率取值范围, 必然事件的概率为 1, 不可能事件的概率为 0, 了解了互斥事件与对立事件的计算公式。看来这节课你听的很认真, 请坐。

师: 这位同学掌握的很清晰, 这也是老师想要告诉大家的, 希望同学们在每节课的学习中都能够有不同的进步和收获。

五、布置作业

师: 这节课就上到这里, 下课之后请同学们了解一下数学家雅各布·伯努利, 看看他对于概率论发展的贡献, 下节课我们会学习到有关他所创立的内容, 同时完成课后习题部分。

六、板书设计

概率的基本性质

事件 A 概率的取值范围: $0 \leq P(A) \leq 1$

如果事件 A 为必然事件: $P(A) = 1$

事件 A 为不可能事件, 不可能事件: $P(A) = 0$

如果 A 、 B 事件互斥: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

如果 A 、 B 事件对立: $P(A) = 1 - P(B)$



【试题解析—答辩】

1. 请说明频率和概率的区别。

【参考答案】

频率与概率都是描述统计的可能性大小。

(1) 指代不同

频率：在相同的条件下，进行了 n 次试验，在这 n 次试验中，事件 A 发生的次数 m 称为事件 A 发生的频数，事件 A 发生的频数占 n 次实验的比重为频率。

概率：反映随机事件出现的可能性大小。随机事件是指在相同条件下，可能出现也可能不出现的事件。

(2) 计算方法不同

频率：当重复试验的次数 n 逐渐增大时，频率 $f_n(A)$ 呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数，这个常数就是事件 A 的概率。这种“频率稳定性”也就是通常所说的统计规律性。

概率：重复做 n 次试验， nA 为 n 次试验中事件 A 发生的次数，如果随着 n 逐渐增大，频率 nA/n 逐渐稳定在某一数值 p 附近，则数值 p 称为事件 A 在该条件下发生的概率，记做 $P(A) = p$ 。

2. 本节课你采用了什么样的教学方法？

【参考答案】

(1) 启发式教学法：主要采用启发、引导的方法，创设各种问题情境，使学生带着问题去主动思考、动手操作、交流合作，进而达到对知识的发现和接受，使书本知识成为自己的知识。它符合教学论中学生主体地位和教师主导作用相统一的原则，它还能充分调动学生的主动性和积极性。

(2) 探索讨论法：让学生独立思考、互相讨论、交流合作，能够使学生在探索讨论的过程中，寻找解决问题的方法。它有利于学生对知识的主动建构，有利于突出重点、突破难点，有利于发挥学生的探索意识和创新意识。

3. 简述概率的发展历程。

【参考答案】

数学中概率的起始的标志是人们对“点问题”的解法的探求。所谓的“点问题”是指当游戏在完成前被终止时，怎样处理游戏者的赌金分配问题，其依据是游戏者的得分数或者是游戏终止时的点数。法国人德·梅勒把这个问题寄给了当时的数学天才帕斯卡，帕斯卡对此很感兴趣，又写信告诉了费马。于是这两位伟大的法国数学家之间开始了具有划时代意义的通信，在通信过程中，两人分别用不同的方法正确地解决了这个问题。这两位就是概率论的创立者。

概率论的奠基人：雅格布·伯努利，他在首次提出了后来以“伯努利定理”著称的极限定理，在概率论发展史上占有重要地位。

在伯努利之后，法国数学家棣莫弗提出了概率乘法法则、正态分布和正态分布率的概念，并给出了概率论的一些重要结论，又极大推动了概率论的发展。

在概率的发展历程中，拉普拉斯、高斯、泊松、切比雪夫都对概率的发展起到了至关重要的作用，所以数学的发展不是某位数学家单打独斗出来的，每位数学家都是站在巨人的肩膀上砥砺前行。

《对数的概念》-数与代数

1. 题目:《对数的概念》

2. 内容:

上述问题实际上就是从 $2=1.11^x$, $3=1.11^x$, $4=1.11^x$, ... 中分别求出 x , 即已知底数和幂的值, 求指数. 这是本节要学习的对数.

一般地, 如果 $a^x=N$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$), 那么数 x 叫做以 a 为底 N 的**对数** (logarithm), 记作

$$x=\log_a N,$$

其中 a 叫做对数的**底数**, N 叫做**真数**.

例如, 由于 $2=1.11^x$, 所以 x 就是以 1.11 为底 2 的对数, 记作 $x=\log_{1.11} 2$; 再如, 由于 $4^2=16$, 所以以 4 为底 16 的对数是 2, 记作 $\log_4 16=2$.

通常, 我们将以 10 为底的对数叫做**常用对数** (common logarithm), 并把 $\log_{10} N$ 记为 $\lg N$. 另外, 在科技、经济以及社会生活中经常使用以无理数 $e=2.718\ 28\cdots$ 为底数的对数, 以 e 为底的对数称为**自然对数** (natural logarithm), 并把 $\log_e N$ 记为 $\ln N$.

根据对数的定义, 可以得到对数与指数间的关系:

当 $a>0$, $a\neq 1$ 时, $a^x=N\iff x=\log_a N$.

由指数与对数的这个关系, 可以得到关于对数的如下结论:

负数和 0 没有对数;

$$\log_a 1=0, \log_a a=1.$$

请你利用对数与指数间的关系证明这两个结论.

“log”是拉丁文 logarithm (对数) 的缩写.

通过查询互联网, 进一步了解无理数 e 、常用对数和自然对数.

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间 10 分钟左右;
- (2) 讲解要目的明确、条理清楚、重点突出;
- (3) 根据讲解的需要适当板书;
- (4) 讲清对数与指数间的关系。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 理解对数的定义, 了解对数式中各字母的取值范围及名称, 理解指数与对数之间的互逆关系, 能够进行对数式与指数式的互化。

2. 通过对对数概念的学习, 认识指数与对数之间的互化关系, 感受数学中相互转化的思想, 体会到类比学习方法在数学中的作用。

3. 通过对于对数知识的学习, 利用相互联系的观点看问题, 培养学生利用数学思想分析问题的意识。

教学重点: 对数概念的理解, 对数式与指数式的相互转化。

教学难点: 应用指数与对数的相互转化求值。

教学过程:**一、导入新课**

数学史导入: 经历了暗淡无光的中世纪, 近代数学伴随文艺复兴而再次发展, 17 世纪有三个伟大数学成就, 一是笛卡尔解析几何的创立, 二是牛顿与莱布尼茨创立的微积分, 三就是对数, 对数的创立延长了天文学家的寿命。但是对数到底是什么呢, 由此引入本节课内容——对数的概念。

二、探究新知**1. 对数的概念**

提问: $2^x = 8$, 求 x 等于多少?

明确: $x = 3$ 。

如果是 $1.11^x = 2$, $1.11^x = 3$, $1.11^x = 4$, 这时 x 等于多少, 学生发现, 这里面 x 不能用整数进行表示。

教师讲解对数的概念: 一般地, 如果 $a^x = N$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), 那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $x = \log_a N$, 其中 a 叫做对数的底数, N 叫做真数。学生掌握对数的概念后, 教师让学生回归刚才的问题如何进行书写。

提问: $1.11^x = 2$, $1.11^x = 3$, $1.11^x = 4$, 求 x 分别等于多少?

明确: $x = \log_{1.11} 2$, $x = \log_{1.11} 3$, $x = \log_{1.11} 4$ 。

2. 常用对数与自然对数

了解对数概念之后, 掌握对数的简单运算, 接着介绍两个对数的概念, 常用对数与自然对数。在生活中, 我们经常使用 10 为底的对数, 这种对数叫做常用对数, 并把 $\log_{10} N$ 记为 $\lg N$ 。另外, 在科技、经济以及社会生活中经常使用以无理数 e 为底数的对数, 以 e 为底的对数称为自然对数, 并把 $\log_e N$ 记为 $\ln N$ 。这两个对数在后面计算, 应用非常广泛, 同学们一定要了解这一概念。

3. 对数与指数的关系

教师提问, 根据对数的定义, 可以得到对数与指数间的关系: 当 $a > 0, a \neq 1$, $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$ 。接着学生进行总结对数中的几点说明: 对于指数与对数, 可以发现指数中的 a 和 N 值都是正值, 所以可以发现对数的底数和真数是没有负数和 0 的, 指数有 $a^0 = 1$, $a^1 = a$, 所以对数中恒有 $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$ 。

三、巩固练习

提问： $5^4 = 625$ ， $2^{-6} = \frac{1}{64}$ ， $\ln 10 = 2.303$ ，将以上指数式转化为对数式，对数式化为指数式。

明确： $\log_5 625 = 4$ ， $\log_2 \frac{1}{64} = -6$ ， $e^{2.303} = 10$ 。

通过例题，加强学生对于指数和对数转化运算的理解。

四、课堂小结

学生总结，教师补充评价。

五、布置作业

1. 通过查询互联网，了解无理数 e ，以及与 e 有关的“最美公式”。
2. 完成课后习题。

六、板书设计

对数的概念

对数的定义 $a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$

两个特殊的对数

- (1) 常用对数
- (2) 自然对数

对数的几点说明

- (1) 0和负数没有对数
- (2) $\log_a 1 = 0$
- (3) $\log_a a = 1$

【试题解析—试讲稿】

一、导入新课

师：上课，同学们好，请坐。同学们知道近代科学是什么时候开始蓬勃发展的吗？

师：第三排这位同学，你来说说你的答案。

师：嗯，他说，是欧洲文艺复兴之后，科学开始快速发展。

师：其实经历了暗淡无光的中世纪，科学的发展几乎停滞，伴随文艺复兴科学再次发展，17世纪有三个伟大数学成就，一是笛卡尔解析几何的创立，二是牛顿与莱布尼茨创立的微积分，三就是对数，对数的创立延长了天文学家的寿命，那对数到底是什么？

师：今天这节课，我们就来认识对数，学习一下对数的概念。

二、探究新知

师：同学们请看多媒体中的思考题： $2^x = 8$ ，求 x 等于多少？

师：穿白色衣服的女同学，你来说说你的答案。

师：嗯，她说，根据指数的运算，这个结果是 $x = 3$ 。

师：这位同学的思路很清晰，能够把问题转化为已经学过的知识进行解决。

师：如果是 $1.11^x = 2$ ， $1.11^x = 3$ ， $1.11^x = 4$ ，这时 x 等于多少？

师：老师看见同学们都摇了摇头，这里面 x 不能用整数进行表示了，其实对于这类问题，就涉及到一个全新的数：对数。

师：我们一起来看一下对数的概念是什么，一般地，如果 $a^x = N$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)，那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x = \log_a N$ ，其中 a 叫做对数的底数， N 叫做真数。这就是对数的概念，大家是不是可以发现，对数是从指数转化过来的，同学们要把对数中每一部分的名称搞清楚，知道它与指数中每一个字母的对应位置，这一做题时才不会出现错误。

师：现在同学们继续求 $1.11^x = 2$ ， $1.11^x = 3$ ， $1.11^x = 4$ 中 x 的值分别等于多少？

师：嗯，数学课代表你来说一下，你来说一下你的结果吧。

师：他说，通过刚才的知识算出，这三题的结果分别是 $x = \log_{1.11} 2$ ， $x = \log_{1.11} 3$ ， $x = \log_{1.11} 4$ 。

师：非常好，知识掌握的很牢固，看来同学们对于对数的概念掌握的非常清晰了。

师：掌握对数概念了，我们继续看两个常用的对数，在指数中，我们是不是经过用到 10^x 这种类型，对数中我们也经常使用以10为底的对数，这个对数叫做常用对数，并把 $\log_{10} N$ 记为 $\lg N$ 。

师：另一个对数，同学们可能没有见过，但是在科技、经济以及社会生活中经常使用，它就是以 e 为底的对数， e 是一个无理数 $e = 2.71828\cdots$ ，以 e 为底的对数称为自然对数，并把 $\log_e N$ 记为 $\ln N$ 。这两个对数在后续的计算、应用都非常的重要，所以同学们要知道这两个常用的对数。

师：通过上述例子，我们发现指数和对数是有联系的，根据对数的定义，可以得到对数与指数间的关系：当 $a > 0, a \neq 1$ ， $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$ 。那么对数的底数和真数的取值是怎么的，一些对数运算是否与指

数一样,有特殊的值。

师:请同学们前后四个人为一组进行讨论,时间3分钟,讨论过程中有问题的同学可以举手示意,我会来帮助你。结束之后,请小组代表进行回答。

师:好,时间到。第三小组,你来说说你们的想法。

师:嗯,他说,因为指数函数中 $a^x = N$, $a > 0, a \neq 1$,同时 N 的值始终是大于0的数,所以对数的底数都是大于0不等于,真数全都大于0,负数和0没有对数。

师:分析的很透彻,请坐!其他同学还有补充吗?

师:嗯,第二小组代表,你来说说。

师:嗯,她说,指数中 $a^0 = 1$, $a^1 = a$,所以对于对数中 $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$ 。

师:第二小组考虑的很全面,老师给你们点个赞。对数的性质及运算方法还有很多,下节课我们在继续探索。

三、巩固练习

师:同学们,咱们今天的重点内容都已经完成了,我来检测一下大家能否熟练应用这一公式。请同学们再来看几道题, $5^4 = 625$, $2^{-6} = \frac{1}{64}$, $\ln 10 = 2.303$,将指数式转化为对数式,对数式化为指数式。

师:请第一排这位同学到黑板上进行板演。其他同学在练习本上完成。

师:好,我看大家都已经完成了,我们一起看一下黑板上这位同学的结果, $\log_5 625 = 4$, $\log_2 \frac{1}{64} = -6$, $e^{2.303} = 10$ 。他后边这位同学你来说说,他的式子有没有问题?

师:哦,他说,黑板上同学做的完全正确。嗯,你说的是对的,请坐!在这里老师也要提醒大家,在进行指数和对数转化的时候一定要书写正确。

四、课堂小结

师:我们这节课也马上就要接近尾声了,哪位同学来分享一下本节课的收获和体会呢?

师:好,最后一排这位同学你来,你说你学习了对数的概念,知道了什么是对数,常用对数、自然对数,并且知道了对数的条件和取值范围。看来这节课你听的很认真,请坐。还有谁要补充的吗?

师:同桌,你来说说。恩,他说,这节课运用到了类比,转化等一些重要的数学思想。说的很不错,这个也是老师想要告诉大家的,希望同学们在每节课的学习中都能够有不同的进步和收获。

五、布置作业

师:这节课就上到这里,课下之后请同学们上网搜索与 e 有关数学中的“最美公式”,同时把课后练习中的习题写到作业本上。

六、板书设计

对数的概念

对数的定义 $a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$

两个特殊的对数 (1) 常用对数
(2) 自然对数

对数的几点说明 (1) 0和负数没有对数
(2) $\log_a 1 = 0$
(3) $\log_a a = 1$



【试题解析—答辩】

1. 你最喜欢的数学家是谁?他身上有哪些品质值得你学习?

【参考答案】

在数学史进程中涌现了许多著名的数学家,如数学之神阿基米德、数学王子高斯、解析几何之父笛卡尔、数学分析鼻祖维尔斯特拉斯、非欧几何的集大成者黎曼、无冕之王希尔伯特,他们留下了大量数学产物供我们学习,其中我最喜欢的数学家是约翰·伯努利。

对于一名教师,教书育人是我们的本职工作,数学家约翰·伯努利就是这样的人,约翰培养了许多耳熟能详的学生,如洛必达法则的创立者洛必达、征服黑暗的大数学家欧拉、方程组的贡献者克莱姆、流体力学的创始人丹尼尔·伯努利,作为一名教师,他培养出太多出色的学生,这一点他不逊色于任何一个人。

作为一名学生,他师从莱布尼茨,做出了极多的数学成果,像我们高中学习到的伯努利不等式,同时他独立解决了伽利略留下的最速降线问题和自悬线问题,也为微积分的发展做了极大的贡献,并且贯彻持续学习、终身理念思想。

如果我成为一名人民教师,我也会贯彻这种持续学习、终身学习的理念,教学上也要将自己的学生也培养出为优秀的人。

2. 对数概念在教学的过程中会出现哪些问题?

【参考答案】

(一)对数概念的实质:对数是在十七世纪初,为了解决生产与航海运输中的繁复计算,提高计算效率而发明的。对数为什么这样定义?对数为什么能简化计算?对数概念的实质是什么?这些问题在引出对数概念时必须讲清楚,否则学生会把对数的概念搞混。

(二)在明确对数概念的基础上,还应让学生了解 $a^{\log_a N} = N$ 中的 a 与 N 可以是符合条件的各种代数式。学生在代数学习中对于字母往往忽视它应满足的条件以及它可能出现的各种形式,错误往往来源于此,务必引起重视。

(三)形式主义地死记公式,乱用公式。学生对于对数符号第一次接触,不易熟记同时容易产生记忆上的错误,乱用与错用公式。在教学过程中,要强化学生的习题练习,加强对公式的运用记忆。

(四)换底公式掌握不熟:换底公式是对数中的重要概念,许多学生因为掌握不熟,导致对数中的恒等变形无法解决,这对能力的培养势必带来限制,所以,遇到这一内容,要增加一些例题与习题,开拓思路。

3. 对数函数与指数函数的定义是什么?对数函数与指数函数的有什么样的联系?

【参考答案】

(一)二者的基本定义:

①对数函数的表达式为: $y = \log_a x$, (其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$), a 为底数, x 为真数。

②指数函数的表达式为: $y = a^x$, (其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$), a 为底数, x 为指数。

(二)二者的主要关系:

①二者中出现的 a 的取值范围是一致的。

②在 a 相同的情况下, 对数函数的反函数是指数函数, 指数函数的反函数是对数函数, 即二者互为反函数

③在 a 相同的情况下, 对数函数的定义域 $(0, +\infty)$ 是其对应指数函数的值域; 同理, 对数函数的值域 $(-\infty, +\infty)$ 是其对应指数函数的定义域

④在 a 相同的情况下, 对数函数的图象和指数函数的图象是关于直线 $y = x$ 对称。



《弧度制和弧度制与角度制的换算》-数与代数

1. 题目:《弧度制和弧度制与角度制的换算》

2. 内容:

5.1.2 弧度制

度量长度可以用米、英尺、码等不同的单位制,度量质量可以用千克、磅等不同的单位制.不同的单位制能给解决问题带来方便.角的度量是否也能用不同的单位制呢?能否像度量长度那样,用十进制的实数来度量角的大小呢?

我们知道,角可以用度为单位进行度量,1度的角等于周角的 $\frac{1}{360}$.这种用度作为单位来度量角的单位制叫做角度制.

下面介绍在数学和其他科学研究中经常采用的另一种度量角的单位制——弧度制.

如图 5.1-9,射线 OA 绕端点 O 旋转到 OB 形成角 α .在旋转过程中,射线 OA 上的一点 P (不同于点 O) 的轨迹是一条圆弧,这条圆弧对应于圆心角 α .

设 $\alpha = n^\circ$, $OP = r$, 点 P 所形成的圆弧 $\widehat{PP_1}$ 的长为 l .由初中所学知识可知 $l = \frac{n\pi r}{180}$.

于是

$$\frac{l}{r} = n \frac{\pi}{180}.$$

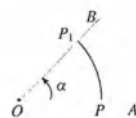


图 5.1-9

探究

如图 5.1-10,在射线 OA 上任取一点 Q (不同于点 O), $OQ = r_1$.在旋转过程中,点 Q 所形成的圆弧 $\widehat{QQ_1}$ 的长为 l_1 . l_1 与 r_1 的比值是多少?你能得出什么结论?

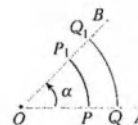


图 5.1-10

可以发现,圆心角 α 所对的弧长与半径的比值,只与 α 的大小有关.也就是说,这个比值随 α 的确定而唯一确定.这就启发我们,可以利用圆的弧长与半径的关系度量圆心角.

我们规定:长度等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度 (radian) 的角,弧度单位用符号 rad 表示,读作弧度.

我们把半径为 1 的圆叫做单位圆.如图 5.1-11,在单位圆 O 中, \widehat{AB} 的长等于 1, $\angle AOB$ 就是 1 弧度的角.

根据上述规定,在半径为 r 的圆中,弧长为 l 的弧所对的圆心角为 α rad, 那么

$$|\alpha| = \frac{l}{r}.$$

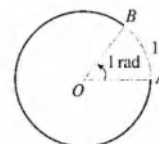


图 5.1-11

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容,适当板书。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 理解并掌握弧度制的概念以及换算形式。
2. 通过思考,探究,讨论,动手操作等过程,学生培养其发现问题,解决问题的能力,感受转化与划归的数学思想。
3. 感受到数学学习中知识点之间相互连接的趣味性,体验到数学学习的乐趣,增加学习数学的兴趣。

教学重点: 理解弧度制的概念并学会与角度制进行换算。

教学难点: 理解为什么引入弧度制,弧度制的好处是什么。

教学过程:**一、谈话复习,引入新课**

复习初中学习过的知识:角的度量、圆心角的度数与弧的度数。

复习角的概念推广:提出问题:角的范围是什么?如何分类的?

二、合作探究,学习新知

1. 新授导语:初中学习中我们知道角的度量单位是度、分、秒,它们是60进制,角是否可以用其它单位度量?

2. 学生自主学习课本第7、8页,回答以下问题:

(1) 角的弧度制是如何引入的?

(2) 为什么要引入弧度制?好处是什么?为了把角度和长度直接联系起来,

学生动手画图来探究:角的弧度制与角的大小有关,与角所在圆的半径的大小是否有关?角的弧度与角所在圆的半径、角所对的弧长有何关系?

老师引导总结1弧度角的定义、角的弧度与角的关系。

(1) 1弧度角的定义:长度等于半径长的弧所对的圆心角称为1弧度的角它的单位是rad,读作弧度,这种用“弧度”做单位来度量角的制度叫做弧度制。

(2) 正角的弧度数是正数,负角的弧度数是负数,零角的弧度数是0。

(3) 角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha| = \frac{l}{r}$ (l 为弧长, r 为半径)。

3. 角度制与弧度制的换算:

$$\because 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$\therefore 180^\circ = \pi \text{ rad}, 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

三、巩固运用,实践创新

1. 直径为20cm的圆中,求 165° 圆心角所对应的弧长。

解: $r = 10\text{cm}$

$$(1) \alpha = \frac{\pi}{180} \times 165(\text{rad}) = \frac{11\pi}{12} \text{ rad} \therefore l = \frac{11\pi}{12} \times 10 = \frac{55\pi}{6} (\text{cm})$$

四、总结体会,反思提升

通过本节课的学习,你有哪些收获?鼓励学生畅所欲言,各抒己见。学生总结为主,引导学生从知识、

方法、情感等方面小结本节课所学内容。老师辅助补充。

1. 弧度的定义

2. 弧度与角度的换算公式（注意算法）

五、课后作业，拓展延伸

1. 基础作业：课后习题 1-2；

2. 开放性思考题：弧度制是哪位数学家最先研究的？

六、板书设计

弧度制和弧度制与角度制的换算

$$\frac{l}{r} = n \frac{\pi}{180}, \quad |\alpha| = \frac{l}{r}.$$

弧度制：用弧度作为单位度量角，单位：rad



【试题解析—试讲稿】

一、谈话复习，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。在上课之前呢老师想问一下大家，以前初中的时候学了哪些和角度有关的知识啊？

生：如何去测量一个角的大小以及角的度数

师：反应很快，请坐。那既然有角的度量和角的度数，如何去测量一个角呢？角根据度数的不同又分成几种啊？

生：一般都是用量角器进行测量，而根据角的大小分为锐角，直角，钝角，平角和周角。

师：回答的很全面啊，那除了角的测量和度数以外还有什么是和度数有关的呢？哪位同学可以补充一下。

生：还有弧的度数。

师：没错，除了角度以外，我们还有弧的度数这种数据，那既然有角的度数，也有弧的度数。今天我们就一起研究一下弧度制和弧度制与角度制的换算吧。

二、合作探究，学习新知

师：之前学习角度的时候，我们说角的度量单位是什么啊？没错，是度，分，秒。不过大家还记得它们彼此之间的进位是多少吗？

生：60

师：很好，记的非常清楚，就是60进制的。除此之外，刚才我们也说了，还有弧的度数，大家想想能不能用弧的度数表示角呢？现在给大家5分钟的时间自学课本这一部分的一下。时间到，为了检验大家的学习成果，老师问你们几个问题。首先是第一题：角的弧度制是如何引入的？左边那位同学你举手了你来说吧。

生：是通过弧长与半径之间的关系，引入了角度弧度制从而进行角度表示。

师：回答的很完整，请坐。接下来请听第二题：为什么要引入弧度制呢？好处是什么？后边那我同学你手举这么快，你告诉大家你的答案是什么。

生：弧度制的引入可以把角度和长度直接联系起来，而不只是角度这一个单一的内容。

师：你的思维很敏捷，请坐，弧度制的好处就是把两个看似没有关系的角度和长度紧密的联系到了一起。

$$\frac{l}{r} = n \frac{\pi}{180^\circ}$$

可以帮助我们更方便的进行解题和应用。用公式表示就是

师：下面咱们以小组为单位进行探究活动的进行，大家自己动手画一画看看能发现什么特征。并思考这几个问题：角的弧度制与角的大小有关，与角所在圆的半径的大小是否有关？角的弧度与角所在圆的半径、角所对的弧长有何关系？看大家停止了讨论，应该是有结论了，谁来说一说。右边那位同学你来谈谈。

生：角的大小和圆的半径大小没有关系，因为角的大小是对应弧长和半径的比值，这个值的大小是根据圆心角唯一确定的。

师：。接下来老师就把刚才大家的发现和结论一起总结一下：

弧度制就是用“弧度”做单位来度量角的制度叫做弧度制。

1 弧度角的定义：长度等于半径长的弧所对的圆心角称为1弧度的角它的单位是 rad，

角度有正有负，所以咱们的弧度制也有正有负，正角的弧度数是正数，负角的弧度数是负数，那零角的弧度数是多少呢？

生：0。

师：回答正确，不过这都是概念性的知识，具体咱们还需要学怎么去用，怎么进行计算，公式刚才已经写在黑板上了，不过大家还需要清楚一个知识点：角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha| = \frac{l}{r}$ (l 为弧长， r 为半径)。

师：咱们在计算时两个公式选择性的应用，如果只给了圆心角，求弧度用哪个？

生：第一个。

师：那只给了弧长和半径呢？没错，那就只能用第二个了。

三、巩固运用，实践创新

师：弧度制以及于角度制的换算相信大家都已经掌握了。那我们就具体运算一下吧，看看 PPT 上老师给大家准备的题目直径为 20cm 的圆中，求 165° 圆心角所对应的弧长。那位举手最快的同学你来说说你的答案是多少

生： $r=10\text{cm}$ ， $\alpha = \frac{\pi}{180} \times 165(\text{rad}) = \frac{11\pi}{12} \text{rad} \therefore l = \frac{11\pi}{12} \times 10 = \frac{55\pi}{6}(\text{cm})$

师：请坐。大家算的和他一样吗？都一样就没问题了，

四、总结体会，反思提升

师：来同学们对知识点掌握的都很牢固，有谁愿意和大家分享并上黑板写一下你一下这节课的收获呢？请第一小组代表起来写一下吧。写一下弧度制的概念及你所学的内容。

师：他写的是不是本节课主要内容啊，是的。看来同学们掌握的不错。

五、课后作业，拓展延伸

师：欢乐的时光总是短暂的，就快下课了，今天回去后有两个作业（1）完成课本课后练习题。（2）回去思考一下弧度制是哪位数学家最先研究的？下节课一起分享分享。

六、板书设计

弧度制和弧度制与角度制的换算

$$\frac{l}{r} = n \frac{\pi}{180}, \quad |\alpha| = \frac{l}{r}.$$

弧度制：用弧度作为单位度量角，单位：rad

【试题解析—答辩】

1. 如何复习数学成绩才能提高得快?

【参考答案】

基础知识包括基本概念、基本公式、基本定律、法则和我们平时总结的解题方法和规律。对于基础知识的复习,我们要弄清来龙去脉,沟通相互关系,掌握推证过程,注意表达形式,归纳记忆方法,明确主要用途。我们建议先把每一讲最前面的“内容概述”里面涉及到基础知识复习一遍。

解题技能包括:思维的技能、解题的技能、运算的技能等。建议学生把典型例题先操作一遍,尤其是在初学的时候没有解决的题目。在做题的同时,我们要注意两点:第一,要注意总结解题的规律;第二,对于每一道题目都要计算出最终的结果。很多同学在解题时,只是满足于会解就行了。其实这是误区,当学生考试时遇到这样的题目时,还是不会解。

最后,复习中遇到的问题,一定要想办法解决,找老师,找同学,找家长都行,千万不要不好意思。平时的学习态度很重要,探索精神很可贵,付出决定收获。

2. 请你说一说本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

(1) 知识与技能目标:了解弧度的角和弧度制的定义并且学会弧度与角度的换算;

(2) 过程与方法目标:掌握弧度制下的弧长公式,扇形的面积公式,培养学生弧度制解决具体的问题的意识和能力。

(3) 情感态度与价值观:学生通过总结引入弧度制的好处,学会归纳、整理并认识到任何新知识的学习都会为我们解决实际问题带来方便,从而激发学生的学习兴趣。我的答辩完毕,谢谢各位老师,老师辛苦了。

3. 请你说一说四种命题的相互关系。

【参考答案】

(1) 原命题:与逆命题互逆,与否命题互否,与逆否命题互为逆否;

(2) 逆命题:与原命题互逆,与逆否命题互否,与否命题互为逆否;

(3) 否命题:与原命题互否,与逆命题互为逆否,与逆否命题互逆;

(4) 逆否命题:与逆命题互否,与否命题互逆,与原命题互为逆否。

《事件的关系与运算》-概率

1. 题目:《事件的关系与运算》

2. 内容:

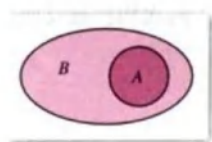


图 3.1-1

1. 事件的关系与运算

(1) 显然, 如果事件 C_1 发生, 则事件 H 一定发生, 这时我们说事件 H 包含事件 C_1 , 记作 $H \supseteq C_1$.

一般地, 对于事件 A 与事件 B , 如果事件 A 发生, 则事件 B 一定发生, 这时称**事件 B 包含事件 A** (或称**事件 A 包含于事件 B**), 记作 $B \supseteq A$ (或 $A \subseteq B$). 与集合类比, 可用图 3.1-1 表示. 不可能事件记作 \emptyset , 任何事件都包含不可能事件.

(2) 如果事件 C_1 发生, 那么事件 D_1 一定发生, 反过来也对, 这时我们说这两个事件相等, 记作 $C_1 = D_1$.

一般地, 若 $B \supseteq A$, 且 $A \supseteq B$, 那么称事件 A 与事件 B 相等, 记作 $A = B$.

(3) 若某事件发生当且仅当事件 A 发生或事件 B 发生, 则称此事件为事件 A 与事件 B 的**并事件** (或**和事件**), 记作 $A \cup B$ (或 $A + B$).

例如, 在掷骰子的试验中, 事件 $C_1 \cup C_5$ 表示出现 1 点或 5 点这个事件, 即 $C_1 \cup C_5 = \{\text{出现 1 点或 5 点}\}$.

(4) 若某事件发生当且仅当事件 A 发生且事件 B 发生,

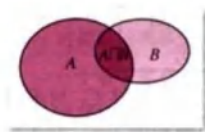


图 3.1-2

则称此事件为事件 A 与事件 B 的**交事件** (或**积事件**), 记作 $A \cap B$ (或 AB), 如图 3.1-2.

例如, 在掷骰子的试验中, $D_2 \cap D_3 = C_1$.

(5) 若 $A \cap B$ 为不可能事件 ($A \cap B = \emptyset$), 那么称**事件 A 与事件 B 互斥**, 其含义是: 事件 A 与事件 B 在任何一次试验中不会同时发生, 如图 3.1-3.

例如, 上述试验中的事件 C_1 与事件 C_2 互斥, 事件 G 与事件 H 互斥.

(6) 若 $A \cap B$ 为不可能事件, $A \cup B$ 为必然事件, 那么称事件 A 与事件 B **互为对立事件**, 其含义是: 事件 A 与事件 B 在任何一次试验中有且仅有一个发生.

例如, 在掷骰子试验中, $G \cap H$ 为不可能事件, $G \cup H$ 为必然事件, 所以 G 与 H 互为对立事件.

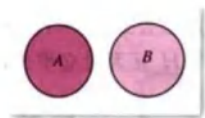


图 3.1-3

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容, 适当板书。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 理解并掌握事件之间存在的 6 种关系。
2. 通过游戏活动, 思考探究, 小组交流, 学生培养其思维能力和交流能力, 感受数形结合的数学思想。
3. 体会数学来源于生活, 感受的数学学习的趣味性, 提高学生学习数学的兴趣。

教学重点: 掌握事件之间存在的关系。

教学难点: 能用字母表示出事件间的关系。

教学过程:

一、观看视频, 引入新课

拿出准备好的骰子, 组织学生进行游戏活动, 并称把投掷骰子每次出现的结果看成一个事件, 就会有随机事件、必然事件及不可能事件, 今天我们研究的课题就是事件的关系与运算。(板书课题)

二、合作探究, 学习新知

1. 合作探究

引导学生抛掷骰子, 记录出现的结果, 教师多媒体呈现学生的讨论结果:

$C_1 = \{\text{出现1点}\}$, $C_2 = \{\text{出现2点}\}$, $C_3 = \{\text{出现3点}\}$ 等;

$D_1 = \{\text{出现的点数不大于1}\}$, $D_2 = \{\text{出现的点数不大于3}\}$, $D_3 = \{\text{出现的点数不大于5}\}$;

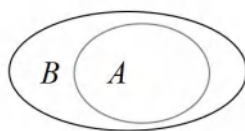
$E = \{\text{出现的点数小于7}\}$, $F = \{\text{出现的点数大于6}\}$;

$G = \{\text{出现的点数为偶数}\}$, $H = \{\text{出现的点数为奇数}\}$, ……

2. 教师引导观察

(1) 如果事件 C_1 发生, 则事件 H 一定发生, 我们说事件 H 包含事件 C_1 , 记作 $H \supseteq C_1$ 。

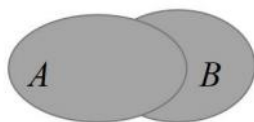
一般地, 对于事件 A 与事件 B , 如果事件 A 发生, 则事件 B 一定发生, 这时称事件 B 包含事件 A (或称事件 A 包含于事件 B), 记作 $B \supseteq A$ (或 $A \subseteq B$)。



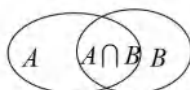
(2) 类似地, 请同学们结合掷骰子说明两个事件相等。(教师板书)

一般地, 若 $B \supseteq A$ 且 $A \supseteq B$, 那么称事件 A 与事件 B 相等, 记作 $A = B$ 。

(3) 若事件发生当且仅当事件 A 或事件 B 发生, 则称事件为事件 A 与事件 B 的并事件 (或和事件), 记作 $A \cup B$ (或 $A + B$)。如图,

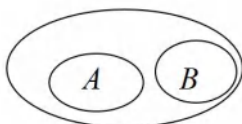


(4) 若事件发生当且仅当事件 A 且事件 B 发生, 则称事件为事件 A 与事件 B 的交事件 (或积事件), 记作 $A \cap B$ (或 AB)。如图,

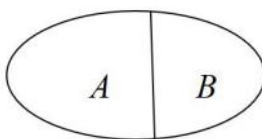


并事件和交事件概念讲完, 请同学分别举例说明, 既可以加深学生的理解, 又可以增加课堂氛围。

(5) 若 $A \cap B$ 为不可能事件 ($A \cap B = \emptyset$), 那么称事件 A 与事件 B 互斥, 即在任何一次试验中都不会同时发生。如图,



(6) 若 $A \cap B$ 为不可能事件, $A \cup B$ 为必然事件, 那么称事件 A 与事件 B 互为对立事件, 即事件 A 与事件 B 在任何一次试验中有且仅有一个发生。如图,



三、巩固运用, 实践创新

1. 从装有 3 个红球和 2 个白球的口袋中随机取出 3 个球, 则事件“取出 1 个红球和 2 个白球”的对立事件的是。

四、总结体会, 反思提升

通过本节课的学习, 你有哪些收获?

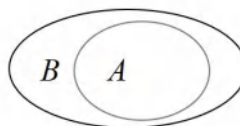
五、课后作业, 拓展延伸

习题册的 A 组基础题 1-3 题作为必做题, B 组能力拓展第 1 题作为选做题。

六、板书设计

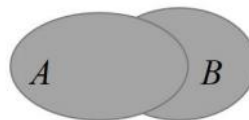
事件的关系与运算

包含关系: $B \supseteq A$ (或 $A \subseteq B$)

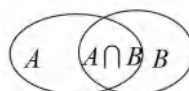


相等关系: $A=B$

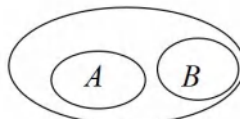
并事件: $A \cup B$ (或 $A+B$)



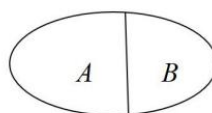
交事件: $A \cap B$ (或 AB)



互斥事件: $A \cap B = \emptyset$



对立事件:



【试题解析—试讲稿】

一、谈话复习，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。大家看看老师手上拿的是啥啊？没错，是生活中很常见的骰子，每次掷骰子都出现点数对吧，那总共有几种可能性呢？

生：6种

师：没错。因为有6个点数，所以有6种情况，那我们把每一次的结果都看成一个事件，是不是就会有我们以前学的随机事件，可能事件，不可能事件出现。既然有这么多种的事件出现，老师想请同学们猜一猜这些事件彼此之间会不会存在什么关系呢？

生：既然都是类似的事件，那应该是存在一些关系的。

师：大家都很善于思考啊，没错，事件之间确实存在某些关系，具体存在怎样的关系呢，今天我们就一起研究一下事件的关系与运算。（板书课题）

二、合作探究，学习新知

1. 骰子游戏，共同探究

师：骰子既然已经拿来了，那咱们就掷骰子看看顺便记录一下有哪些情况吧，虽然说点数是有6种，但是事件数可不止6种呦，大家说说还能有哪些和点数有关的事件呢？坐在左边的那位同学你来说一下吧。

生：点数为偶数，点数是奇数，点数大于3的，点数小于等于3的。

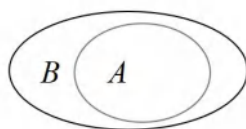
师：说的很详细啊，这些事件也可以说是和点数有关的。

2. 探究事件，确定关系

师：既然有这么多的事件，老师问下大家这两个事件是什么关系呢？出现1点和出现的点数小于3点。

生：如果事件是出现1点，那么事件为点数小于3点也一定成立。

师：回答正确，这就是事件的第一种关系，我们叫做包含关系，用数学语言表示呢就是对于事件A与事件B，如果事件A发生，则事件B一定发生，这时称事件B包含事件A，记作 $B \supseteq A$ （或 $A \subseteq B$ ）。那



大家尝试下用韦恩图表示是什么样的？

师：类似地，请同学们结合掷骰子说明两个事件相等什么情况呢？

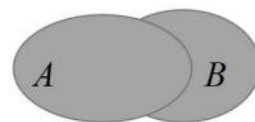
生：事件A是出现1点，事件B是不大于2点。

师：反应很快啊，请坐。我们会发现 $A \supseteq B$ ，同时 $B \supseteq A$ ，这种情况下称事件A与事件B相等，记作 $A = B$ 。

师：那接下来老师再说一个事件，大家想想他们是什么关系。事件为“出现1点或5点”，那这个事件是有哪两个事件组成呢？

生：“出现1点”和“出现5点”两个事件组成。

师：是的，很明显是由这两种事件组成，那我们说事件发生当且仅当事件A或事件B发生，则称事件

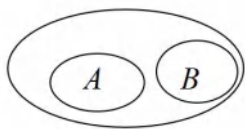


为事件A与事件B的并事件，记作 $A \cup B$ （或 $A + B$ ）。同样大家画一画韦恩图，



师：有并其实就有交，那大家想一下交事件是什么样的呢先画个图看看？。像这样的事件发生当且仅当事件 A 且事件 B 发生，则称事件为事件 A 与事件 B 的交事件，记作 $A \cap B$ （或 AB ）。

师：刚才我们说了“出现 1 点”或“出现 5 点”这两个事件可以组合成一个并事件。但是他们两个彼此之间是不是毫无关系，也就意味着 $A \cap B = \emptyset$ ，像这种任何一次试验中都不会同时发生，那么称事件 A 与

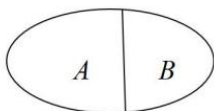


事件 B 互斥，如图，

师：互斥事件说完了，接下来就给大家看一个互斥事件的进阶版，我们叫做对立事件。那对立啥意思呢？

生：不是你就是我。

师：确实是这种情况，就像一开始我们说的“点数是奇数”和“点数是偶数”，是不是只会有这两种啊，但是又不可能同时发生，那么称事件 A 与事件 B 互为对立事件。而这个韦恩图就需要大家注意喽



，直接一分为二。

三、巩固运用，实践创新

师：事件之间的关系相信大家都已经了如指掌了，那老师现在给大家出一个题

从装有 3 个红球和 2 个白球的口袋中随机取出 3 个球，则事件“取出 1 个红球和 2 个白球”的对立事件的是？

生：取出的 3 个球中至少有两个红球。

师：大家和他的想法一样吗？没错，回答的完全正确，对立事件就是取出的 3 个球中至少有两个红球。

四、总结体会，反思提升

师：看来大家对知识点掌握的都很牢固，老师想问下同学们通过今天的学习有什么收获呢？请第一小组代表起来说一下。

生：通过今天的学习，我了解了事件之间存在的五种关系，并会用数学符号对这些关系进行表示。

师：说得非常全面了，请坐。相信大家也都有收获。

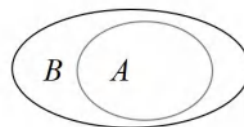
五、课后作业，拓展延伸

师：欢乐的时光总是短暂的，就快下课了，今天回去后有两个作业（1）完成课本课后练习题，（2）找一找生活中还有一些事件彼此的关系并在下节课进行分享。

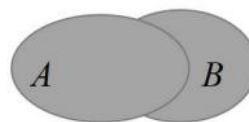
六、板书设计

事件的关系与运算

1. 包含关系: $B \supseteq A$ (或 $A \subseteq B$)



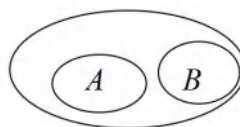
并事件: $A \cup B$ (或 $A + B$)



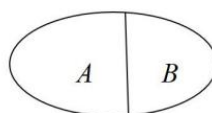
交事件: $A \cap B$ (或 AB)



互斥事件: $A \cap B = \emptyset$



对立事件:



【试题解析—答辩】

1. 什么样的数学课才算是一节好课?

【参考答案】

一堂好课应该是:

(1) 有意义的课, 即扎实的课: 学生学到了知识, 锻炼了能力, 在过程中产生了良好的、积极的情感体验, 并激发了进一步学习的强烈需求, 而且越来越主动地投入到学习中去。

(2) 有效率的课, 即充实的课: 首先, 有效率要针对全班而言, 对全班学生中的多少学生有效率, 其包括了好的、中的、有困难的具有不同的效率。其次, 是效率的高低, 如果, 没有效率, 或者只是对少数学生有效率, 这都不能算是一堂好课。

(3) 有生成性的课, 即丰实的课: 这样的课不完全是预设的结果, 在课堂上有师生之间真实的情感、智慧、思维、能力的投入, 尤其思维是相当活跃的, 在整个过程中有资源的生成, 又有过程的生成。

(4) 常态下的课, 即平实的课: 由于长期受公开课的影响, 一遇到有人听课, 容易出的毛病是准备过度, 这样教师很辛苦, 学生很兴奋, 到了课上变成把准备好的东西背一遍, 表演一下。课堂有其自身的价值, 因此, 要淡化公开课的意识。在我们“新基础教育”研究共同体中, 大家不提“公开课”这个词, 现在又强调, 上研究课时, 不管听课者的身份有多高, 教师尽量要做到旁若无人, 因为, 你是在为学生上课, 不是上给听课的人听的。

(5) 有待完善的课, 即真实的课: 任何课都不可能是十全十美的, 如果是, 那么假课的可能性就比较大, 这种课是真实的、不粉饰的, 因此是值得反思的, 需要去重建的。在我们“新基础教育”的课堂教学中, 教师上好了课, 总是要反思和重建。

2. 说一说简易逻辑的四种条件。

【参考答案】

充分不必要条件: 前能推后, 后不能推前, 则前是后的充分不必要条件。

必要不充分条件: 后能推前, 前不能推后, 则前是后的必要不充分条件。

既不充分也不必要条件: 前不能推后, 后也不能推前, 则前是后的既不充分也不必要条件, 同时, 后也是前的既不充分也不必要条件。

充要条件: 前能推后, 后也能推前, 则前是后的充要条件, 后是前的充要条件。

以及四种条件常常会 and 数学中很多知识结合起来考察, 比如和代数式、函数、不等式、图形与几何等等。我的答辩完毕, 谢谢各位老师, 老师辛苦了。

3. 请你说一说互斥事件和对立事件的定义以及互斥事件与对立事件的区别和联系。

【参考答案】

互斥事件定义: 一次试验中, 事件 A 和事件 B 不能同时发生, 则这两个不能同时发生的事件叫做互斥事件。

对立事件定义: 一次试验中, 两个事件中必有一个发生的互斥事件叫做对立事件。

联系和区别: 互斥事件是不可能同时发生的两个事件, 而对立事件除要求这两个事件不同时发生外, 还要求二者之一必须有一个发生。因此, 对立事件是互斥事件的特殊情况, 而互斥事件未必是对立事件, 即“互斥”是“对立”的必要但不充分条件, 而“对立”则是“互斥”的充分但不必要条件。

《向量的减法运算》-数与代数

1. 题目:《向量的减法运算》

2. 内容:

与数 x 的相反数是 $-x$ 类似,我们规定,与向量 a 长度相等,方向相反的向量,叫做 a 的**相反向量**,记作 $-a$. 由于方向反转两次仍回到原来的方向,因此 a 和 $-a$ 互为相反向量,于是

$$-(-a)=a.$$

我们规定,零向量的相反向量仍是零向量.

由两个向量和的定义易知

$$a+(-a)=(-a)+a=0,$$

即任意向量与其相反向量的和是零向量. 这样,如果 a, b 互为相反向量,那么

$$a=-b, b=-a, a+b=0.$$

向量 a 加上 b 的相反向量,叫做 a 与 b 的差,即

$$a-b=a+(-b).$$

求两个向量差的运算叫做**向量的减法**.

我们看到,向量的减法可以转化为向量的加法来进行:减去一个向量相当于加上这个向量的相反向量.

3. 基本要求:

- (1) 试讲约 10 分钟;
- (2) 引导学生进行小组讨论;
- (3) 结合教学内容,适当板书。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 掌握并理解向量的减法运算法则。

2. 通过思考,探究,交流,动手操作等过程,学生培养其思维和交流能力,体验并感受转化与划归的数学思想。

3. 感受数学中知识点相互衔接的巧妙性,体会数学的乐趣,增加学生学习数学的兴趣和信心。

教学重点: 掌握向量减法的运算法则。

教学难点: 理解向量减法的几何意义。

教学过程:

一、复习旧知,引入新课

同学们还记得,在数的运算中,减法是如何规定的吗?是的,减法是加法的逆运算,其运算法则是“减去一个数等于加上这个数的相反数”。类比数的减法,这节课,我们将研究向量的减法与加法有什么关系,如何定义向量的减法法则。(板书课题)

二、合作探究,学习新知

1. 教师讲解

(1) 规定:与向量 a 长度相等,方向相反的向量,叫做 a 的相反向量,记作 $-a$ 。

抛出问题:如果方向反转两次,你会发现什么?

$$-(-a) = a$$

零向量的相反向量仍是零向量。

(2) 结合两个向量和的定义知, $a + (-a) = (-a) + a = 0$, 即任意向量与其相反向量的和是零向量。

如果 a, b 互为相反向量,那么 $a = -b, b = -a, a + b = 0$, 向量 a 加上 b 的相反向量,叫做 a 与 b 的差,即 $a - b = a + (-b)$, 求两个向量差的运算叫做向量的减法。

引导学生发现:向量的减法可以从加法的角度理解:减去一个向量相当于加上这个向量的相反向量。

2. 教师通过多媒体动画讲解, $a - b$ 的作图方法。动手操作,小组探究。

多媒体呈现小组的图示,小组代表回答,减法的几何意义: $a - b$ 可以表示为从向量 b 的终点指向向量 a 的终点的向量。

三、巩固运用,实践创新

1. 快问快答

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}; \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}; \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

四、总结体会,反思提升

通过本节课的学习,你有哪些收获?

五、课后作业,拓展延伸

习题册的A组基础题1-3题作为必做题,B组能力拓展第1题作为选做题。

六、板书设计

向量的减法运算

1. 向量的减法: $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$

零向量的相反向量仍是零向量

2. 向量减法的几何意义:

$\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 可以表示为从向量 \mathbf{b} 的终点指向向量 \mathbf{a} 的终点的向量



【试题解析—试讲稿】

一、谈话复习，引入新课

师：上课，同学们好，请坐。在学习新课之前呢，老师先问大家一个非常简单的基础问题：在数的运算中，减法是如何规定的吗？手举得最高的那位同学你来回答一下。

生：减法是加法的逆运算，其运算法则是“减去一个数等于加上这个数的相反数”。

师：回答的很完整呀，请坐。减法确实是加法的逆运算。那咱们上节课学了什么呀？

生：向量的加法。

师：可以不可以类比数的减法，想一想向量的减法是怎么计算的呢？这节课，就请大家和老师一起学习一下向量的减法与加法的关系以及向量减法的法则是什么。（板书课题）

二、合作探究，学习新知

师：在学减法之前，同学们要知道对于关于向量的概念，之前我们学习的过程中说向量的是有大小也有方向的，那既然有方向，大家想一想向量 a 的相反向量怎么表示呢？

生： $-a$ 。

师：有同学反应很快啊，就是 $-a$ 。规定：与向量 a 长度相等，方向相反的向量，叫做 a 的相反向量，记作 $-a$ 。

那如果方向反转两次，向量 a 又会是变成什么样呢？

生： $-(-a)=a$ ，等于它自己。

师：没错，翻转两次相当于没变。不过此时就有一个特殊的向量需要大家注意了。之前学习的过程中，我们说零向量的方向是任意的，那零向量的相反向量是什么呢？

生：还是零向量。

师：是的，既然零向量的方向是任意的，那么它的相反向量仍是零向量，这一点比较特殊，大家要记住哈。

师：结合上节课学的向量的加法， $a+(-a)=(-a)+a=0$ ，我们可以得出什么结论啊？

生：任意向量与其相反向量的和是零向量。

师：回答完全正确，不过刚才咱们都是在一个向量的基础上进行的运算，现在如果 a, b 互为相反向量，那么 a, b 要怎么互相表示呢？

生： $a=-b, b=-a$ 。

师：既然他们是相反向量，也就说明 $a+b=0$ ，向量 a 加上 b 的相反向量，叫做 a 与 b 的差，即 $a-b=a+(-b)$ ，求两个向量差的运算叫做向量的减法。其实我们会发现向量减法和以前学的数的减法有什么相同之处？

生：都是加法的逆运算。

师：是的，大家的思维都很敏捷，减去一个向量相当于加上这个向量的相反向量。

师：既然向量的减法大家已经会算了，那对应的几何形式又是什么样子的呢？老师在这里给大家画两个向量 a, b ， $a-b$ 意味着向量 a 加上 b 的相反向量，那咱们就需要先对向量 b 取相反向量，再次连线会发现结果是什么样子的呢？各小组也自己动手画一画，讨论一下有什么结论。第三小组代表说一下你们的结

论。

生：结合图例我们发现结果是向量 b 的终点指向向量 a 的终点的向量。

师：其他小组的结论和他们组一样吗？一样的就没错了，看来大家都很善于思考，这就是我们向量减法的几何意义。 $a-b$ 可以表示为从向量 b 的终点指向向量 a 的终点的向量。

三、巩固运用，实践创新

师：向量的减法运算法则相信大已经学会了，现在咱们玩一个“快问快答”的小游戏吧，我说出一个向量的减法算式，大家告诉我答案是多少。

师： $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$ ； $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$ ； $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}$ 。

师：大家抢答的都很准确，反应也都还挺快的啊！

四、总结体会，反思提升

师：看来大家对知识点掌握的都很牢固，老师想问下同学们通过今天的学习有什么收获呢？请第一小组代表起来说一下。

生：通过今天的学习，学会了向量减法的运算法则以及对应的几何意义是什么。

师：说的非常全面了，请坐。大家也都是这种收获嘛，看大家都点了点头，想必都收获满满。

五、课后作业，拓展延伸

师：欢乐的时光总是短暂的，就快下课了，今天回去后有两个作业（1）完成课本课后练习题。（2）对课后的探究活动进行思考交流。

六、板书设计

向量的减法运算

1. 向量的减法： $a-b=a+(-b)$

零向量的相反向量仍是零向量

2. 几何意义： $a-b$ 表示为从 b 的终点指向 a 的终点的向量

【试题解析一答辩】

1. 如何培养学生数学思维的创造性?

【参考答案】

学生数学思维的创造性不是凭空而生的,它依赖于其扎实的基础知识和熟练的技能,在形象思维和逻辑思维能力发展的基础上产生和发展的。

数学教学中要注意挖掘学生的创造潜能,要充分发扬教学民主,调动学生的学习积极性和主动性,使之真正成为学习的主体。在教学实践中,要积极引导学生独立思考,鼓励学生敢于发表自己的见解,平等地对待学生。

爱因斯坦曾经说过:“提出一个问题往往比解决一个问题要重要。”因此,教师要注意创设情境,启发学生不断提出问题。教师要给学生提供诱因,引起探索新知识的动机。出于强烈的好奇心,学生都抢着回答,力求难住老师,当老师都准确迅速判断后,学生的好奇心就化成了求知欲,迫切想知道老师判断得又准又快的奥秘,从而更加主动地学习。浓厚的学习兴趣有促进他们提出能其它问题,这种探求新知识的欲望,促进了课堂教学的改革。

同学们立即进行探究。开始是独立思考,继而是小声讨论,后来竟展开了热烈的争辩,各抒己见。有的提出:当乘数是整数时,乘得的积大于被乘数。有的说:当乘数是自然数时,乘得的积大于被乘数。也有的提出:当乘数大于1时乘得的积都大于被乘数。在激烈的讨论争辩中,调动了学生的积极性,活跃了孩子们的思维,使学生尝到了自己获取知识的乐趣。

思维的创造性是思维过程复杂的、富有创新精神的高级脑力活动。因此,培养学生思维的创造性是长期而艰巨的复杂的过程,必须结合教学内容,贯穿于教学的始终,才能使小学生的思维创造性不断地得到发展。

2. 如何让学生更加透彻地理解等差数列与等比数列?

【参考答案】

在讲解等差数列和等比数列时,要有其公式的证明思路,尤其是等差数列和等比数列的通项公式和前 n 项和,这样学生就可以在理解的基础上去进行识记,同时,一定也要辅之于相应的例题,锻炼学生的学以致用能力!

另外,等差数列与等比数列的性质有一些相似的地方,比如等差中项和等比中项,前者就是和的关系,而后者就是积的关系,对比去看,从而深化他们对性质的理解。我的答辩完毕,谢谢各位老师,老师辛苦了。

3. 请你说一说向量加减定则。

【参考答案】

(1) 三角形定则

三角形定则解决向量加法的方法:将各个向量依次首尾顺次相接,结果为第一个向量的起点指向最后一个向量的终点。

(2) 平行四边形定则

平行四边形定则解决向量加法的方法:将两个向量平移至公共起点,以向量的两条边作平行四边形,结果为公共起点的对角线。

平行四边形定则解决向量减法的方法:将两个向量平移至公共起点,以向量的两条边作平行四边形,结果由减向量的终点指向被减向量的终点(平行四边形定则只适用于两个非零非共线向量的加减)。

《等差数列的前 n 项和》-数与代数

1. 题目:《等差数列的前 n 项和》

2. 内容:

探究

上述方法的妙处在哪里?这种方法能够推广到求等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和吗?

可以发现,上述方法的妙处在于将 $1+2+3+\cdots+n$ “倒序”为 $n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1$,再将两式相加,得到 n 个相同的数(即 $n+1$)相加,从而把不同数的求和转化为 n 个相同的数求和.

对于等差数列 $\{a_n\}$,因为 $a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=\cdots=a_n+a_1$,由上述方法得到启示,我们用两种方式表示 S_n :

$$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n, \quad ①$$

$$S_n=a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1. \quad ②$$

①+②,得

$$\begin{aligned} 2S_n &= (a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_n+a_1) \\ &= \underbrace{(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_n+a_1)}_{n\text{个}} \\ &= n(a_1+a_n). \end{aligned}$$

由此得到等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式

$$S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}. \quad (1)$$

对于等差数列 $\{a_n\}$,利用公式(1),只要已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 和末项 a_n ,就可以求得前 n 项和 S_n .另外,如果已知首项 a_1 和公差 d ,那么这个等差数列就完全确定了,所以我們也可以用 a_1 和 d 来表示 S_n .

把等差数列的通项公式 $a_n=a_1+(n-1)d$ 代入公式(1),可得

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d. \quad (2)$$

将(1)变形可得

$$\frac{a_1+a_n}{2} = \frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n},$$

 所以 $\frac{a_1+a_n}{2}$ 就是等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的平均数.实际上,我們就是利用等差数列的这一重要特性来推导它的前 n 项和的.你还能发现这一特性的一些应用吗?

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间 10 分钟左右;
- (2) 讲解要目的明确、条理清楚、重点突出;
- (3) 能够推导出等差数列的前 n 项和公式;
- (4) 适当板书。

【试题解析—教案】

核心素养:

1. 掌握等差数列的前 n 项和公式, 灵活运用等差数列的前 n 项和公式解决计算问题。
2. 经历公式的推导, 体验从特殊到一般的研究方法, 提升观察、归纳、反思和逻辑推理的能力。
3. 感受数学推导的条理性及确定性, 提高对数学学习的兴趣。

教学重点: 等差数列的前 n 项和公式。

教学难点: 等差数列的前 n 项和公式的推导。

教学过程:

一、导入新课

讲授德国著名的数学家高斯数列求和的故事。高斯念小学时他的老师出了一道问题, $1+2+3+\cdots+99+100$ 等于多少, 其他学生都没有做出来, 而高斯快速的写出了这道问题的答案. 由此引入本节课的课题——等差数列前 n 项和。

二、新课教授

(一) 回顾旧知

1. 回顾旧知

学生回顾等差数列内容, 在练习本进行书写。

教师提问, 强调等差数列的性质。

2. 解决问题

学生思考数学家高斯解决问题的方法, 小组讨论说出想法。

教师板书讲解高斯的做法: 1 到 100, 首项与末项相加等于 101, 一共 50 个 101, 即可算出结果 5050。对于特殊的等差数列求和, 学生有了初步了解。

讲解完本题, 向学生阐述, 实际问题的往往比较复杂, 而且需综合应用多学科的知识才能解决它, 通过一道题目的例子, 使学生理解等差数列前 n 项求和的内容。

(二) 公式推导

教师引导学生对于一般的求和公式进行推导。

公式推导: 教师书写一般项的等差数列公式求和, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$, 引导学生运用高斯算法和等差数列通项公式进行化简, 学生经过小组合作讨论, 得出式子,

$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + [a_1 + (n-1)d]$, $S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + [a_n - (n-1)d]$, 进行加和, 得到等差数列前 n 项和求和公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

公式变形: 利用通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$, 将 a_n 用 a_1 进行表示, 得到等差数列的前 n 项和公式的另外一种表示方法 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ 。

三、巩固练习

1. 提问: 等差数列中首项为 1, 尾项为 11, 一共 5 项, 它的和为多少。

明确: 运用 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$, 求得结果为 30。

2. 提问: 等差数列中, 首项为 1, 公差为 2, 共计 20 项, 它的和为多少

明确: 运用 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$, 求得结果为 400。

四、课堂小结

学生总结本节课学习内容, 教师予以补充。

五、布置作业

完成书课本中的课后习题。

六、板书设计

等差数列的前n项和

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + [a_1 + (n-1)d]$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + [a_n - (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

【试题解析—试讲稿】

一、导入新课

师：上课，同学们好，请坐。同学们知道数学王子高斯吗？

师：高斯在念小学时，他的小学老师给他出了这样一个问题， $1+2+3+\cdots+99+100$ 的和等于多少？高斯快速的解决了这个问题，同学们知道他是怎么做的吗？

师：嗯，老师听见同学们说高斯有简便算法。

师：今天这节课，我们就来学习一下等差数列前 n 项和公式。

二、探究新知

师：等差数列有哪些性质，那位同学来说一下？

师：第三排的同学，你来说一下。

师：嗯，他说等差数列是指从第二项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数的一种数列，等差数列的通项公式是 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，只要知道了等差数列的首项与公差，我们就能求出等差数列的通项公式。

师：这位同学对于以往知识掌握的非常牢固，老师给你点个赞。其他同学还有补充吗？

师：白色衣服的男同学你来说一下。

师：他说，等差数列还有条重要的性质，如果三个数 a, A, b 成等差数列，那么 A 叫做 a 与 b 的等差中项。就会有 $2A = a + b$ 。

师：非常好，老师对以上同学提出表扬。

师：那么，如何来计算 $1+2+3+\cdots+100$ 的和呢？给同学们 3 分钟时间，做完向老师示意一下。

师：嗯，这位穿粉色衣服的女同学，你来说一下。

师：她说 $1+100=2+99=\cdots=50+51=101$ ，所以 $(1+100)+(2+99)+\cdots+(50+51)=101\times 50=5050$ 。

师：很好，请坐，她说的非常正确，高斯小时候就是这样进行计算的，快速的解决了这个问题。

师：对于等差数列 $a_n = n$ ，高斯的算法就表示为 $(a_1 + a_{100}) + (a_2 + a_{99}) + \cdots + (a_{50} + a_{51}) = 101 \times 50 = 5050$ ，所以当我们把这种方法从特殊推广到一般，可以得到：当 n 为偶数时， $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \cdots = a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}$ ，

于是将

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = (1+n) + [2+(n-1)] + \cdots + \left[\frac{n}{2} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\right] = (1+n) + (1+n) + \cdots + (1+n) = \frac{n(1+n)}{2}。当$$

n 为奇数时，化简得

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = (1+n) + [2+(n-1)] + \left[\left(\frac{n+1}{2}-1\right) + \left(\frac{n+1}{2}+1\right)\right] + \frac{n+1}{2} = \frac{n-1}{2} \cdot (1+n) + \frac{n+1}{2} = \frac{n(1+n)}{2}。所以对于任意正整数 n ，都有 $S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(1+n)}{2}$ 。$$

师：那对于一般的等差数列求和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$ ，应该如何进行计算呢？

师：请同学们前后四个人为一组进行讨论，时间 3 分钟，讨论过程中有问题的同学可以举手示意，我会来帮助你们。结束之后，请小组代表进行回答。

师：嗯，第五小组，来说说你们小组的想法。

师：他说，等差数列通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，所以运用通项公式和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$ 化简可以得到 $S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + [a_1 + (n-1)d]$ ，
 $S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + [a_n - (n-1)d]$ ，两个式子进行加和，可以得到等差数列的前 n 项和公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

师：第三小组，你们举起了手，你们组还有其他做法吗？

师：她说，她们组采用了这种方法， $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ ， $S_n = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1$ 两个式子加和可以得到 $2S_n = (a_1 + a_n) + \cdots + (a_n + a_1)$ ，运用等差数列性质可以得到 $2S_n = n(a_1 + a_n)$ ，得出 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

师：很好，你们的做法也非常正确。

师：同学们，对于这个式子能否进行变形呢？

师：第二小组，你来说一下。

师：她说，将 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，代入 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ，得出 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ 。

三、巩固练习

师：同学们，咱们今天的重点内容都已经完成了，我来检测一下大家能否熟练掌握等差数列求和公式。请同学们再来看几道题， $a_1 = 1, a_5 = 11$ ，求 S_5 ？已知 $a_1 = 1, d = 2$ ，求 S_{20} ？

师：好，我看大家都已经完成了，后边这位同学你来说说，这道题目的结果是多少？

师：这个男同学说分别是 30 和 400，完全正确。

四、课堂小结

师：我们这节课也要接近尾声了，哪位同学来分享一下本节课的收获和体会呢？

师：好，最后一排这位同学你来，你说你学习了等差数列的前 n 项和公式，知道如何运用求和公式进行求和。看来这节课你听的很认真，请坐。

师：这位同学掌握的很清晰，这也是老师想要告诉大家的，希望同学们在每节课的学习中都能够有不同的进步和收获。

五、布置作业

师：这节课就上到这里，下课之后请同学们完成课后习题部分。

六、板书设计

等差数列的前n项和

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + [a_1 + (n-1)d]$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + [a_n - (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$



【试题解析—答辩】

1. 学生在学习等差数列的时候，最容易将什么类型的数列混淆？

【参考答案】

一类是公差为 0 的常数列，学生在自我认知上会认为公差为 0 就是公差不存在，判断错误；另一类是除了第一项或者除了前若干项，不符合后一项减前一项为一个常数的数列学生容易忽视等差数列定义中，从第一项开始，这一关键。最后，学生容易将每一项与它的前一项的差必须是同一个常数中的同一个这个关键词忽视。

2. 学生做题遇到等差数列求和时，具体运用哪个公式？

【参考答案】

对于公差为 0 的等差数列，数列的每一项与首项都相同，这时前 n 项和的公式为 $S_n = na_1$ ；对于已知首项和尾项已经项数，运用公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 即可求的；已知等差数列的首项、公差以及项数，运用通项公式 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ ，学生做题的时候要结合题目中所给的信息，采取对应的公式进行解决。

3. 等差数列的证明方法有哪些？

【参考答案】

(一) 定义法：若 $a_n - a_{n-1} = d$ ， $a_{n+1} - a_n = d$ (常数 $n \in N^+$)，可以推出是 a_n 是等差数列。

(二) 等差中项：数列 $\{a_n\}$ 是等差数列 $\Leftrightarrow 2a_n = a_{n-1} + a_{n+1} \Leftrightarrow 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$

(三) 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列 $\Leftrightarrow a_n = kn + b$ (其中 k, b 是常数)

(四) 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列 $\Leftrightarrow S_n = An^2 + Bn$ (其中 A, B 是常数)